FIZIKA

10. OSZTÁLY

STANDARD SZINT

A LOKTYEVA V. M. VEZETTE SZERZŐI KÖZÖSSÉG TANTERVE SZERINT

SZERKESZTETTE V. H. BARJAHTAR, SZ. O. DOVHIJ

УДК [37.016:53](075.3)
Ф50

Перекладено за виданням:

Фізика (рівень стандарту, за навчальною програмою авторского колективу під керівництвом Локтєва В. М.) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / [В. Г. Бар'яхтар, С. О. Довгий, Ф. Я. Божинова, О. О. Кірюхіна] ; за ред. В. Г. Бар'яхтара, С. О. Довгого. — Харків : Вид-во «Ранок», 2018.

Підручник створено авторським колективом у складі:
В. Г. Бар'яхтар, С. О. Довгий, Ф. Я. Божинова, О. О. Кірюхіна

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 31.05.2018 № 551)

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Рецензенти:
І. М. Гельфгат, учитель фізики комунального закладу
«Харківський фізико-математичний ліцей № 27», учитель-методист,
Заслужений учитель України, кандидат фізико-математичних наук;
А. Б. Трофімчук, завідувач кабінету фізико-математичних предметів
Рівненського обласного інституту післядипломної освіти

Автори й видавництво висловлюють щиру подяку:
М. М. Кірюхіну, президенту Спілки наукових і інженерних об'єднань України,
кандидату фізико-математичних наук,
за слушні зауваження й конструктивні поради;

І. С. Чернецькому, завідувачу відділу створення навчально-тематичних систем знань
Національного центру «Мала академія наук України», кандидату педагогічних наук,
за створення відеороликів демонстраційних і фронтальних експериментів

*Методичний апарат підручника успішно пройшов експериментальну перевірку
в Національному центрі «Мала академія наук України»*

Ілюстрації художника *Володимира Хорошенка*

Ф50 **Фізика** (рівень стандарту, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтєва В. М.) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. осв. з навч. угорською мовою / [В. Г. Бар'яхтар, С. О. Довгий, Ф. Я. Божинова, О. О. Кірюхіна] ; за ред. В. Г. Бар'яхтара, С. О. Довгого ; пер. А. А. Буркуш. — Львів : Світ, 2018. — 272 с. : іл.

ISBN 978-966-914-155-2

УДК [37.016:53](075.3)

Internetes forrás
A tankönyvhöz digitális anyagok
az alábbi szájton találhatók
interactive.ranok.com.ua

ISBN 978-966-914-155-2 (угор.)
ISBN 978-617-09-4360-6 (укр.)

Kedves barátaim!

Immár negyedik éve tanuljátok a fizikát. Abban bízunk, hogy megértettétek e csodálatos természettudomány értékeit, sőt a megszerzett tudás alapján megkísérlitek felfogni és megmagyarázni a minket körülvevő jelenségeket és folyamatokat. Ebben újra segítségetekre lesz a Fizika tankönyv. Felidézzük a könyv sajátosságait.

A paragrafusok *Összegezés, Ellenőrző kérdések* , *Gyakorlatok* rubrikákkal érnek véget.

Az Összegzés rubrikában találhatók a paragrafusban átvett főbb fogalmak és jelenségek. Tehát lehetőségetek van arra, hogy még egyszer átismételjétek a legfontosabbakat.

Az *Ellenőrző kérdések* segítségével megállapíthatjátok, hogy mennyire sajátítottátok el az új tananyagot.

A hozzáértéseteket és a megszerzett tudásotok gyakorlati alkalmazását segítik a *Gyakorlatok* rubrikában található feladatok. Az ott lévő feladatok eltérő nehézségi szintűek – a szinte csak figyelmet igénylő, viszonylag egyszerűktől a hozzáértést és kitartást kívánó alkotói feladatokig (a nehézség növekedését a következő színekkel jelölik: kék, zöld, narancssárga, piros).

A feladatok között találhatók olyanok, amelyek a természetrajz, matematika vagy fizika órákon tanult tananyag *ismétléséül* szolgálnak.

A fizika elsősorban kísérleti tudomány, ezért a tankönyvben számos *kísérleti feladat* található. Okvetlenül végezzétek el a kísérleti feladatokat és a laboratóriumi munkákat, mivel ezáltal jobban megértitek a fizikát.

Sok érdekeset és hasznosat sajátíthattok el az *internetes anyagokból.* Ezek többek között a fizikai folyamatokat és kísérleteket a gyakorlatban bemutató videók; a feladatok megoldását segítő információk; számítógépes ellenőrzésre lehetőséget nyújtó gyakorló tesztfeladatok; mintafeladatok megoldásai.

Az ellenőrző dolgozatokra történő felkészülés során, valamint az ismétlésben hasznosak lesznek a fejezetek végén található *Fejezet összefoglalása* és Önellenőrző feladatok rubrikák.

A *Fizika számokban hídkénként szolgál* a technikai újdonságok és a tananyag összekapcsolásában.

Aki többet szeretne tudni a fizikai és technikai tudományok fejlődéséről vagy a jövőben fizikával szeretne foglalkozni, sok hasznos és érdekes információt találhat a *Fizika és technika Ukrajnában* és az *Enciklopédiai oldal* című rubrikában.

A *Jövő szakmái* elnevezésű rubrika azok számára lehet hasznos, akik már elgondolkodtak jövőbeni szakmájukról és a munkaerőpiac fejlődéséről.

Tartalmas és érdekes utazást a fizika világában!

PROJEKTEK, REFERÁTUMOK ÉS BESZÁMOLÓK, VALAMINT GYAKORLATI KÍSÉRLETEK AJÁNLOTT TÉMÁI

I. FEJEZET

Projektek témái

1. Testünk fizikai tulajdonságainak tanulmányozása.
2. Rezonancia: megjelenése és felhasználása.
3. Biztonsági övek a járművekben.

Referátumok és beszámolók témái

1. Az idő és mérése.
2. Az űrhajósoknak és csillagászoknak a világűr meghódításában betöltött szerepe.
3. Amalie Emmy Noether szerepe az elméleti fizika fejlődésében.
4. A szupergyors járművek konstrukciós sajátosságai.
5. Mozgás a biológiai rendszerekben.
6. Súrlódási erő a technikában és a természetben.
7. Hogyan működik az ejtőernyő.
8. Miért csavarják a sportolók a labdát.
9. A fizika törvényei és a tánclépések.
10. Erőkar a természetben.
11. A vérkeringési rendszer hidrodinamikai tulajdonságai.
12. A hang és ultrahang szervezetre gyakorolt hatása, zajszennyezés.
13. Ultrahang az orvostudományban.

Kísérleti kutatások témái

1. A test repülési hossza és kezdeti sebességének iránya, valamint értéke közötti összefüggés.
2. Mesterséges gravitáció létrehozása.
3. A fékút és fékidő összefüggése a test tömegével és sebességével.
4. A bokszkesztyűk és a szorítókötés feladata.
5. Papírrepülők aerodinamikai tulajdonságai.
6. Harmonikus rezgések összeadása, Lissajous-görbék létrehozása.
7. A tantermi zajszint elemzése. Ajánlatok a tervezőknek.

II. FEJEZET

Referátumok és beszámolók témái

1. Időutazás Einstein elmélete alapján.
2. Miért van szükség elemirészecske-gyorsítókra?
3. Történetek a független Ukrajna első űrhajósa, Leonyid Kadenyuk életéből.
4. Az életre alkalmas bolygók. Hogyan juthatunk el hozzájuk?
5. Sötét energia és sötét anyag.
6. A Világegyetem mint az Ősrobbanás eredménye.

III. FEJEZET

Projektek témái

1. A diffúzió és jelentősége.
2. Globális felmelegedés: kell-e tartanunk tőle?
3. Páratartalom és hőmérséklet a tantermekben, a hő megőrzés módjai.

Referátumok és beszámolók témái

1. Adiabatikus folyamatok a természetben és a technikában.
2. A víz anomális tulajdonságai.
3. „Élő” és „holt” víz.
4. Kapilláris jelenségek a talajban.
5. Mi az oka a repedések létrejöttének a házak falain. Hogyan előzhetők meg?
6. Fizikai és kémiai reakciók a kenyérsütés és kenyértárolás folyamataiban.
7. Motorok túlmelegedés elleni védelme.
8. Hőfolyamatok az emberi szervezetben.
9. A belsőégésű motorral rendelkező és elektromos meghajtású gépkocsik gazdaságosságának összehasonlítása.
10. Tanácsaitok a miniszterelnöknek: célszerű-e az alternatív energetika fejlesztése Ukrajnában?
11. A gépkocsihajtóművek evolúciója.

Kísérleti kutatások témái

1. A forráspont és a légnyomás, valamint szennyeződések közötti összefüggés.
2. Kristályok növesztése és fizikai tulajdonságaik tanulmányozása.
3. Kapilláris jelenségek tanulmányozása.
4. A víz párolgását befolyásoló tényezők.

IV. FEJEZET

Projektek témái

1. Elektrosztatikus jelenségek és az organizmusok életmódja.
2. Elektrosztatikus jelenségek a környezetünkben.
3. A triboelektromos hatás és felhasználása.

Referátumok és beszámolók témái

1. Elektrosztatikus gyógyítási módszerek.
2. Elektromos tér az élő szervezetek sejtjeiben.
3. Figyelem: magas feszültség!
4. A villámhárító felfedezésének története.
5. A háztartási elektromos berendezések leföldelése.
6. A Föld mint óriási kondenzátor.

Kísérleti kutatások témái

1. Töltéssel rendelkező testek kölcsönhatásának tanulmányozása.
2. Elektroszkóp létrehozása. Vizsgálata elektromosan feltöltött testek segítségével.
3. Az elektromos tér erővonalai vizualizálásának különböző módjai.

BEVEZETŐ

1. §. A FIZIKA MINT TUDOMÁNY MEGSZÜLETÉSE ÉS FEJLŐDÉSE

Korábban az emberek még csak nem is álmodhattak olyan lehetőségekről, amelyekkel ma rendelkeznek. A robottechnikában, mesterséges intelligencia terén, nanotechnológiában, 3D nyomtatásban, genetikában, biotechnológiában elért eredmények napjainkban gyorsan kiegészítik egymást. A létrehozott vagy fejlesztés alatt álló okos rendszerek: házak, gyárak, farmok, sőt városok elősegítik az emberek problémáinak megoldását. Érthető, hogy a felsoroltak hatással vannak a modern ember világnézetére. De ezzel együtt nem szabad elfeledni, hogy minden új találmány nem csak fejlődés, hanem egyúttal nagy felelősség is.

A mai viharos, ellentmondásos, de egyben összefüggő világban fontos annak megértése, hogy a világ megismerhető, hogy a véletlenszerűség nemcsak összezavarja és tönkreteszi a terveinket, hanem új lehetőségeket is teremt; hogy léteznek állandó invariáns útmutatók; hogy a tudás fejlődésének arányában dőlnek össze elképzeléseink régi keretei. Jogosan kérdezhetnétek, hogy milyen szerepük van ebben a természettudományoknak. Reméljük, hogy a 11. osztály végén önállóan válaszoltok majd erre a kérdésre. Most csak megjegyezzük, hogy az összes következtetés a természettudományok által felfedezett igazságokból ered, mivel azok törvényszerűségei és elvei globális jellegűek, ezért túlmutatnak a tudományok határain.

1 Milyen szakaszokon ment át fejlődése során a fizika

A fizika története – a felfedezések hosszú története. Mindegyik felfedezés elősegíti a természet megértését. Minden egyes felfedezés mögött konkrét ember, de leggyakrabban emberek csoportja áll, amelyek erőfeszítése által a fizika mint tudomány a fejlődés újabb szintjére emelkedett. Már sok olyan tudós nevét ismeritek, akinek a tevékenysége elősegítette a fizika haladását. A továbbiakban megkíséreljük rendszerezni tudásunkat a természet kutatóiról és felfedezőiről, nyomon követni a fizikai tudás felhalmozódását.

A FIZIKA FEJLŐDÉSÉNEK

XIX. század végén, a XX. század elején a tér-idő tulajdonságai és az anyagi test energiája, valamint impulzusa közötti összefüggést *Albert Einstein* határozta meg az általános relativitáselméletben. A tudós a tér-idő görbével összekapcsolva általánosította Isaac Newtonnak a gravitációs kölcsönhatásról kapott eredményeit.
A kvantummechanika alapjait a XX. század elején *Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr, Max Born* rakta le.

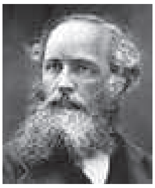
Miután *Henri Becquerel* felfedezte a radioaktivitást, kezdetét vette az atomfizika fejlődése, amelynek eredményeként új energiaforrások – atomenergia és magfúzió – jöttek létre. A magreakció tanulmányozása során történt felfedezések megalapozták a részecskefizikát. A mai elképzelések az ősrobbanásról, fekete lyukakról, a Világegyetem gyorsulással történő tágulásáról, a sötét energiáról *Edwin Hubble, Robert Oppenheimer, Hartland Snyder, John Wheeler, Stephen Hawking* és mások munkáival kapcsolatosak.

Modern fizika

Ernest Rutherford

Felfedezte az atom struktúráját, amely egy kisméretű, pozitív töltésű magból és negatív töltésű elektronokból áll. Rutherfordot tekintik a magfizika atyjának.

1871–1937

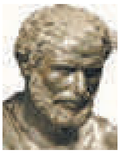


James Maxwell

Az elektromágneses tér elméletének megalapítója, amely magyarázatot adott az akkor ismert összes tényre és új jelenségeket jósolt meg.

1831–1879

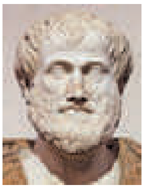
A fizika létrejötte



Démokritosz

Az anyag atomi szerkezetének elmélete. Kísérletileg ezt az elméletet csak a XX. század elején bizonyították be.

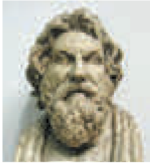
i. e. kb. 460–370



Arisztotelész

A természettudományok tudásának rendszerezése és általánosítása. Arisztotelész munkáit a XVI. századig „feltétel nélküli igazságnak” tekintették. A filozófusnak a hanghullámokról szóló elképzelései a modern fizikában is helyet kaptak.

i. e. 384–322



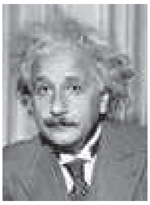
Szamoszi Arisztarkhosz

A heliocentrikus világkép létrehozója (gör. *Helios* – Nap). Az általa létrehozott elméletet csaknem 2000 évvel később magyarázták meg.

i. e. kb. 310–230

Az ókortól a XVI. század végéig a fizika létrejöttét a fizikai ismeretek felhalmozása, a környező világ tulajdonságainak tudományos elmélete előzte meg. A fizikai fogalmak és törvényszerűségek kialakulására óriási hatással voltak az ókori görög gondolkodók: *Arisztotelész, Archimédesz, Szamoszi Arisztarkhosz, Démokritosz, Leukipposz, Püthagorasz, Ptolemaiosz, Eukleidész*.

FŐ SZAKASZAI



Albert Einstein

A modern elméleti fizika egyik megalapítója; a tudós szavai szerint kísérleteinek a célja az, hogy „leegyszerűsítse, majd egységes rendszerbe kapcsolja az elméleti fizikát”.

1879–1955

Niels Bohr

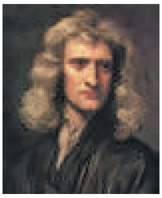
A planetáris atom kvantumelméletének létrehozója, a kvantummechanika fizikai elméleteinek kidolgozója.

1885–1962

Klasszikus fizika

XVII. század vége – XIX. század vége – XX. század eleje. A korszak az első fizikai (mechanikai) világkép felépítésével (*Isaac Newton*) kezdődik, majd a fizika hőerőgépek alkalmazásával foglalkozó ágának viharos fejlődésével folytatódik (*James Watt, Sadi Carnot*). Az elektromos és mágneses jelenségek tanulmányozása (*Charles Coulomb, André Ampere, Hans Oersted, Michael Faraday*) a *James Maxwell* által felállított elektromágneses tér egyenleteivel zárult, amelyekkel lefektette a modern elektrotechnika és rádiókommunikáció alapjait.

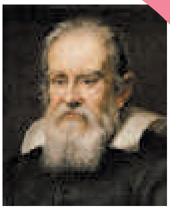
1642–1727



Isaac Newton

A Naprendszer felépítésének megértése, a Világegyetem felépítéséről szóló általános elképzelések, valamint a mechanikai fő törvényeinek megfogalmazása, amelyek meghatározták a fizika fejlődését az elkövetkezendő 300 évre.

1564–1642

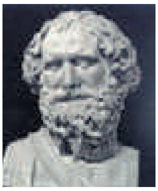


Galileo Galilei

A relativitás elvének megfogalmazása a mechanikában, a világ heliocentrikus felépítésének megalapozása, csillagászati távcső létrehozása, hőmérő feltalálása, csillagászati felfedezések.

A fizika mint tudomány létrejötte

i. e. 287–212



Archimédesz

A tömegközéppont fogalmának bevezetése, az emelő egyensúlyáról szóló elmélet létrehozása, az erőkar fogalmának definiálása, a testek úszására vonatkozó törvények meghatározása.

XVII. század eleje – XVII. század 80-as évei. A fizikának mint tudománynak a fejlődését *Galileo Galilei* nevével kötik össze, akinek a kísérletei létrehozták a klasszikus mechanika alapjait. A kézművesség és a hajózás fejlődése ösztönözte a kísérleteken alapuló kutatást. Ebben az időszakban hozzák létre a barométert (*Evangelista Torricelli*), megfogalmazzák a gáztörvényt (*Robert Boyle, Edme Mariotte*), felfedezik a fénytörés törvényét (*Willebrord Snellius, René Descartes*), különválasztják az elektromos és mágneses jelenségeket (*William Gilbert*).

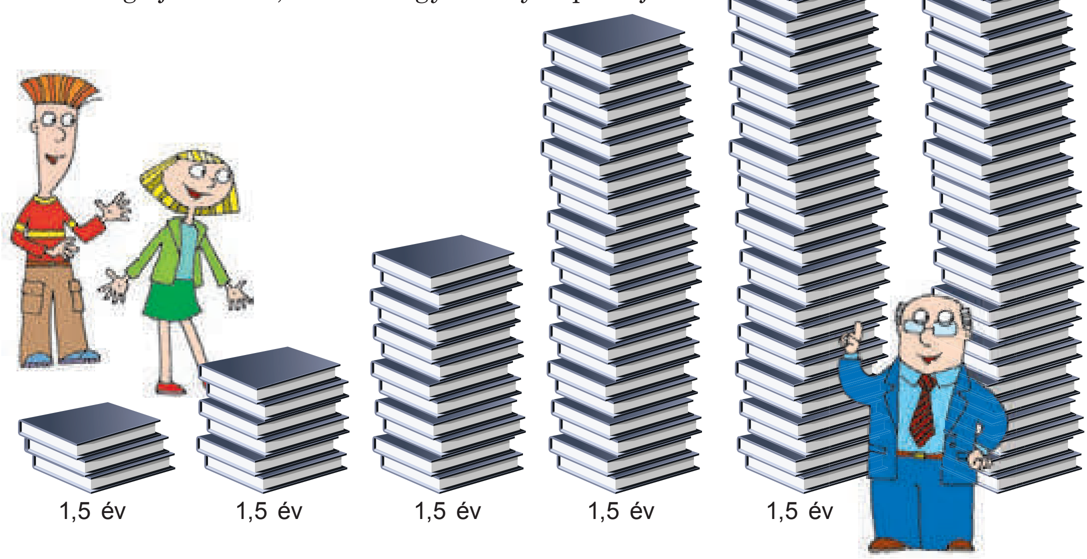
2 Milyen kérdések foglalkoztatják a mai fizikusokat

Gyakorlatilag naponta akkora mennyiségű új információ és új tudás jelenik meg a minket körülvevő világról, hogy mire értesülünk azokról, addigra elavulnak (1.1. ábra).

A felhalmozott óriási mennyiségű tudás ellenére a modern fizika még messze áll attól, hogy megmagyarázza a természetben végbemenő összes jelenséget. A fizikusok a mai napig nem találtak magyarázatot a sötét anyag természetére, a nagy energiájú kozmikus részecskék eredetére és sok egyébre. *Stephen Hawking* (1942–2018) angol fizikus szerint „a haladás nem a hibás elméletek helyesre, hanem a hibás elméleteknek helyes, pontosított elméletekre történő cseréjében rejlik”.

A tudósok sok tucat éve próbálják megalkotni az Univerzumot megmagyarázó elméletet, összekötve az alapkölcsönhatások – erős, gyenge, elektromágneses, gravitációs – elméleteit. Bizonyos sikereket már sikerült elérniük: az elemi részecskék fizikájában megalkották a *Standard modellt* – az elemi részecskék erős, gyenge és elektromágneses kölcsönhatását egyesítő elméletet.

A Standard modellt napjainkban kísérletekkel hangolják össze, aminek egyik fényes példája a



1.1. ábra. Kutatások adatai alapján az információ mennyisége folyamatosan növekszik. Napjainkban másfél évente megduplázódik. A modern ember egy hónap alatt annyi információhoz jut, amennyihez a XVII. századi ember egész élete folyamán jutott. Hogy haladhassunk a korral, szünet nélkül képezni kell magunkat

Higgs-bozon (Higgs-részecske) felfedezése. A fizikusok mindezek ellenére megkísérlik túllépni a modell határait és olyan dolgokra is fényt deríteni, amelyre egyenlőre nincs magyarázat. Például arra, hogy gyakorlatilag miért nincs a világon antirészecske és antianyag? Ezért az Európai Nukleáris Kutatási Szervezet (CERN) Genfben aktív kísérleteket folytat a Világegyetem létrejöttekor lejátszódó folyamatok tanulmányozására. Tehát türelmetlenül várjuk az új felfedezéseket.

Ellenőrző kérdések

1. Milyen fejlődési szakaszokon ment át a fizika mint tudomány? Milyen elméletek születtek az egyes szakaszokban? **2.** Milyen problémákra összpontosít napjainkban a fizika? **3.** Nevezzetek meg általatok ismert fizikus tudósokat! A fizika melyik ágában alkottak? **4.** A fizika melyik ágában történt felfedezések segítették elő a háztartási készülékek létrejöttét? Mondjatok példákat!

1. számú gyakorlat

1. Az 1. § anyagában csak egy ókori görög filozófusról tettünk említést, aki felvetette az anyag atomos szerkezetének elméletét. Az akkori filozófusok közül ki hangoztatta még ezt az elméletet?
2. Mi tette híressé Archimédeszt mint mérnököt? Milyen találmányaival találkozhatunk napjainkban még a játszótereken is?
3. Képzeljétek el, hogy egy oktatási intézmény SMM-managere vagytok, és készítsetek meggyőző cikket a következő témából: „Miért szükséges a tervezőnek (vagy egyéb mai szakembernek) tanulni a fizikát?”!
4. A különböző technológiák helytelen alkalmazása folytán sokan meghaltak és még ezrek halhatnak meg, milliók sorsa fordulhat rosszabbra. Hozzatok fel példákat ezeknek az állításoknak a megerősítésére vagy megcáfolására! Barátaitokkal folytassatok diskurzust a következő témában: „Globális katasztrófához vezetheti-e az emberiséget a tudományos-technikai fejlődés?”! Fogalmazzátok meg, és írjátok le a beszélgetésetek alapvető gondolatait!
5. Találkoztatok-e az interneten hamis információval? Ha igen, akkor mi segített megállapítani az információ valótlanságát? Fogalmazzátok meg a tanácsaitokat erre vonatkozólag!

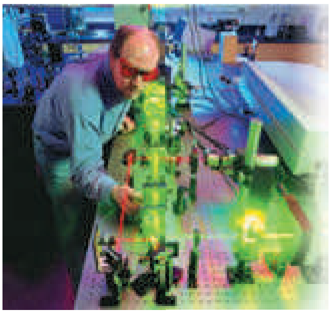
Fizika és technika Ukrajnában

Az **Ukrán Tudományos Akadémia M. Bogoljubov elméleti fizikai intézete** (Kijev) – az elméleti, matematikai és számítástechnikai fizika fundamentális problémáival foglalkozó intézetet 1966-ban alapították. Egyik alapítója és első igazgatója *Mikola Bogoljubov* világhírű elméleti fizikus és matematikus.

Az intézmény tudományos kutatásainak tematikája az asztrofizika és kozmológia, magas energiák fizikájának, nukleáris rendszerek elméletének, molekulák és kristályok kvantumelméletének széles körét foglalja magában.

Az intézetben tudományos felvilágosító központ is működik a tehetséges iskolások és egyetemisták felkarolására.

2. §. A TUDOMÁNYOS MEGISMERÉS ALAPJAI. A FIZIKAI MENNYISÉGEK ÉS MÉRÉSÜK. A MÉRÉSEK BIZONYTALANSÁGA



Miben különbözik a fizika (vagy egyéb pontos tudomány) nyelvezete a közönséges nyelvtől? A fizika nyelve nemzetközi: az összes nemzet legzseniálisabb elméi hozták létre, földünk bármelyik pontján világosan megértik azt. A fizika nyelve objektív: minden egyes fogalmának egy értelme van, amely csak kísérletek eredményeként változhat meg. A tudományos megismerés módszereihez hasonlóan a fizika nyelve is a gyakorlatban született meg. A fizikai kutatásokkal és a fizika nyelvének egyes fogalmaival ismerkedhettek meg ebben a paragrafusban.

1 Mi a fizikai kutatás és milyen módszerei léteznek?

Felidézzük, mivel kezdődik a tudósok kutatómunkája. Elsősorban a jelenség (test vagy anyag) *megfigyelésével* és lényegének értékelésével.

A megfigyelés – a természet megértése elsődleges adatokhoz jutás és további elemzés céljából.

A megfigyelések egyáltalán nem mindig vezetnek helyes következtetéshez. Ezért a saját érvelés bizonyítása vagy cáfolása érdekében a tudós *fizikai kutatásokat* folytat.

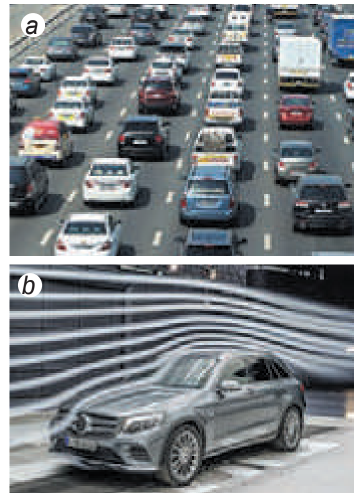
A **fizikai kutatáson** valamely jelenség céltudatos vizsgálatát értjük a fizika eszközeinek alkalmazásával.

A fizikai kutatások módszerei	
kísérleti	**elméleti**
A *kísérlet* — fizikai jelenség vizsgálata a tudós által ellenőrzött körülmények között. Alapjában véve a fizika kísérleti tudomány: törvényei kísérleti úton megszerzett tényeken alapulnak.	A kísérletek során kapott adatok elemzése, a természet törvényeinek megfogalmazása, egyes jelenségeknek és tulajdonságoknak ezen törvények alapján történő magyarázata, de a legfontosabb – új jelenségek és tulajdonságok előrelátása és tudományos megalapozása a matematika széleskörű felhasználásával.

? Milyen megfigyeléseket, elméleti és kísérleti kutatásokat végeznétek el a közönséges izzólámpa világításának megfigyelése céljából?

Az elméleti vizsgálatokat nem a konkrét testen, hanem annak idealizált modelljén – **fizikai modellen** – végzik, amelynek csupán a vizsgált test csekély számú alapvető tulajdonságát kell figyelembe venni. Például a gépkocsi mozgásának tanulmányozása során néha annak fizikai modelljét – *anyagi pontot* – alkalmazzuk (2.1. *a ábra*). *Ezt a modellt abban az esetben alkalmazzák, amikor a test mérete* elhanyagolható a gépkocsi mozgásának elméleti leírásához képest, vagyis az „anyagi pont” modellnél csak a test tömegét veszik figyelembe, a méretét és formáját nem. De amikor a légellenállás gépkocsira gyakorolt hatását kell meghatározni, akkor egy olyan másik fizikai modell alkalmazása a célszerűbb, amelyik figyelembe veszi a gépkocsi alakját és méreteit is (2.1. *b* ábra), ám figyelmen kívül hagyja például az utasok elhelyezkedését az autóban. Minél több paramétert választanak ki a „gépkocsi” fizikai rendszer tanulmányozására, annál jobban prognosztizálható a rendszer „viselkedése”.

? Célszerű-e az „anyagi pont” modell felhasználása abban az esetben, amikor a mérnökök az autó stabilitását szeretnék kiszámítani?



2.1. ábra. A gépkocsi sebességének és mozgásidejének a meghatározásához „anyagi pont” fizikai modellt használnak (*a*); az autó aerodinamikai tulajdonságainak tanulmányozására ez a fizikai modell nem alkalmazható (*b*)

2 Hogyan mérhető a fizikai mennyiség

A gépkocsi mozgásának leírására meghatározott *mennyiségi jellemzőket* használunk: sebesség, gyorsulás, mozgásidő, vonóerő, teljesítmény. Az előző osztály fizika tananyagából már tudjátok, hogy a *test tulajdonságainak, fizikai folyamatoknak vagy jelenségeknek a mennyiségi mértékét* **fizikai mennyiségnek** nevezzük.

A fizikai mennyiségek értékét mérések során határozzák meg.

A mérések lehetnek **közvetlenek** és **közvetettek**.

Közvetlen mérések során a mennyiséget a mértékegységével hasonlítják össze (méter, másodperc, kilogramm, amper), amit a megfelelő egységben kalibrált mérőműszerrel végeznek el (2.2. ábra).

? Nevezzetek meg olyan fizikai mennyiségeket, amelyeket közvetlen méréssel határoztatok meg! Milyen mértékegységekben határoztátok meg? Milyen eszközök segítségével?

2.2. ábra. Hőmérséklet (*a*), tömeg (*b*) és sebesség (*c*) közvetlen mérésre szolgáló modern eszközök

A *közvetett mérések* során a keresett mennyiséget más mennyiségek közvetlen méréséből származó adatok alapján számítják ki. Például ahhoz, hogy kiszámítsuk a test átlagsűrűségét, mérleg segítségével meghatározzuk az *m tömegét, mérőpohárral pedig a V térfogatát, majd a tömeget elosztjuk a térfogattal:*

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

A SI rendszer alapegységei

- **kilogramm** (1 kg) a *tömeg mértékegysége*
- **méter** (1 m) a *hosszúság* mértékegysége
- **másodperc** (1 s) az *idő mértékegysége*
- **amper** (1 A) az áramerősség mértékegysége
- **mol** (1 mol) az *anyagmennyiség mértékegysége*
- **kelvin** (1 K) a *hőmérséklet mértékegysége*
- **candela** (1 cd) a *fényerősség mértékegysége*

1899 és 1960 között használták

3 A mértékegységrendszer felépítése

A *mértékegységrendszer* tudományos alapokon történő kidolgozásának feladatát a XVIII. század végén, a nagy francia forradalmat követően állították a francia tudósok elé. Ennek lett az eredménye *a nemzetközi mértékegységrendszer*. 1960-ban hozták létre a **Nemzetközi Mértékegységrendszert**, a **SI**-t, ami hamarosan a legfőbbé vált a világon.

Történelmileg a fizikai mennyiségeket különféle természeti testekkel vagy folyamatokkal hozták kapcsolatba. Például az 1 métert a Föld bolygó méretével, az 1 kilogrammot a víz meghatározott térfogatával, az 1 másodpercet a Föld egy napi forgásával. Utána minden mennyiségnek megalkották az **etalonját** – a *fizikai mennyiség egységének reprodukálására és megőrzésére szolgáló eszközt* (*vagy eszközök rendszerét*). A fő etalonokat a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban őrizték és őrzik napjainkban is (Sevres, Franciaország).

Napjainkban egyre elterjedtebbé váltak a mértékrendszerek felépítésének olyan módszerei, amelyek a sugárzás jellegzetességein, az elektromágneses hullámok terjedésén és a fizikai alapállandókon alapulnak.

Megvizsgáljuk a *mértékegységrendszerek felépítését a méter és kilogramm példáján.*

1 méter A Föld Párizson áthaladó délköre hosszának 1/10 000 000-od része	Speciálisan kalibrált szakasz. A szakasz hosszát 1 méterben határozták meg	1 méter egyenlő azzal az úttal, amelyet a fény a vákuumban 1/299 792 458 másodperc alatt tesz meg
1 kilogramm 1 liter 4 ºC-os tiszta víz tömege 760 Hgmm égnyomáson.	39 cm magasságú és átmérőjű platina-irídium henger. A példány tömegét 1 kilogrammban határozták meg.	Egyenlőre megmarad a platina-irídium henger, de az 1 kilogrammot a Planck-állandóval vagy az Avogadro-számmal tervezik összekötni.

1899-ben hozták létre

A felírás egyszerűsítése érdekében használják a fizikai mennyiségek *többszöröseit* és *törtrészeit.*

A **többszörös** egységeken az alapegységek 10-szer, 100-szor, 1000-szer nagyobb alapegységeit értik.
Törtrész egységek az alapegységek 10-ed, 100-ad, 1000-ed részei.

A többszörös és a törtrész egységek leírásához különféle *előtagokat* használnak. Például a hosszúság mértékegységének többszöröse a **kilo**méter (1000 m, vagy 10^{3} m), törtrésze a **milli**méter (0,001 m, vagy 10^{-3} m) (lásd az 1. táblázatot).

1. táblázat

A többszörös és törtrész egységek leírására szolgáló előtagok

Előtag	Jelölése	Szorzó
ato-	a	10^{-18}
femto-	f	10^{-15}
piko-	p	10^{-12}
nano-	n	10^{-9}
mikro-	mk	10^{-6}
milli-	m	10^{-3}
centi-	c	10^{-2}
kilo-	k	10^{3}
mega-	M	10^{6}
giga-	G	10^{9}
tera-	T	10^{12}
peta-	p	10^{15}
exa-	e	10^{18}

4 A mérések hibái

Bármelyik fizikai mennyiség mérését általában három műveletben végzik el: 1) a mérőműszer (műszerek) kiválasztása, ellenőrzése és beállítása; 2) a műszer mutatójának leolvasása; 3) a keresett mennyiség kiszámítása a mérések eredményei alapján (közvetett mérések esetében); 4) a mérési hiba megbecsülése.

Például meg kell mérni egy közel 5 méteres távolságot. Érthető, hogy nem iskolai vonalzóval végzik el a műveletet, célszerűbb mérőszalagot használni. Minden műszerre bizonyos pontosság jellemző. Az 5 méteres távolságot általában nem szükséges milliméternyi pontossággal meghatározni, ezért a mérőszalagon nem is kell ilyen beosztásértéknek lennie.
Viszont ha a laboratóriumi vízcsap megjavításához szükséges alátét méretét kell meghatározni, akkor tolómércét használnak (2.3. ábra).

2.3. ábra. Tolómérce. Mérési pontossága a milliméter századrésze

Azonban még a legpontosabb műszerrel sem végezhető abszolút pontos mérés. A mérésnek minden esetben van **hibája** – a *mért mennyiség eltérése a valós értéktől.*

A mérendő mennyiség mért ($x_{\text{mért}}$) és valós (x) értéke közötti különbség modulusát a **mérés** Δx **abszolút hibájának** nevezzük:

$$\Delta x = |x_{\text{mért}} - x|$$

Az abszolút hiba és a mérendő mennyiség kapott értékének arányát ε_x **relatív hibának** nevezzük:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{mért}}}, \text{ vagy százalékokban: } \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{mért}}} \cdot 100\,\%$$

A mérés során keletkező hibák lehetnek **véletlenek** és **rendszeresek**.

Véletlen hibák	Rendszeres hibák
A véletlen hibák a mérési folyamattal állnak összefüggésben: távolság mérésekor lehetetlen ideálisan egyenesen lefektetni a mérőszalagot; idő mérésénél a stoppert lehetetlen pillanatra pontosan elindítani és megállítani. Az eredmények pontossága érdekében a mérést többször végzik el, majd meghatározzák a *mért mennyiség középértékét*: $x_{\text{vél}} = x_{\text{köz}} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N}$, ahol x_1, x_2, ... x_N — N számú mérés eredménye. Ebben az esetben a $\Delta x_{\text{vél}}$ véletlen *abszolút hiba* a következő képlettel határozható meg: $\Delta x_{\text{vél}} = \frac{\lvert x_1 - x_{\text{mért}}\rvert + \lvert x_2 - x_{\text{mért}}\rvert + \ldots + \lvert x_N - x_{\text{mért}}\rvert}{N}$ Ha a mérést egyszer végezték el, akkor úgy tekintik, hogy a *véletlen hiba a műszer skálája beosztásértékének a felével egyenlő.*	*A rendszeres hibák mindenekelőtt a műszer kiválasztásától függnek:* nincs ideálisan elosztott skálával rendelkező mérőszalag, ideálisan egyforma karú mérleg. A rendszeres hibát a mérőeszköz pontossági osztálya határozza meg, ezért gyakran nevezik *műszerhibának* is. Használat során a műszer pontossága csökkenhet, ezért időnként speciális berendezés segítségével kalibrálják. A 2. táblázatban az iskolában használatos néhány mérőeszköz abszolút hibája látható. Ha egyéb eszközöket használnak, akkor annak hibája a *műszer skálája beosztásértékének a felével egyenlő.*

A *közvetlen mérés abszolút hibája* (Δx) figyelembe veszi mind a műszer által okozott hibát ($\Delta x_{\text{műsz}}$), mind a mérések pontatlanságából eredő véletlen hibát ($\Delta x_{\text{vél}}$), és az alábbi képlettel számítható ki:: $\Delta x = \Delta x_{\text{műsz}} + \Delta x_{\text{vél}}$.

Jegyezzétek meg! A fenti képletek nagyon leegyszerűsítettek. A tudósok a hibák meghatározására ezeknél jóval bonyolultabb képleteket és számítási módszereket használnak.

2. táblázat. Egyes fizikai mérőeszközök abszolút hibái

Fizikai mérőeszköz	Skála beosztásértéke	Abszolút hiba
Tanulói vonalzó	1 mm	±1 mm
Mérőszalag	0,5 cm	±0,5 cm
Tolómérce	0,1 mm	±0,05 mm
Mérőhenger	1 ml	±1 ml
Stopperóra	0,2 s	±1 s 30 min alatt
Tanulói dinamométer	0,1 N	±0,05 N
Laboratóriumi hőmérő	1 °C	±1 °C

5 Hogyan határozhatók meg a közvetett mérések hibái

Sok fizikai mennyiséget lehetetlen közvetlenül megmérni. *Közvetett mérésük kétlépcsős*: 1) közvetlen mérésekkel meghatározzák egyes mennyiségek értékét, például x és y; 2) képlet segítségével kiszámítják a keresett f mennyiséget.

Hogyan határozható meg ebben az esetben a Δf abszolút és az ε_f viszonylagos hiba?

- A relatív hibát meghatározott képletekkel számítják ki (lásd a 3. táblázatot).
- Az abszolút hibát a relatív hiba alapján határozzák meg:

$$\Delta f = \varepsilon_f \cdot f_{\text{mért}}$$

- Ha olyan kísérletet végeznek, amiből meg szeretnék tudni, hogy teljesül-e egy bizonyos egyenlőség (például $X = Y$), akkor az $X = Y$ egyenlet kísérleti ellenőrzésének relatív hibáját a következő képlet alapján értékelik:

$$\varepsilon = \left| \frac{X}{Y} - 1 \right| \cdot 100\,\%$$

3. táblázat. Relatív hiba meghatározására szolgáló képletek

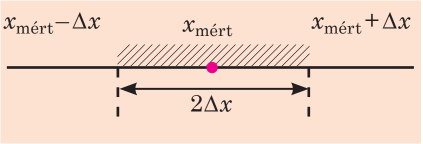
A függvény alakja	Relatív hiba
$f = x + y$	$\varepsilon_f = \dfrac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
$f = x - y$	$\varepsilon_f = \dfrac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
$f = xy$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = \dfrac{x}{y}$	
$f = x^n$	$\varepsilon_j = n\varepsilon_x$

6 Hogyan írjuk fel helyesen a mérések eredményeit

A kísérlet abszolút hibáját az a pontosság határozza meg, amellyel ésszerű elvégezni a mért mennyiség kiszámítását.

A Δx abszolút hibát általában *az egyetlen értékes számjegyre kerekítik felfelé,* az $x$mért mérési eredményt pedig ugyanarra a helyi értékre, amely az abszolút hibában szerepel a kerekítés után. Az x mennyiség értékének végső eredményét a következő alakban tüntetik fel:

$$x = x_{\text{mért}} \pm \Delta x$$

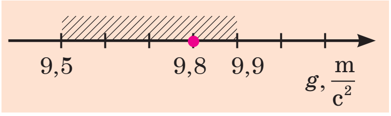


2.4. ábra. A kísérlet abszolút hibája azt az intervallumot határozza meg, amelyben a mérendő mennyiség valódi értéke található

Az abszolút hiba pozitív mennyiség, ezért az $x = x$mért $+ \Delta x$ a mérendő mennyiség *legnagyobb,* az $x = x$mért $- \Delta x$ pedig *a legkisebb valószínű értéke* (2.4. ábra).

Példa. Tegyük fel, hogy a szabadesés g gyorsulását mérték. A kapott kísérleti eredmények alapján megkapták a középértéket: $g_{\text{mért}} = 9{,}736$ m/s^2. Az abszolút hiba $\Delta g = 0{,}123$ m/s^2 lett.

Az *abszolút hibát* egyetlen értékes számjegyre kell felfelé kerekíteni: $\Delta g = 0{,}2$ m/s^2. Akkor a *méréseredményt* is ugyanarra a helyi értékre kell kerekíteni, mint a hiba helyértéke, azaz tizedekre: $g$mért $= 9{,}7$ m/s^2. A *kísérlet eredményét* a $g = (9{,}7 \pm 0{,}2)$ m/s^2 alakban adjuk meg. A szabadesés gyorsulásának valódi értéke a 9,5 m/s^2 és 9,9 m/s^2 intervallumban található (2.5. ábra).



2.5. ábra. A szabadesés gyorsulásának táblázati értéke $g_{\text{tábl}} = 9{,}8$ m/s^2 a [9,5; 9,9] intervallumban található, ezért elmondhatjuk, hogy a kapott értékek a *mérési hibahatáron belül vannak, és megfelelnek a táblázatinak*

Összegezés

- A fizikai kutatás a természeti jelenségek és tulajdonságok célirányos tanulmányozása a fizika eszközeivel. Kétféle fizikai kutatás létezik: elméleti és kísérleti. Bármilyen elméleti kutatás alapja egy idealizált objektum – a fizikai modell.
- A fizikai mennyiségek mérése közben fellépő hibákat két csoportra osztják: véletlenekre, amelyek a mérés folyamatával állnak összefüggésben, illetve rendszeresekre, amelyet a mérőműszer kiválasztása határoz meg.
- A kísérlet abszolút hibáját az az intervallum határozza meg, amelyben a mért mennyiség valódi értéke található és a következő képlettel határozható meg: $\Delta x = \Delta x_{\text{vél}} + \Delta x_{\text{műsz}}$. A relatív hiba a mérés minőségét jellemzi és az abszolút hiba, valamint a mért mennyiség középértékének százalékban megadott hányadosával egyenlő: $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{mért}}} \cdot 100\,\%$.

Ellenőrző kérdések

1. Nevezzétek meg a fizikai kutatás fő módszereit! Mondjatok példákat! **2.** Soroljatok fel fizikai modellek példáit! Miért idealizált objektum a fizikai modell? **3.** Soroljátok fel a SI rendszer alapegységeit és azok mértékegységeit! **4.** Milyen mérési hibákat ismertek? **5.** Hogyan határozható meg a mérés véletlen hibája? **6.** Minek a segítségével határozható meg a mérés abszolút rendszeres hibája? **7.** Mit nevezünk a mérés viszonylagos hibájának? **8.** Hogyan kerekítik és írják fel helyesen a mérések eredményeit?

2. gyakorlat

1. A mechanikai energia megmaradási törvényének bizonyítása céljából kísérletet végeztek. E szerint a testek energiájának középértéke a kölcsönhatás előtt 225 J volt, utána pedig 243 J. Becsüljétek meg a kísérlet relatív hibáját!

2. A vezeték átmérőjének tolómércével történő meghatározása során négy mérést végeztek, és a következő eredményeket kapták: d_1 = 2,2 mm; d_2 = 2,1 mm; d_3 = 2,0 mm; d_4 = 2,0 mm. 1) Számítsátok ki a vezeték átmérőjének átlagértékét, a mérés véletlen hibáját, a mérések abszolút és relatív hibáját! 2) A kapott eredményeket kerekítsétek ki, majd írjátok le!

3. §. SKALÁRIS ÉS VEKTORMENNYISÉGEK

L. D. Landau
(1908–1968)
Nobel-díjas fizikus

A tudósok már régen megértették, hogy a természet leírásához a matematika nyelvét kell használni. Tulajdonképpen a matematika egyes fejezeteit azért teremtették meg, hogy tömör és érthető nyelven leírják a természetet. A pillanatnyi sebesség, a változó erő munkája, a szabálytalan formájú test térfogata meghatározására létrehozták az integrál- és differenciálszámítás. Sok fizikai folyamat szemléletesebbé tételéhez megtanulták a függvényábrázolást, a kísérleti eredmények gyors feldolgozására pedig a közelítő számításokat. Felidézünk néhány fontos matematikai fogalmat és módszert, amelyek nélkül nem boldogultok a 10. osztályos fizika tanulmányozása során.

1 Skaláris és vektormennyiségek

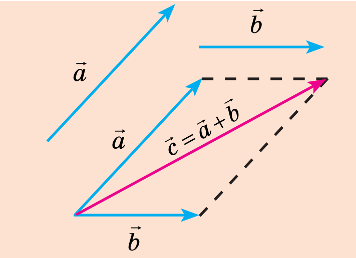
A fizikai jelenségek és testek mennyiségi jellemzésére használt fizikai mennyiségek két nagy osztályra oszthatók: *skaláris* és *vektormennyiségekre.*

A skaláris mennyiségekhez vagy skalárokhoz *(scalaris – lat.* lépcsőzetes, fokozatos) tartoznak azok a mennyiségek, amelyeket egyetlen érték jellemez. Például a test tömege skaláris mennyiség, és ha azt mondjuk, hogy a test tömege 2 kilogrammal egyenlő (m = 2 kg), akkor teljes mértékben meghatározzuk ezt a mennyiséget. *Két skaláris mennyiséget összeadni annyit jelent, mint összeadni az azonos mértékegységben megadott* értéküket. Természetesen csak azonos skalárokat lehet összeadni (például nem adható össze a tömeg az idővel, a sűrűség a munkával).

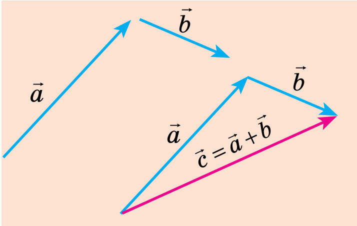
A *vektormennyiségek* meghatározásához nemcsak a nagyságukat, de az irányukat is ismerni kell. *A vektor* (a *vector* – lat. hordozó) *irányított szakasz, vagyis olyan szakasz, amelynek hossza és iránya is van.* Az irányított szakasz hosszát a *vektor abszolút értékének* nevezzük. A vektormennyiségeket a görög és a latin ábécé betűivel jelölik, amelyek fölé nyilat rajzolnak vagy félkövér betűket használnak.

Például a sebességet így jelölik: $\vec{v}$ vagy $\boldsymbol{v}$, a sebességvektor modulusát pedig v-vel.

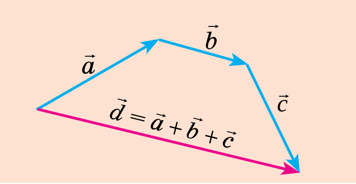
A vektorok összeadásának (kivonásának) szabályai különböznek a skaláris mennyiségek összeadásának (kivonásának) szabályaitól.



3.1. ábra. Két $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektor összegének meghatározása paralelogramma-szabály alapján: $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$



3.2. ábra. Két $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektor összegének meghatározása a háromszögszabály alapján: $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$

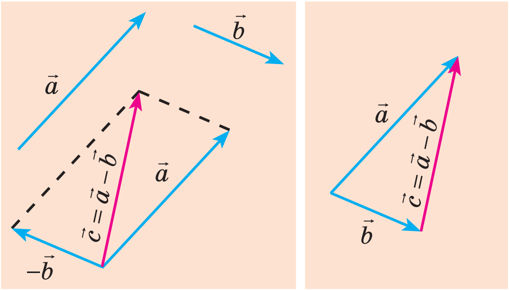


3.3. ábra. Három $\vec{a}$, $\vec{b}$, és $\vec{c}$ vektor összegének meghatározása: $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

Két vektor összegét a *paralelogramma vagy a háromszögszabály szerint határozzák* meg (3.1. és 3.2. ábrák). A 3.3. ábrán látható két vektor összegének, a 3.4 ábrán két vektor különbségének a meghatározása.

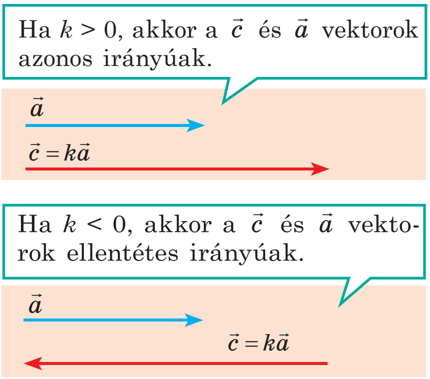
Az $\vec{a}$ vektormennyiség skaláris k mennyiséggel történő szorzásakor a $\vec{c}$ vektort kapjuk (3.5. ábra).

Jegyezzétek meg! A skaláris és vektormennyiségek szorzatának egységét úgy határozzák meg, mint a vektormennyiség és a skaláris mennyiség egységének szorzatát. Tegyük fel, hogy meg kell határozni annak a repülőgépnek az elmozdulását, amelyik 0,5 óráig repült észak felé állandó 500 km/h sebességgel. Az elmozdulásvektor képlete $\vec{s}=\vec{v}t$. Mivel $t > 0$ ezért az $\vec{s}$ elmozdulásvektor a $\vec{v}$ sebességvektor irányába mutat, az elmozdulásvektor abszolút értéke pedig $s = vt$ = 500 km/h·0,5 h = 250 km.



a b

3.4. ábra. Két vektor különbségének meghatározása két módszerrel: *a*) az $\vec{a}$ vektorhoz hozzáadják a $\vec{b}$ ellentett vektorát, vagyis: $\vec{c}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)\Rightarrow$ $\Rightarrow\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$; ; *b*) az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorokat úgy helyezik el, hogy egy pontból induljanak ki, a $\vec{c}$ vektor, amelyik a $\vec{b}$ vektor végpontját összeköti az $\vec{a}$ vektor végpontjával, megegyezik az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok különbségével, vagyis $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$



3.5. ábra. Az $\vec{a}$ vektor *k* skalárissal történő szorzatának meghatározása: a $\vec{c}$ vektor abszolút értéke egyenlő a skaláris abszolút értékének és az $\vec{a}$ vektor modulusának a szorzatával, vagyis $c=|k|a$

2 Hogyan határozható meg a vektor koordinátatengelyre eső vetülete

A vektorokkal sokkal bonyolultabb matematikai műveleteket végezni, mint a skaláris mennyiségekkel, ezért a feladatok megoldása során a vektoros fizikai mennyiségekről áttérnek a koordinátatengelyre eső vetületeikre.

Feküdjön az $\vec{a}$ vektor az *XOY* síkban (3.6 ábra). Az *A* pontból (az $\vec{a}$ vektor kezdete) és a *B* pontból (az $\vec{a}$ végpontja) merőlegeseket bocsátunk az *OX* tengelyre. Ezeknek a merőlegeseknek a végpontjai – A_1 és B_1 pontok – az *A* és *B pontok OX tengelyre eső vetületei*, az A_1B_1 szakasz pedig – az $\vec{a}$ *vektor OX tengelyre eső vetülete*. A vektor vetületét ugyanazzal a betűvel jelölik, mint magát a vektort, az alsó indexben jelölve a tengelyt, például: a_x. Ha az $\vec{a}$ vektor végpontjaiból merőlegeseket bocsátunk az *OY* tengelyre, akkor az A_2B_2 szakaszt, vagyis az vektor *OY* tengelyre eső vetületét kapjuk (a_y).

A vektor vetületének előjele a vektor és a koordinátatengely irányától függ. A vektor tengelyre eső vetületét *pozitívnak* tekintjük, ha a vektor vetületének kezdőpontjától a vektor vetületének végpontjáig a tengely irányában kell haladni; a vektor vetülete negatív, ha a vektor vetületének kezdőpontjától a vektor vetületének végpontjáig a tengely irányával szemben kell haladni (lásd a 3.6. ábrát).

Általános esetben a vektor vetületét egyszerű geometriai módszerekkel határozzák meg (3.7. *a* ábra). A gyakorlatban gyakran előfordulnak olyan esetek, amikor a vektor párhuzamos vagy éppen merőleges a koordinátatengelyre. Ha a vektor párhuzamos a koordinátatengellyel, iránya pedig megegyezik a tengely irányával, akkor vetülete erre a tengelyre pozitív és egyenlő a vektor abszolút értékével (3.7. *b* ábra). Ha a vektor iránya ellentétes a tengely irányával, akkor a vetülete erre a tengelyre megegyezik a vektor ellentett előjellel vett abszolút értékével (3.7. *c* ábra). Ha a vektor merőleges a koordinátatengelyre, akkor a vetülete erre a tengelyre nullával egyenlő (3.7. *d* ábra).

A vetületek nagyon fontos tulajdonsága, *hogy két* (3.8. ábra) *vagy több vektor vetülete a koordinátatengelyre egyenlő ezen vektorok adott tengelyre eső* *vetületeinek algebrai összegével.* Épp ez a tulajdonság teszi lehetővé azt, hogy az egyenletben a vektormennyiségeket felcseréljük a vetületeikkel – vagyis skaláris mennyiségekkel – és a továbbiakban az így kapott egyenletet már a megszokott algebrai módszerekkel oldjuk meg.

Összegezés

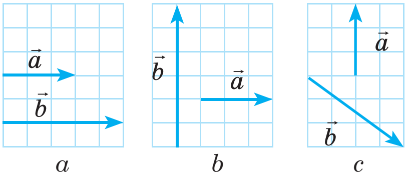
- A fizikai mennyiségeket skalárisokra és vektormennyiségekre osztják.
- Két skaláris mennyiséget összeadni annyit jelent, mint összeadni az azonos egységben megadott értéküket.
- A vektormennyiségek értékkel (modulussal) és iránnyal rendelkeznek.
- A vektorok összeadását paralelogramma- és háromszögszabály szerint határozzák meg.

Ellenőrző kérdések

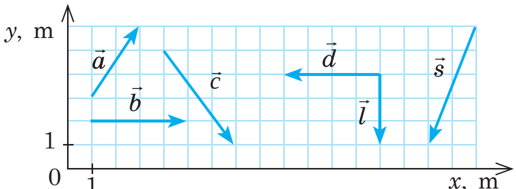
1. Milyen fizikai mennyiségeket nevezünk skalárisoknak? Vektormennyiségeknek? Hozzatok fel példákat! **2.** Hogyan végezhető el a vektorok összeadása? Kivonása? Skaláris mennyiséggel történő szorzása? **3.** Hogyan határozható meg a vektorok vetülete a különböző koordinátatengelyekre?

3. gyakorlat

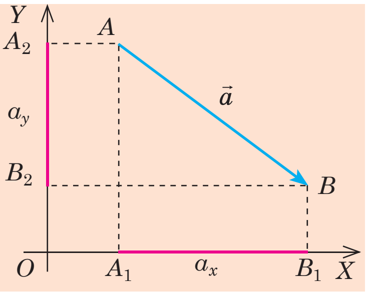
1. Össze lehet-e adni a területet és térfogatot? Az impulzusvektort és energiavektort? A sebesség- és erővektorokat? Energiát és munkát? Miért?
2. Rajzoljátok át a füzetbe az 1. ábrát! Minden esetben határozzátok meg a két vektor összegét és különbségét!
3. Határozzátok meg a vektorok koordinátatengelyekre eső vetületét (2. ábra)!



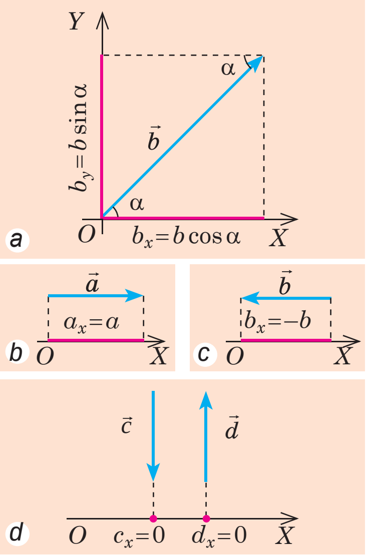
1. ábra



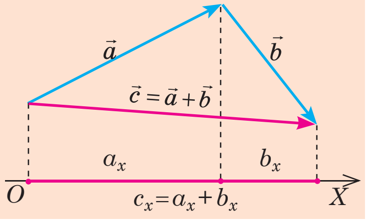
2. ábra



3.6. ábra. A vektor koordinátatengelyekre eső vetületeinek meghatározása: a_x – az $\vec{a}$ vektor OX tengelyre eső vetülete, $a_x > 0$; a_y – az $\vec{a}$ vektor OY tengelyre eső vetülete, $a_y < 0$



3.7. ábra. A vektor koordinátatengelyekre eső vetületeinek meghatározása



3.8. ábra. A vektorok összegének vetülete egyenlő a vektorok vetületének összegével: ha $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, akkor $c_x = a_x + b_x$

I. FEJEZET MECHANIKA

1. RÉSZ. KINEMATIKA

4. §. A MECHANIKA FŐ FELADATA. A KINEMATIKA ÁBÉCÉJE

Képzeljétek el, hogy balesetveszély alakul ki, amikor egy sínpáron két vonat halad: a tehervonat 50 km/h sebességgel mozog, az őt 1 km távolságra követő gyorsvonat sebessége pedig 70 km/h. A gyorsvonat vezetője észreveszi az előtte haladó szerelvényt, és fékezni kezd. Vajon bekövetkezik a baleset? Mennyi időre van szüksége a gyorsvonatnak a megálláshoz? Mekkora utat tesz meg ezen idő alatt a tehervonat? Mennyi a gyorsvonat megállásához szükséges minimális távolság? Mitől függ mindez? Ezekre a kérdésekre és még sok minden másra felel a fizika *Mechanika* című fejezete

1 Mit tanulmányoz a mechanika

Mechanika – az anyagi testek mechanikai mozgásáról és az eközben végbemenő kölcsönhatásokról szóló tudomány.

A **mechanika fő feladata** az anyagi testek mechanikai mozgására, a testek kölcsönhatására vonatkozó törvények feltárása, a test viselkedésének előrejelzése a mechanika törvényei alapján, a test mechanikai helyzetének (koordinátáinak és sebességének) meghatározása bármely időpontban (4.1. ábra).

A mechanika több fejezetből áll, többek között **kinematikából**, *ami a mechanikának az a fejezete, amely a testek mozgását tanulmányozza, miközben nem foglalkozik a mozgást kiváltó okokkal.* Másképpen fogalmazva, a kinematika nem felel az olyan típusú kérdésekre, mint „Miért kell 2 km ahhoz, hogy a gyorsvonat megálljon?”, csupán a mozgás leírásával foglalkozik.

A *mozgás változásának okait a mechanika részét képező* **dinamika** vizsgálja.

2 A vonatkoztatási rendszer összetevői

A **mechanikai mozgás** a test vagy részeinek más testekhez viszonyított térbeli helyzetváltoztatása az idő múlásával.

Vonatkoztatási testnek az olyan testet nevezzük, amely az adott feladat feltételei mellett mozdulatlannal tekinthető, és amelyhez képest az adott feladatban vizsgálandó többi test mozgását tanulmányozzák. Hogy meghatározhassák a test helyzetét a térben egy adott pillanatban, a vonatkoztatási testet *egy, két vagy három koordinátatengellyel megadott koordinátarendszerrel*, valamint *az idő mérésére szolgáló eszközzel (órával, stopperrel)* kötik össze.

4.1. ábra. A kereszteződésben nem történik baleset, mivel a közlekedés résztvevői helyesen oldották meg a mechanika alapfeladatát

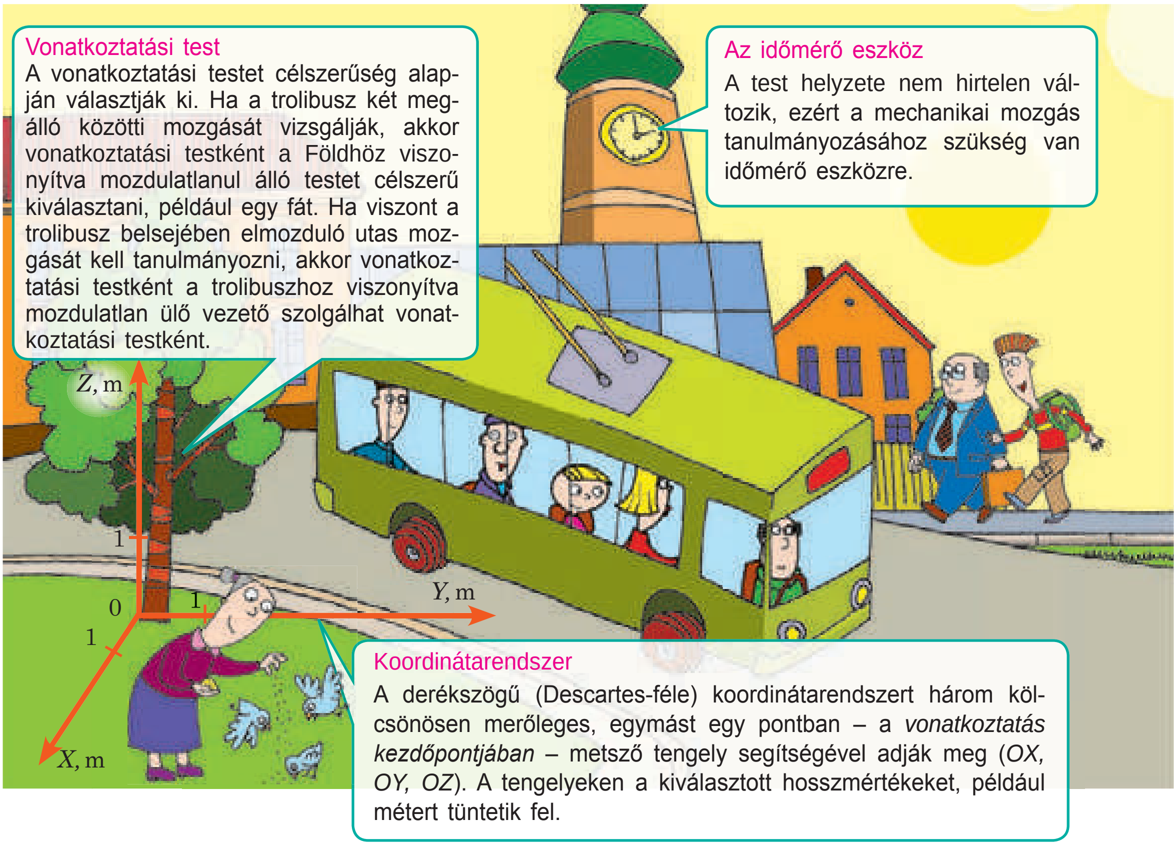
A vonatkoztatási test, a vele összekötött koordinátarendszer és időmérő eszköz alkotja a **vonatkoztatási rendszert** (4.2. ábra).

Amíg nem választják ki a vonatkoztatási rendszert, addig nem állíthatják, hogy a test mozog vagy nyugalmi állapotban van. Például a trolin ülő utasok egymáshoz viszonyítva mozdulatlanok, de az úttesthez viszonyítva a trolibusszal együtt mozognak.

? Vizsgáljátok meg a 4.2. ábrát! Nevezzétek meg a mechanikai mozgást végző testeket vagy azok részeit! Milyen testekhez viszonyítva vizsgáltátok a mozgást?

3 Mikor hagyhatók figyelmen kívül a test méretei

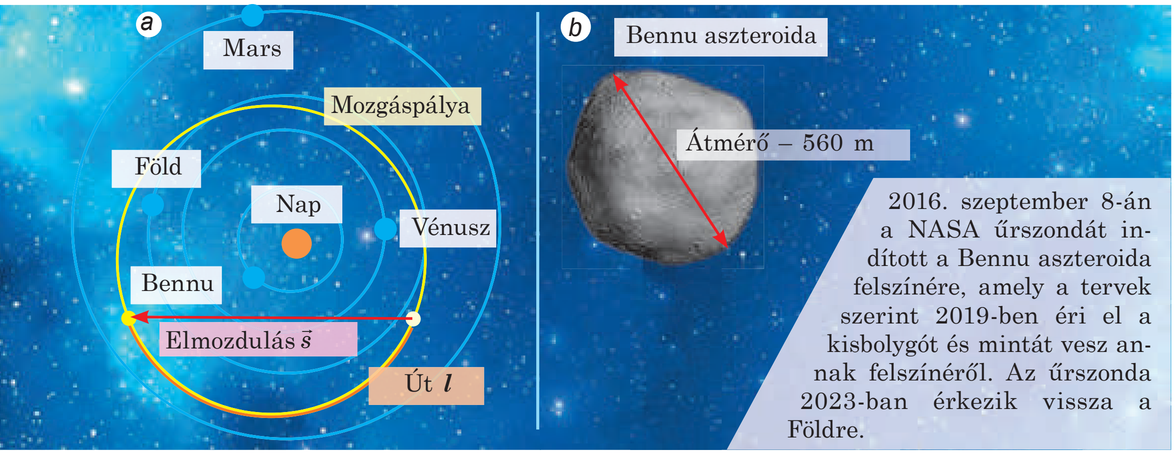
Bármilyen fizikai test nagyszámú apró részecskéből áll. Például 1 cm^3 vízben közel $3{\cdot}10^{22}$ számú molekula található. Ez a Föld lakosságának ($7{,}6{\cdot}10^9$, vagy 7,6 milliárd lakos) a többszöröse. Ha szigorúan vesszük, akkor a test térbeli helyzetének a meghatározásához tudni kell minden egyes részecskéjének a helyzetét. Vajon hogyan oldható meg a mechanika alapfeladata? Az előző osztályok fizika tananyagából már tudjátok, hogy a testet gyakran cserélik le feltételesen annak fizikai modelljével – az *anyagi ponttal*. Az anyagi pontnak nincs mérete, tömege pedig a test tömegével egyenlő.



4.2. ábra. A vonatkoztatási rendszer összetevői: vonatkoztatási test, koordinátarendszer, időmérő szerkezet

Az **anyagi pont** a test olyan fizikai modellje, amelynek méretei az adott feladat feltételei szerint elhanyagolhatók.

Egyazon test az egyik feladatban tekinthető anyagi pontnak, míg a másikban nem (lásd a 4.3. ábrát). *Továbbá, ha egyéb kikötés nincs, akkor a test mozgásának tanulmányozása és koordinátáinak meghatározása során az adott test anyagi pontnak tekinthető.*



4.3. ábra. A Bennu aszteroida orbitális mozgását vizsgálva figyelmen kívül hagyható a mérete, és anyagi pontnak tekinthető (*a*); ha az aszteroidára robot fellövését tervezik, akkor a mérete nem elhanyagolható (*b*)

A **mozgáspálya** *olyan képzeletbeli vonal, amelynek sorban minden egyes pontjában előfordult a test a térben való mozgása során.* Például a Bennu aszteroida mozgáspályája ellipszis (a 4.3. *a* ábrán sárga vonal jelzi).

Hogy meghatározzuk az aszteroida által három földi hónap alatt megtett mozgáspálya hosszát, kiszámítjuk az aszteroida által a megadott idő alatt megtett l utat ($l \approx 262$ millió km) (a 4.3. *a* ábrán narancssárga vonallal jelölték). Az út *fizikai mennyiség, amely egyenlő a mozgáspályával vagy annak bizonyos szakaszával.*

4 Elmozdulás. Az elmozdulás vetülete

Irányított szakasszal (vektorral) összekötjük az aszteroida helyzetét a megfigyelés kezdetének és befejezésének pillanatában (lásd a 4.3, *a* ábrát). Ez a vektor az aszteroida elmozdulása adott időintervallumban.

Az $\vec{s}$ **elmozdulás** olyan vektormennyiség, amelyet grafikusan a test kezdőpontját a végpontjával összekötő irányított egyenes szakasszal ábrázolnak.

Az elmozdulás megadottnak tekinthető, ha ismeretes annak iránya és abszolút értéke. Az elmozdulás abszolút értéke s – az elmozdulásvektor hossza. *Az elmozdulás mértékegysége a SI rendszerben* a **méter**:

$$[s] = 1\text{ m (m)}^*.$$

* Тут і далі в дужках наведено міжнародні позначення одиниць СІ.

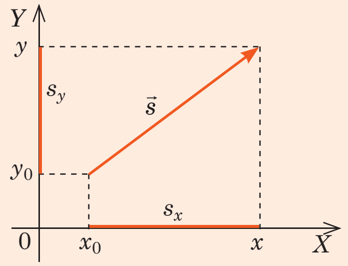
Általános esetben az elmozdulásvektor nem esik egybe a test mozgáspályájával: a test által megtett út hosszabb, mint az elmozdulás abszolút értéke (lásd a 4.3. *a* ábrát). Az út és az elmozdulás modulusa abban az esetben egyenlő, ha a test változatlan irányban egyenes vonal mentén halad.

Mondjatok példákat testek mozgására, amikor:
a) az út egyenlő az elmozdulás modulusával;
b) az út nagyobb az elmozdulás abszolút értékénél;
c) az elmozdulás abszolút értéke nulla!

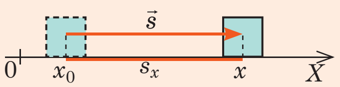
Ha ismertek a test kezdeti koordinátái és adott idő alatt történt elmozdulása, akkor meghatározható a test helyzete tetszőleges pillanatban, azaz *megoldható a mechanika fő feladata.* Azonban meglehetősen nehézkes vektor alakban megadott képletekkel számolni, hiszen ebben az esetben folyamatosan figyelembe kell venni a vektorok irányát. Ezért a feladatok megoldása során a *vektoroknak a koordinátatengelyekre szerkesztett vetületeit használják (4.4. ábra).*

- A test koordinátái bármely pillanatban a következő képlettel határozhatók meg:

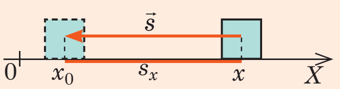
$$x = x_0 + s_x\,; \quad y = y_0 + s_y$$



- $s_x = s$, ha az elmozdulás iránya megegyezik a koordinátatengely irányával



- $s_x = -s$, ha az elmozdulás iránya ellentétes a koordinátatengely irányával

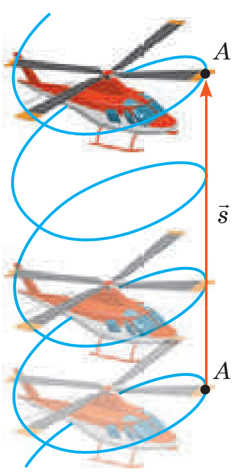


4.4. ábra. Test helyzetének meghatározása koordináta módszerrel

5 Miben rejlik a mechanikai mozgás viszonylagossága

A test mozgásának pályája, a megtett út, az elmozdulás, tehát a test sebessége is a kiválasztott vonatkoztatási rendszertől függ – ebben rejlik a **mechanikai mozgás viszonylagossága**.

Győződjetek meg a mechanikai mozgás viszonylagosságáról: vizsgáljátok meg a helikopter forgószárnyán (propellerjén) található *A* pont mozgását a helikopter függőleges emelkedése során, megállapodva, hogy a forgószárny a megfigyelés ideje alatt három fordulatot végez (4.5. ábra)!



„Helikopter” vonatkoztatási rendszer
- az *A* pont mozgáspályája körvonal;
- az *l* megtett út – három körvonal hossza: $l = 3 \cdot 2\pi R$;
- az elmozdulás abszolút értéke: $s = 0$.

„Föld” vonatkoztatási rendszer
- az *A* pont mozgáspályája spirálvonal;
- az *l* megtett út a spirál hossza;
- az elmozdulás abszolút értéke *s* – a magasság, amelyre a helikopter felemelkedik: $s = h$

4.5. ábra. A helikopter mozgáspályája, az általa megtett út és elmozdulás különböző vonatkoztatási rendszerekben

Számunkra nyilvánvaló, hogy a test mozgásának ideje nem függ a vonatkoztatási rendszer kiválasztásától. Vagyis a *két esemény közötti időintervallum mindegyik vonatkoztatási rendszerben azonos értékű.* Ez az állítás a klasszikus mechanika egyik legfontosabb axiómája. Ez valójában csak abban az esetben van így, amikor a test sebessége jóval kisebb a fénysebességnél (a *klasszikus mechanika* az ilyen sebességű mozgásokat vizsgálja).

- Ha a test sebessége összevethető a fénysebességgel, akkor az ilyen test számára az idő lelassul. Az ilyen sebességgel rendelkező test mozgását a *relativisztikus mechanika* tanulmányozza.

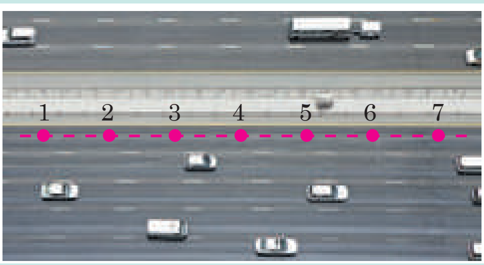
6 Felidézzük a mechanikai mozgás típusait

Már tudjátok, hogy a *mozgás jellege* alapján lehet *egyenletes* és *változó*, a *mozgáspálya formája alapján egyenes- és görbe vonalú.*

Figyelmesen vizsgáljátok meg az alábbi táblázatot és határozzátok meg az egyes mechanikai mozgásokat: egyenes vonalú egyenletes, görbe vonalú egyenletes, egyenes vonalú változó, változó görbe vonalú! Mondjatok saját példákat az említett mozgástípusokra (a piros pontok a test helyzetét jelzik azonos időintervallumokban)!

Egyenletes mozgás – olyan mozgás, melynek során az anyagi pont azonos időközök alatt azonos elmozdulás végez

Egyenes vonalú mozgás
Mozgáspálya – egyenes vonal

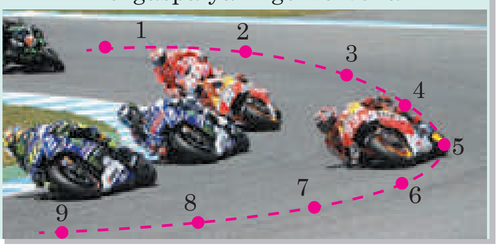


Görbe vonalú mozgás
Mozgáspálya – görbe vonal

Változó mozgás – olyan mozgás, melynek során az anyagi pont azonos időközök alatt különböző elmozdulást végez

Egyenes vonalú mozgás
Mozgáspálya – egyenes vonal

Görbe vonalú mozgás
Mozgáspálya – görbe vonal



Összegezés

• A mechanika az anyagi testek mechanikai mozgásáról és az eközben végbemenő kölcsönhatásokról szóló tudomány. A mechanika fő feladata az anyagi testek mechanikai mozgására, a testek kölcsönhatására vonatkozó törvények feltárása, a test viselkedésének előrejelzése a mechanika törvényei alapján, a test mechanikai állapotának meghatározása bármely időpontban.

• A mechanikai mozgás a test vagy részeinek más testekhez viszonyított térbeli helyzetváltoztatása az idő múlásával. A mechanikai mozgásról szóló feladatok megoldásához ki kell választani a vonatkoztatási rendszert: a vonatkoztatási testet, valamint a vele kapcsolatos koordinátarendszert és az időmérő eszközöket.

• Az anyagi pont a test olyan fizikai modellje, amelynek méretei az adott feladat feltételei szerint elhanyagolhatók. Az anyagi pont tömege azonos a test tömegével.

Az anyagi pont térbeli mozgásának vonalát mozgáspályának nevezzük.

Az anyagi pont koordinátái a kétdimenziós koordinátarendszerben a következő képlettel határozhatók meg: $x = x_0 + s_x$; $y = y_0 + s_y$.

• Az l út fizikai mennyiség, amely számbelileg egyenlő az anyagi pont által meghatározott idő alatt megtett mozgáspálya hosszával.

Az $\vec{s}$ elmozdulás olyan vektormennyiség, amelyet grafikusan a test kezdőpontját a végpontjával összekötő irányított egyenes szakasszal ábrázolnak.

Az elmozdulás mértékegysége a SI rendszerben a méter (m).

• A test mozgásának pályája, a megtett út, az elmozdulás és a test sebessége is a kiválasztott vonatkoztatási rendszertől függ – ebben rejlik a mechanikai mozgás viszonylagossága.

Ellenőrző kérdések

1. Mit tanulmányoz a mechanika? **2.** Mi a mechanika fő feladata? **3.** Határozzátok meg a mechanikai mozgás fogalmát! **4.** Mondjatok példákat különféle mechanikai mozgásokra! **5.** Soroljátok fel a vonatkoztatási rendszer összetevőit! **6.** Milyen koordinátarendszer-típusokat ismertek? **7.** A mozgó testet milyen esetekben tekinthetjük anyagi pontnak? Hozzatok fel példákat! **8.** Írjátok le az utat és az elmozdulást a fizikai mennyiség jellemzésének tervezete alapján (lásd a tankönyv belső borítóját)! **9.** Miben rejlik a mechanikai mozgás viszonylagossága? Mondjatok példákat!

4. gyakorlat

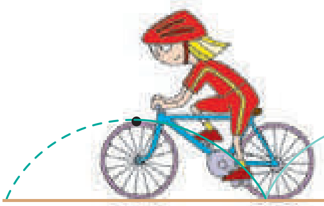
1. Milyen koordinátarendszereket választanátok (egydimenziós, kétdimenziós, háromdimenziós) a következő mozgások leírásához: a lift emelkedése; a csónak mozgása a víz felszínén; a focista mozgása a pályán; lepke repülése; sportoló sítalpon történő ereszkedése a lejtőn?

2. Nevezzetek meg néhány olyan vonatkoztatási rendszert, amelyekhez képest jelen pillanatban mozgásban vagytok! Milyen irányban történik ez a mozgás?

3. Milyen testtel kell összekötni a vonatkoztatási rendszert, hogy az általatok megtett út és elmozdulás bármilyen időpontban nulla legyen? Megfelelő lesz ez a rendszer a mozgásotok leírásához?

4. A gépkocsi olyan kanyarban halad, amit egy 20 m sugarú körvonal félköríve képez. Határozzátok meg a gépkocsi által a kanyarban megtett utat és az elmozdulást!

5. A vízszintesen szálló légballonból kiesett egy kisméretű nehéz tárgy. Milyen lesz a tárgy légballonhoz viszonyított mozgáspályája? A légballont a földről figyelő emberhez viszonyított pályája?



6. A kerékpár kerekének a peremén lévő pont földhöz viszonyított mozgáspályája ciklois (lásd a rajzot). Úgy tartják, hogy a ciklois tulajdonságait elsőként Galileo Galilei tanulmányozta. Kiegészítő információforrás segítségével tudjatok meg többet az említett vonal „mechanikai” tulajdonságairól!

Kísérleti feladat

Mobileszköz és megfelelő alkalmazás segítségével szerkeszszétek meg az általatok kiválasztott útvonalat az otthonotok és az iskola között! Határozzátok meg az eközben megtett utat, az elmozdulás irányát és abszolút értékét!

5. §. SEBESSÉG. ÁTLAG- ÉS PILLANATNYI SEBESSÉG. AZ ELMOZDULÁSOK ÉS SEBESSÉGEK ÖSSZEADÁSÁNAK TÖRVÉNYEI

Úsztatok-e már át gyors sodrású folyót? Nagyon nehéz úgy átúszni, hogy a másik partot azzal szemben érjétek el, ahol bementetek a vízbe. Próbáltatok már lemenni a felfelé haladó mozgólépcsőn? Nem egyszerű. Sokkal gyorsabban lehet leérni, ha a mozgásotok iránya megegyezik a mozgólépcsőével. A felsorolt esetekben két mozgásban vesz részt az ember. Hogyan kell ebben az esetben kiszámítani a mozgási sebességét? Erre kaptok választ ebből a paragrafusból. Először felidézzük, mi a sebesség.

1 Felidézzük a test egyenes vonalú egyenletes mozgását

A mechanikai mozgás legegyszerűbb fajtája – az *egyenes vonalú egyenletes mozgás*.

Az **egyenes vonalú egyenletes mozgás** olyan mechanikai mozgás, amelynek során a test tetszőlegesen kiválasztott egyenlő időközök alatt azonos elmozdulást végez.

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás meghatározásából a következőket állíthatjuk:

- az ilyen mozgás leírásához elegendő egydimenziós koordinátarendszert használni, hiszen a mozgáspálya – egyenes vonal;
- az $\vec{s}$ elmozdulásnak és az ahhoz szükséges t időnek az aránya ilyen mozgás esetében állandó mennyiség, mivel azonos időközök alatt a test azonos elmozdulásokat végez.

Az **egyenes vonalú egyenletes mozgás sebességének** azt a fizikai vektormennyiséget nevezzük, amely a test $\vec{s}$ elmozdulásának és az elmozdulásra fordított t időnek a hányadosával egyenlő:

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

A sebességvektor iránya egybeesik a test elmozdulásának az irányával, a sebesség abszolút értéke és a vetülete a következő képletekkel határozható meg:

$$v = \frac{s}{t}\ ; \qquad v_x = \frac{s_x}{t}$$

A sebesség mértékegysége a SI rendszerben – **méter per másodperc**:

$$[v] = 1 \text{ m/s (m/s)}.$$

A test sebességének képlete alapján meghatározható a test elmozdulása tetszőleges időintervallum alatt:

$$\vec{s} = \vec{v}t$$

Ez a képlet átírható a vetületekre: $s_x = v_x t$ vagy az abszolút értékekre is: $s = vt$. Mivel ebben az esetben a test sebessége az idő függvényében nem változik, ezért a test elmozdulása egyenesen arányos a mozgásidővel:

$$s \sim t; \; s_x \sim t.$$

A mechanika fő feladatának – a test mechanikai állapotának meghatározása bármely pillanatban – a megoldásához felírjuk a koordináták egyenleteit. Mivel $x = x_0 + s_x$, $s_x = v_x t$, az egyenes vonalú egyenletes mozgás esetében a koordináták egyenlete a következőképpen írható fel:

$$x = x_0 + v_x t,$$

ahol x_0 – a kezdeti koordináta; v_x – a sebesség vetülete*; t – a megfigyelés időtartama.

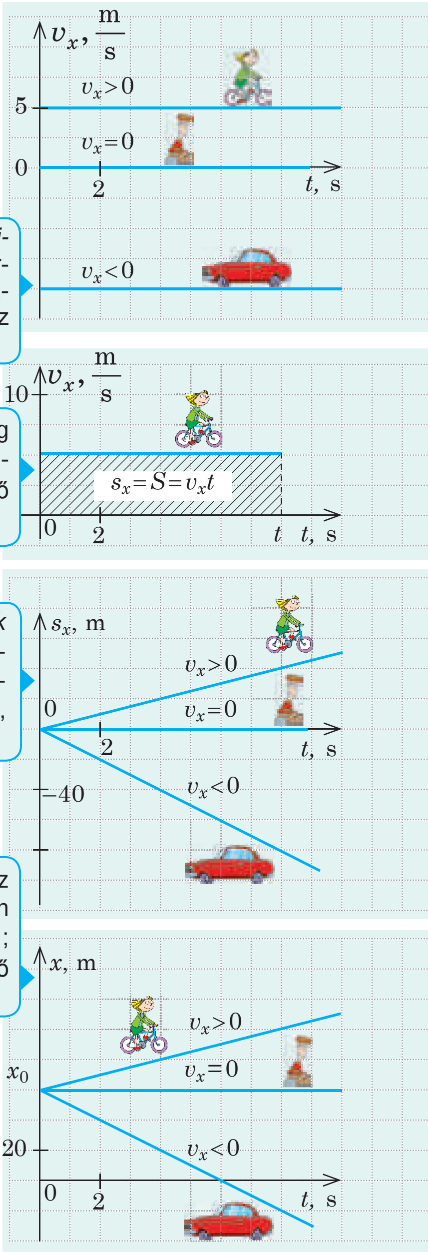
A mozgás leírásához célszerű grafikonokat használni (5.1. ábra) – azok segítségével ugyanolyan részletesen leírható a test mozgása, mint a képletek segítségével vagy szóban.

A *sebesség vetületének grafikonja* – az időtengellyel párhuzamos egyenes egy szakasza, tehát a sebesség az idő múlásával nem változik

Az *elmozdulás* számbelileg egyenlő a sebesség-idő grafikon $v_x(t)$ alatt elhelyezkedő téglalap területével

Az *elmozdulás vetületének grafikonja* – a koordinátarendszer középpontján áthaladó egyenes egy szakasza, mivel $s_x \sim t$

A *koordináták grafikonja* az egyenesnek abban a pontban kezdődő szakasza ($t = 0$; $x = x_0$), ahol az x_0 a kezdő koordináta.



5.1. ábra. Az egyenes vonalú egyenletes mozgás grafikonjai. Gépkocsi és kerékpár az OX tengely hosszában mozog: a kerékpár az OX tengely irányában, a gépkocsi ellentétes irányban. A kiránduló az útszélen ül

? Figyeljétek meg az 5.1. ábrát! Milyen sebességgel mozog a gépkocsi? A kerékpár? Mennyi lesz az elmozdulásuk 4 s megfigyelés alatt? Mekkora lesz a távolság a gépkocsi és a kerékpár között a megfigyelés kezdete utáni 4. másodpercben?

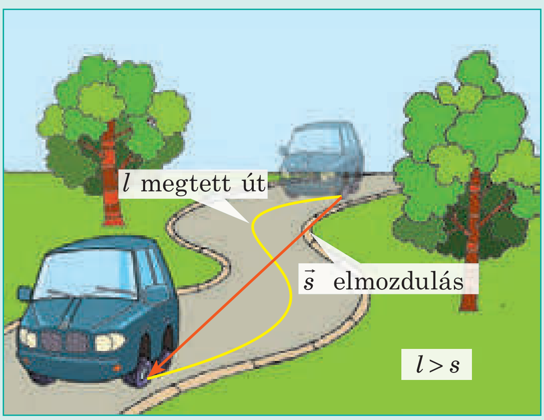
2 Milyen sebességet mutat a sebességmérő

A változó mozgást a *megtett útra vonatkoztatott* átlagsebesség, *a sebességvektor átlagértéke és a pillanatnyi sebesség* jellemzi (lásd a táblázatot a 28–29. oldalakon).

* Itt és a következőkben a sebességnek az alsó index által jelzett tengelyre leképezett vetületéről lesz szó.

A megtett útra vonatkoztatott átlagsebesség, a sebességvektor átlagértéke

Megtett útra vonatkoztatott átlagsebesség	**Sebességvektor átlagértéke**
Skaláris fizikai mennyiség	Fizikai vektormennyiség
A teljes l útnak és az út megtételéhez szükséges t időintervallumnak a hányadosával egyenlő	Az $\vec{s}$ elmozdulásnak és az elmozduláshoz szükséges t időnek az arányával egyenlő
$v_{\text{átl}} = \dfrac{l}{t}\ \dfrac{\text{teljes út}}{\text{megfigyelés ideje}}$	$\vec{v}_{\text{átl}} = \dfrac{\vec{s}}{t} = \dfrac{\text{teljes elmozdulás}}{\text{megfigyelés ideje}}$
Nincs iránya	Az iránya megegyezik az elmozdulás irányával: $\vec{v}_{\text{átl}} \uparrow\uparrow \vec{s}$



Az átlagsebesség ismerete nem elegendő a teljes mozgás leírásához. Lássunk egy példát. A biztonság érdekében Ukrajna településein a járművek megengedett legnagyobb sebessége 50 km/h. Ha a gépkocsivezető 10 percen át 80 km/h sebességgel száguldozik, majd további 10 percen át 20 km/h-val araszol, a jármű átlagsebessége nem haladja meg az 50 km/h-t, noha a sebességkorlátozást megsértette, és a jármű mozgása nem tekinthető biztonságosnak.

A továbbiakban a test sebességét említve a pillanatnyi sebességet fogjuk érteni.

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás esetében a pillanatnyi sebesség változatlan marad és megegyezik a test sebességvektorának átlagértékével. Minden más esetben a test pillanatnyi sebességének változik: az *iránya* görbe vonalú egyenletes mozgás esetében; értéke, egyes esetekben az irány*a* (az iránya esetenként ellentétesre is változhat) egyenes vonalú változó mozgás esetében; *iránya és értéke egyidejűleg* görbe vonalú változó mozgás alkalmával.

❓ Milyen sebességet mutat a sebességmérő: sebességvektor átlagértékét? Megtett útra vonatkoztatott átlagsebességet? Pillanatnyit?

3 Hogyan határozható meg a test sebessége a különböző vonatkoztatási rendszerekhez képest

Megvizsgáljuk a test különböző vonatkoztatási rendszerekhez (VR) viszonyított mozgását. Legyen ez a test egy kutya, amelyik egyenletesen egyenes vonal mentén halad a folyón úszó tutajon (5.2. ábra). Nyilvánvaló, hogy a tutaj *és a pillanatnyi sebesség jellemzése*

Pillanatnyi sebesség

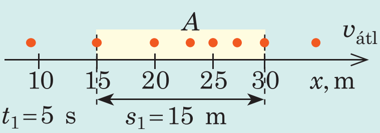
Fizikai vektormennyiség

Az adott pontban és pillanatban mért sebesség; végtelenül kis időintervallumban mért sebességvektor átlagértéke

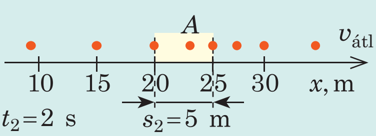
$\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$ $\varnothing\vec{s}$ – végtelenül kis Δt időintervallumban történt elmozdulás ($\Delta t \to 0$)

Az iránya megegyezik az elmozdulás irányával az adott pillanatban: $\vec{v} \uparrow\uparrow \Delta\vec{s}$

Minél kisebb az időintervallum, ami alatt az átlagsebességet mérik, annál jobban közelít az értéke a pillanatnyi sebesség értékéhez (a lenti rajzon az *A* pontban).
A test helyzetei közötti időintervallum 1 s.



$v_{\text{átl }1} = \dfrac{15\text{ m}}{5\text{ s}} = 3\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$



$v_{\text{átl }2} = \dfrac{5\text{ m}}{2\text{ s}} = 2{,}5\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

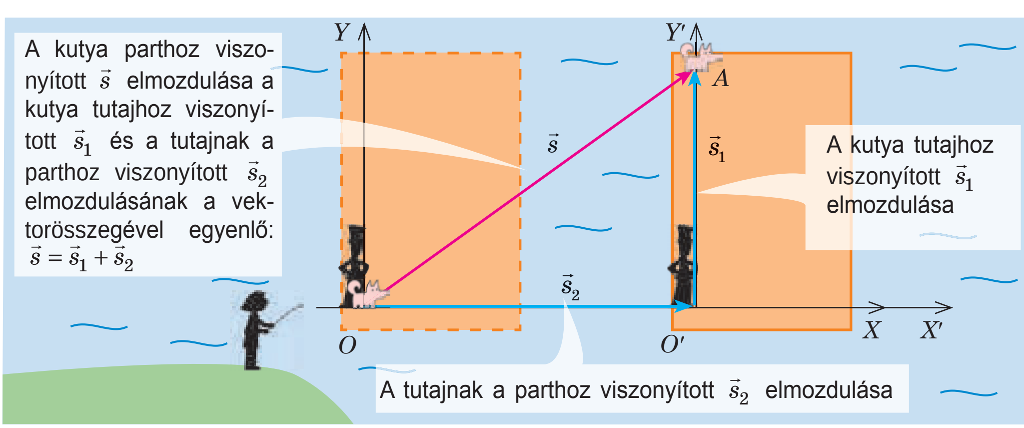
A test egymás utáni helyzetei közötti idő 1 s.

mozgásának sebessége megegyezik a vízfolyás sebességével. Tegyük fel, hogy a kutya mozgását két megfigyelő figyeli: egyikük (a horgász) a folyóparton tartózkodik, másikuk (a kutya gazdája) a tutajon áll. Mindkét megfigyelő méri a kutya elmozdulását és mozgásának idejét. A kutya mozgásának ideje azonos lesz a két megfigyelő számára, de az elmozdulása különbözni fog. Tegyük fel, hogy *t* idő alatt a kutya átfutott a tutaj túlsó szélére.

Az $\vec{s}_1$ elmozdulás, amit a kutya a tutajhoz képest végzett (és amit a megfigyelő megmért), abszolút értékét tekintve megegyezik az *OA* szakasszal és bizonyos szögben hajlik a vízfolyás irányához.

Ezen idő alatt a tutaj a vízfolyás irányában mozgott és a parthoz képest $\vec{s}_2$ távolságot tett meg.

Az 5.2. ábrából láthatjuk: $\vec{s} = \vec{s}_2 + \vec{s}_1$ .Az *XOY* koordinátarendszert a parthoz rendeljük – ez a *mozdulatlan koordinátarendszer.* A tutajhoz az *X'O'Y' mozgó koordinátarendszert* rendeljük.



5.2. ábra. Az elmozdulás és a sebesség összeadásának levezetésére szolgáló rajz

Most megfogalmazhatjuk az **elmozdulások összeadásának törvényét**.

A test $\vec{s}$ elmozdulása a mozdulatlan vonatkoztatási rendszerben egyenlő a test mozgó vonatkoztatási rendszerben történő $\vec{s}$ elmozdulásának és a mozgó vonatkoztatási rendszernek a mozdulatlanhoz képest történő elmozdulásának $\vec{s}_2$ geometriai összegével:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$$

Elosztva az egyenlet mindkét oldalát a mozgás idejével $\left(\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t}\right)$ és figyelembe véve, hogy $\vec{s}\,/\,t = \vec{v}$, megkapjuk a **sebességek összeadásának** törvényét:

A test mozgásának $\vec{v}$ sebessége a mozdulatlan vonatkoztatási rendszerben egyenlő a test mozgó vonatkoztatási rendszerben mért $\vec{v}_1$ sebességének és a mozgó vonatkoztatási rendszernek a mozdulatlanhoz mért $\vec{v}_2$ sebessége geometriai összegével:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Jegyezzétek meg! Mivel a mozgás és a nyugalmi állapot is viszonylagos, ezért a fenti példában a mozdulatlan VR-ként választhattuk volna a tutajhoz rendelt VR-t. Ebben az esetben a parthoz rendelt VR lett volna a mozgó rendszer és mozgásának iránya a folyással lett volna ellentétes irányú.

4 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. A horgász csónakon úgy kel át a folyón, hogy a vízfolyás irányához képest merőlegesen tartja a vízijárművet. A csónak vízhez mért v_1 sebessége 4 m/s, a vízfolyás v_2 sebessége 3 m/s, a folyó l szélessége pedig 400 m. Határozzátok meg: 1) Mennyi t idő alatt kelne át a csónak a folyón, és mennyi $t1$ idő alatt kelne át a csónak a folyón, ha állóvízben haladna; 2) a csónak v sebessége és az s elmozdulása abszolút értékét a parthoz viszonyítva; 3) a vízfolyás irányában milyen s_2 távolságra éri el a csónak a szemközti partot a kiinduló ponthoz képest.

A fizikai probléma elemzése. A mozdulatlan VR-t a Földhöz kötjük, a mozgót pedig a vízhez. Magyarázó rajzot készítünk, amelyen feltüntetjük a sebességvektorokat: a csónak mozgását a parthoz viszonyítva $(\vec{v})$, a csónak mozgását a vízhez viszonyítva $(\vec{v}_1)$, a vízfolyás sebességének irányát $(\vec{v}_2)$.

Adva:
$v_1 = 4$ m/s
$v_2 = 3$ m/s
$l = 400$ m

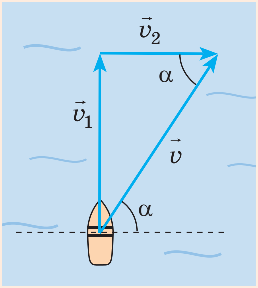
t — ?
t_1 — ?
s — ?
v — ?
s_2 — ?

Megoldás

1)A vízhez rendelt VR-hez viszonyítva a csónak $s1$ távolságot tett meg, melynek abszolút értéke azonos a folyó szélességével: $s_1 = l$. A csónak vízhez viszonyított sebessége $v_1 = \frac{s_1}{t}$. Tehát, a csónak mozgásideje:

$$t = \frac{l}{v_1}; \quad t = \frac{400\,\text{m}}{4\,\text{м/s}} = 100\,\text{s}.$$

Láthatjuk, hogy a csónak mozgásideje nem függ a vízfolyás sebességétől, ezért állóvízben is ugyanennyi időbe telne az átkelés: $t_1 = t = 100$ s.



2) A csónak v sebességének abszolút értékét a parthoz képest a Pitagorasz-tétel segítségével határozható meg:

$$v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}\,;\quad v=\sqrt{4^2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}+3^2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}=\sqrt{25\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}=5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$

A csónak egyenletesen halad, ezért a parthoz viszonyított s elmozdulása:

$$s=vt;\ s=5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 100\,\text{s}=500\,\text{m}.$$

3) Ismerve a csónak t mozgásidejét és a folyó folyásának v_2 sebességét, meghatározzuk azt az s_2 távolságot, amennyire a csónakot a vízfolyás lejjebb sodorta: $s_2=v_2t$;

$s_2=3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 100\,\text{s}=300\,\text{m}.$

Felelet: $t=t_1=1$ min 40 s; $s=500$ m; $v=5$ m/s ; $s_2=300$ m.

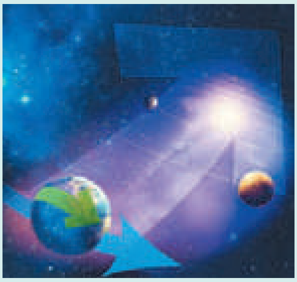
Összegezés

- Az egyenes vonalú egyenletes mozgás olyan mechanikai mozgás, amelynek során a test tetszőlegesen kiválasztott egyenlő időközök alatt azonos elmozdulást végez.
- Egyenes vonalú egyenletes mozgás esetében:
  – a $v_x(t)$ függvény grafikonja az időtengellyel párhuzamos egyenes egy szakasza;
  – a test elmozdulásának vetülete a következő képlettel számítható ki: $s_x=v_xt$; az $s_x(t)$ függvény grafikonja a koordinátarendszer középpontján áthaladó egyenes egy szakasza;
  – a koordináta a következő képlettel határozható meg: $x=x_0+v_xt$.
- Ha a test mozgás változó, akkor a leírásához a következő fogalmakat alkalmazzák: sebességvektor átlagértéke $\left(\vec{v}_{\text{átl}}=\vec{s}/t\right)$; megtett útra vonatkoztatott átlagsebesség $\left(v_{\text{átl}}=l/t\right)$; pillanatnyi sebesség $\vec{v}$ – az adott pontban és pillanatban mért sebesség; végtelenül kis időintervallumban mért sebességvektor átlagértéke: $v=\Delta\vec{s}/\Delta t\ \left(\Delta t\to 0\right)$.
- A test mozgásának $\vec{v}$ sebessége a mozdulatlan vonatkoztatási rendszerben egyenlő a test mozgó vonatkoztatási rendszerben mért $\vec{v}_1$ sebességének és a mozgó vonatkoztatási rendszernek a mozdulatlanhoz mért $\vec{v}_2$ sebessége geometriai összegével: $\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2$.

Ellenőrző kérdések

1. Milyen mozgást nevezünk egyenes vonalú egyenletesnek? **2.** Jellemezzétek az egyenes vonalú egyenletes mozgás sebességét! **3.** Hogyan határozható meg az egyenes vonalú egyenletes mozgást végző test elmozdulása és koordinátája? **4.** Hogyan néznek ki a $v_x(t)$; $s_x(t)$; $x(t)$ függvények grafikonjai egyenes vonalú egyenletes mozgás esetében? **5.** Mit nevezünk a sebességvektor átlagértékének? A megtett útra vonatkoztatott átlagsebességnek? Pillanatnyi sebességnek? **6.** Fogalmazzátok meg az elmozdulások és a sebességek összeadásának törvényeit!

Fizika számokban

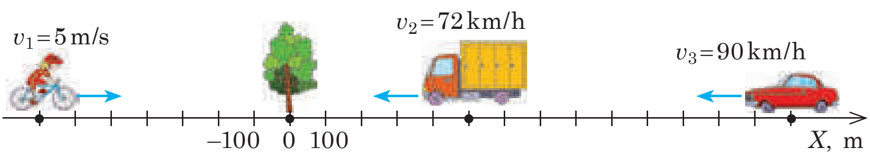


- Fizika számokban 1600 km/h – az egyenlítő pontjainak sebessége; a Föld saját tengelye körüli forgásának eredménye.
- Közel 110 000 km/h – a Föld Nap körüli forgásának sebessége, tehát mindegyikünk sebessége.
- 780 000 km/h fölött – ilyen sebességgel halad a Naprendszer a világűrben a Galaktika középpontjához viszonyítva. Valójában milyen sebességgel mozgunk?

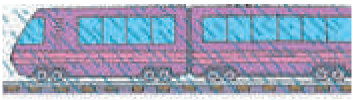
Egyértelmű válasz nincs, minden a vonatkoztatási rendszertől függ.

5. gyakorlat

1. A motorcsónak 10 m/s sebességet fejt ki a vízfolyáshoz képest. A víz áramlási sebessége 1 m/s. Mekkora lesz a motorcsónak sebessége a parthoz képest, ha a vízfolyás irányában halad? Ha vele szemben?
2. A kőrisfa szárnyas magja állandó, 0,3 m/s sebességre tesz szert, gyakorlatilag azonnal, ahogy lehull a fa csúcsáról. A fa tövétől mekkora távolságra ér földet a mag vízszintes, 1 m/s sebességű szélirány esetén, ha a fa magassága 50 méter? Mekkora lesz a mag elmozdulása a Földhöz képest?
3. A cirkuszi ló a porondon egy 6 m sugarú kör íve mentén mozog és közben a körvonal felének megfelelő hosszúságú mozgáspályát tesz meg. A körvonal első negyedét 10 s, míg a másodikat 20 s alatt teszi meg. Határozzátok meg a lónak a megtett útra vonatkoztatott átlagsebességét, valamint sebességvektora átlagértékét a mozgás teljes ideje alatt!
4. Írjátok fel a rajzon látható járművek mindegyikének a mozgásegyenletét! Határozzátok meg a tehergépkocsi és a kerékpáros, valamint a személyautó és a kerékpáros találkozásának idejét és helyét! Hol és mikor előzi meg a személyautó a tehergépkocsit? Szerkesszétek meg a $v_x(t)$ és $x(t)$ függvények grafikonjait mindegyik test részére!



5. A levegőhöz képest 300 km/h sebességgel haladó repülőgép pilótájának el kell érnie a 600 km-re északra fekvő várost. Nyugati irányú, 40 km/h sebességű szél fúj. Milyen repülési irányt kell választania a pilótának? Mennyi ideig tart az út?
6. A vonat indulása előtt esett az eső. Szélcsend volt és az esőcseppek függőlegesen estek. Amikor a vonat elindult, az utasok azt vették észre, hogy az eső ferdén esett tovább, noha az idő továbbra is szélcsendes maradt. Magyarázzátok meg ezt a jelenséget! Határozzátok meg az esőcseppek esésének sebességét, ha a 40 km/h-val haladó vonat utasainak úgy tűnik, hogy az esőcseppek a vízszinteshez képest 45°-os szögben hullnak alá!



7. Tudjatok meg minél többet a modern technika és az élő természet „gyorsasági rekordereiről"! Készítsetek beszámolót

Fizika és technika Ukrajnában

Arhip Mihajlovics Ljulka (1908–1984) – neves ukrán-szovjet repülőgéphajtómű-konstruktőr, az Ukrán SZSZK Tudományos Akadémiájának tagja. A Kijevi kormányzóság Szavarka falujában született, a Kijevi Műszaki Főiskolán tanult.

A Harkivi Légiközlekedési Főiskola munkatársaként A. Ljulka megalkotta a Szovjetunió első kétkontúros turboreaktív hajtóművét. Elsőként hozott létre turboreaktív hajtóműveket a hangsebesség feletti légierő számára. Idővel a Ljulka alkotta hajtóművekkel felszerelt repülőgépek több tucat világrekordot állítottak fel. Vezetésével hozták létre a napjainkban az ő nevét viselő mérnöki-tervező intézetet. A Kijevi Műszaki Főiskola udvarán található A. Ljulka emlékműve.

6. §. EGYENES VONALÚ EGYENLETESEN GYORSULÓ MOZGÁS. GYORSULÁS

Léteznek olyan járművek – dragsterek –, amelyek teljesítménye meghaladja a Boeing repülőgépek teljesítményét. El tudjátok képzelni, hogy mekkora sebességet képesek elérni a dragsterek rövid idő alatt? Az egyik dragsternek a következők az adatai: 0,5 s alatt 32 m/s sebességet ér el, 1,0 s alatt – 51 m/s-ot, 3,8 s alatt pedig eléri a maximális 143 m/s sebességét. Idézzük fel, hogyan határozható meg ezen adatok alapján a jármű által megtett távolság!

1 Felidézzük a test egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgását

Ha a test nem egyenletesen mozog, akkor a sebessége állandóan változik.

A **gyorsulás** a test sebességváltozásának gyorsaságát jellemző fizikai vektormennyiség, ami egyenlő a test sebességváltozásának és a változás időtartamának hányadosával:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

A 9. osztályos fizika tananyagából már tudjátok, hogy az **egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás** – *állandó gyorsulással történő mozgás, vagyis olyan mozgás, amely során a test sebessége azonos időközök alatt egyformán változik.*

Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás gyorsulása a következő képlettel határozható meg:

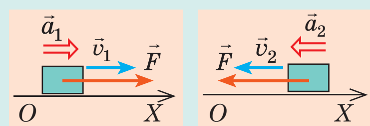
$$\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t},$$

ahol $\vec{v}_0$ – a test sebessége az időmérés kezdetén (kezdősebesség); $\vec{v}$ – a test sebessége t idő elteltével.

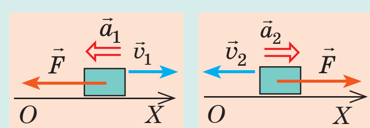
A továbbiakban a fenti képletet felírjuk az OX koordinátatengelyre eső vetületek segítségével:

$$a_x=\frac{v_x-v_{0x}}{t}$$

Ha a gyorsulás iránya megegyezik a test mozgásának irányával, akkor a sebesség növekszik (az $\vec{F}$ eredő erő tolja és gyorsítja a testet).



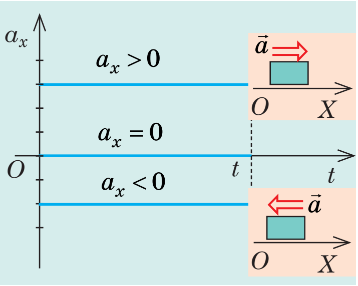
Ha a gyorsulás iránya ellentétes a test mozgásának irányával, akkor a test sebessége csökken (Az $\vec{F}$ eredő erő gátolja a mozgást és lassítja azt).



6.1. ábra. A test sebességének növekedése vagy csökkenése független az OX tengelyen megválasztott iránytól és kizárólag az erőhatás irányától függ

A gyorsulás mértékegysége a SI rendszerben – **méter per másodperc a négyzeten**: $[a]=1\,\frac{м}{с^2}\left(1\,\frac{m}{s^2}\right)$.

- A *test gyorsulásának iránya* megegyezik a *testre ható erők eredőjének* az irányával (lásd a 6.1. ábrát).



6.2. ábra. Az $a_x(t)$ függvény grafikonja egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében

- *Ha a gyorsulás nulla*, akkor a test sebességének az értéke és az iránya változatlan marad: $\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0$, vagyis a *test egyenes vonalú egyenletes mozgást végez*. Tehát az egyenes vonalú egyenletes mozgás az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás részesete.
- Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében a gyorsulás állandó, ezért a *gyorsulás vetületének grafikonja* (az $a_x(t)$)függvény grafikonja) az *időtengellyel* párhuzamos egyenes egy szakasza (6.2. ábra).

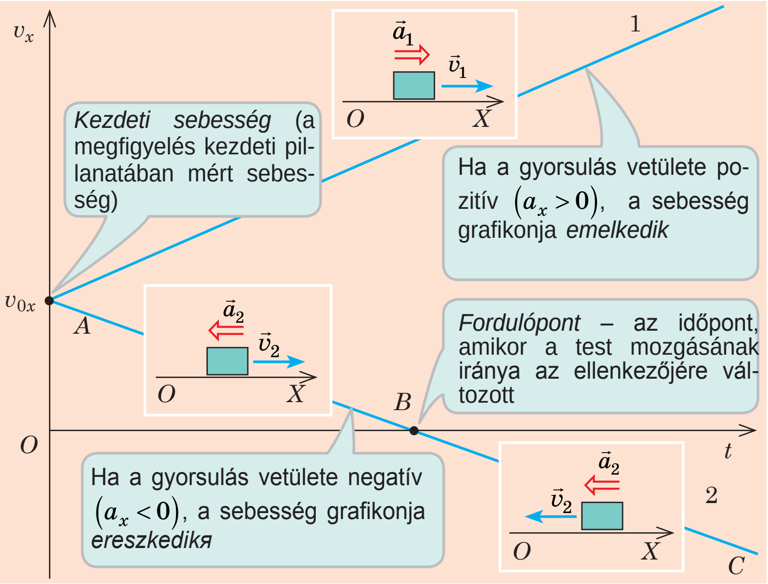
2 Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás sebessége

A gyorsulás vetületének képletéből $\left(a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}\right)$ kifejezzük az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló test **mozgása vetületének az egyenletét**:

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

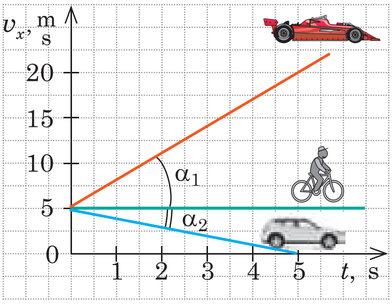
Ha adott a test sebességvetületének egyenlete, akkor ismeretes a test kezdeti sebesség $(\vec{v}_0)$ és gyorsulása $(\vec{a})$ is. Például a test sebességvetületének egyenlete a következő: $v_x = -5 + 3t$. Ez azt jelenti, hogy $v_{0x} = -5$ m/s (a mozgás kezdeti sebessége 5 m/s, iránya pedig ellentétes az OX tengely irányával); $a_x = 3$ m/s^2 (a gyorsulás 3 m/s2, iránya egybeesik az OX tengely irányával).

A $v_x = v_{0x} + a_x t$ összefüggés lineáris, ezért a sebesség vetületének grafikonja – a $v_x(t)$ függvény grafikonja – az időtengellyel bizonyos szöget alkotó egyenes egy szakasza (6.3., 6.4. ábrák).



6.3. ábra. A $v_x(t)$ függvény grafikonja egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében. Az 1 test sebessége egész idő alatt növekszik, mivel $\vec{a}_1 \uparrow\uparrow \vec{v}_1$. A 2 test mozgása fokozatosan lelassul: $\vec{a}_2 \uparrow\downarrow \vec{v}_2$ (AB szakasz), majd megáll (B pont). Ezek után az ellenkező irányba mozogva újra növekszik a sebessége $(\vec{a}_2 \uparrow\uparrow \vec{v}_2)$ (BC szakasz)

Minél nagyobb a test gyorsulása, annál nagyobb a sebességvetület grafikonjának az időtengelyhez viszonyított α hajlásszöge (6.4. ábra).

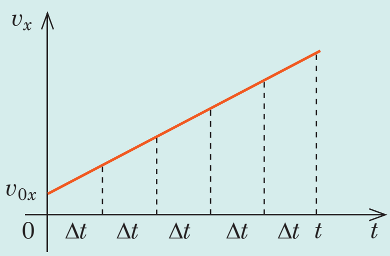


6.4. ábra. A versenyautónak nagyobb a gyorsulása, mint a személyautónak, ezért $\alpha_1 > \alpha_2$. A kerékpáros gyorsulása nulla

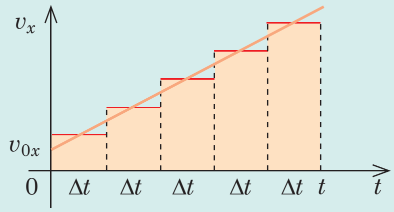
3 Elmozdulás az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás során

Már ismeritek az **elmozdulás vetületének mértani tartalmát**: a *test elmozdulása számbelileg egyenlő a sebesség-idő grafikon alatt elhelyezkedő alakzat területével*. Ezt az állítást az egyenletes mozgás esetére már bebizonyítottuk Most megvizsgáljuk az egyenletesen gyorsuló mozgást:

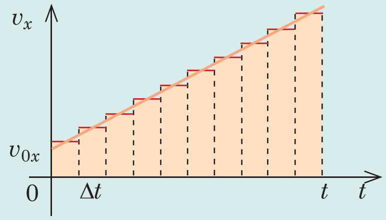
1 A test teljes mozgásidejét kisebb Δt időintervallumokra osztjuk.



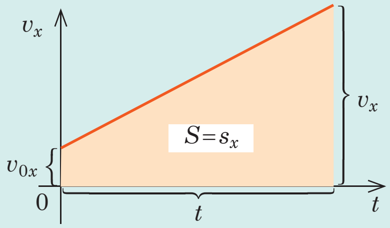
2 Tételezzük fel, hogy a test sebessége minden időintervallumban változatlan marad. Az ilyen feltételezett mozgás esetén az általános elmozdulás egyenlő a Δt szélességű, lépcsőzetes alakzatot alkotó sávok területének összegével.



3 A Δt intervallum csökkentésével az elmozdulás továbbra is a lépcsőzetes alakzat területével lesz egyenlő, amely folyamatosan trapéz alakot vesz fel.

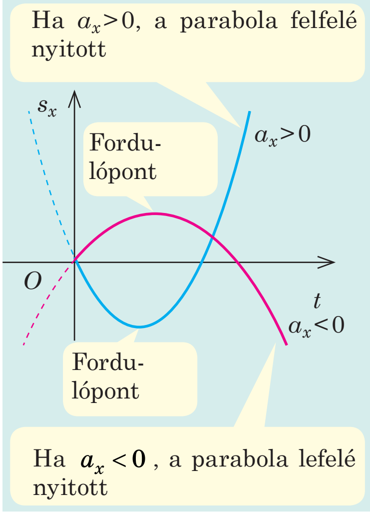


4 Az időintervallum végtelen csökkentése által ($\Delta t \to 0$) a lépcsőzetes alakzat trapézzá alakul át, az elmozdulás pedig számbelileg ennek a trapéznak a területével lesz egyenlő.

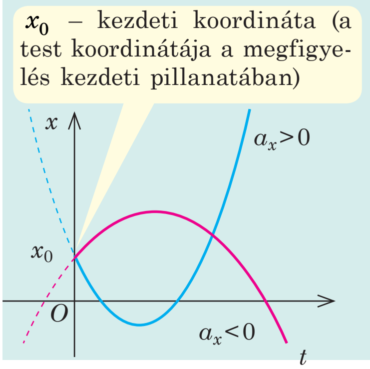


Láthatjuk, hogy egyenletesen gyorsuló mozgás esetében az elmozdulás vetülete számbelileg egyenlő a trapéz területével (a trapéz területének képletét a mértan tananyagából már ismeritek):

$$s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} t$$



6.5. ábra. Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében az $s_x(t)$ függvény grafikonja a koordináta-rendszer középpontján áthaladó parabola



6.6. ábra. Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében az $x(t)$ függvény grafikonja parabola

Figyelembe véve, hogy $v_x = v_{0x} + a_x t$, megkapjuk az **elmozdulás időfüggvényének képletét** *egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetére*:

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$$

Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás során a test kezdeti sebessége $(\vec{v}_0)$ és a gyorsulása $(\vec{a})$ változatlan marad, ezért az s_x függvény másodfokú, a grafikonja pedig parabola (6.5. ábra), amelynek csúcsa a fordulópontnak felel meg (lásd még a 4. pont 2. feladatának megoldását).

Sok feladatban nincs szó a test mozgásidejéről, és nem szükséges azt kiszámítani. Ezekben az esetekben az ismeretlen mennyiség meghatározására a következő képletet használják:

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

Az $s_x = \dfrac{v_x + v_{0x}}{2}t$ képlet és a gyorsulás meghatározásának segítségével vezessétek le önállóan az utolsó képletet!

A test koordinátája bármilyen mozgás esetében az $x = x_0 + s_x$ képlettel határozható meg, ezért az *egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás* esetében a **koordináta képlete** a következő alakban írható fel:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$$

Vagyis az $x(t)$ függvényhez hasonlóan az $s_x(t)$ függvény is másodfokú és a grafikonja szintén parabola (6.6. ábra).

A JÖVŐ SZAKMÁI

Az automata közlekedési **eszközök irányítója** *létrehozza, megtervezi és koordinálja az automata* közlekedési eszközök mozgását, ellenőrzi azok haladását

Napjainkban a balesetek többsége emberi tévedések eredménye. A vezető nélküli automata közlekedési eszközök felhasználása csökkentheti a balesetek számát, a közlekedési dugókat, a felhasznált üzemanyag mennyiségét.

A fizika tudása az irányítónak segít a robotpilótával felszerelt járművek közlekedésének megszervezésében, a legjobb számítógépes algoritmus kiválasztásában, a biztonságos közlekedésről történő gondoskodásban.

A kinematikai feladatok megoldásának algoritmusa

1. Figyelmesen olvassátok el a feladat feltételét! Tisztázzátok, mely testek vesznek részt a mozgásban, milyen a mozgásuk jellege, a mozgás mely paraméterei ismertek!

2. Írjátok le a feladat rövid feltételét! Szükség esetén a fizikai mennyiségek értékeit alakítsátok át a SI rendszer egységeibe!

3. Készítsetek magyarázó rajzot, tüntessétek fel rajta a koordinátatengelyeket, a sebesség, elmozdulás, kezdősebességet és a gyorsulás irányát!

4. Az egyenletesen gyorsuló mozgás képletei közül válasszátok ki a feladat feltételeinek leginkább megfelelőket!

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t};\; v_x = v_{0x} + a_x t;$$

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2};$$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x};$$

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2}t.$$

A kiválasztott képleteket vonatkoztassátok az adott feladatra!

5. Oldjátok meg a feladatot általános alakban!

6. Ellenőrizzétek a keresett mennyiség egységét!

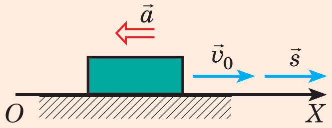
7. Elemezzétek az eredményt!

8. Írjátok le a feleletet!

4 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

1. feladat. A személygépkocsi fékrendszere abban az esetben hibátlan, ha a száraz aszfalton 28 m/s sebességnél a fékút hossza 49 m. Határozzátok meg a fékezés idejét és a gyorsulást!

Adva van:	*Megoldás*
$v_0 = 28$ m/s $s = 49$ m $v = 0$	A magyarázó rajzon az *OX* tengelyt a gépkocsi haladásának irányával megegyezően irányítjuk. A gépkocsi fékezik, tehát $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}_0$.
t — ? a — ?	



Mivel a feladat feltételei szerint a v_0, v és s, értéke ismert, ezért a fékezés idejének a meghatározására az $s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2}t$ (1), míg a gyorsulás meghatározására az $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$ (2) képlet a legmegfelelőbb..

Hozzáigazítjuk a képleteket a feladat feltételeihez (a vetületekről áttérünk az abszolút értékekre):

- az elmozdulás és a kezdősebesség iránya megegyezik az *OX* tengely irányával, ezért $v_{0x} = v_0$, $s_x = s$;
- a végsebesség: $v_x = 0$;
- a gyorsulás iránya ellentétes az *OX* tengely irányával, ezért $a_x = -a$.

Tehát, az (1) képletből: $s = \frac{0 + v_0}{2}t = \frac{v_0}{2}t \Rightarrow t = \frac{2s}{v_0}$;

a (2) képletből: $s = \frac{-v_0^2}{-2a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s}$.

Ellenőrizzük a mértékegységeket és meghatározzuk a keresett mennyiséget:

$$[t] = \frac{\text{m}}{\text{m/s}} = \text{s},\quad t = \frac{2 \cdot 49}{28} = 3{,}5\ (\text{s});$$

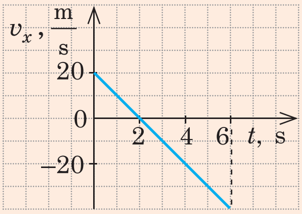
$$[a] = \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2},\quad a = \frac{28^2}{2 \cdot 49} = 8\ (\text{m/s}^2).$$

Felelet: $t = 3{,}5$ c; $a = 8$ m/s^2.

2. feladat. Az 1. ábrán a test *OX* tengely mentén történő mozgását leíró $v_x(t)$ függvénynek a grafikonja látható. 1) Írjátok le a test mozgásának jellegét! 2) Írjátok le az $s_x(t)$. függvény egyenletét! 3) Szerkesszétek meg az $s_x(t)$ függvény grafikonját!

Megoldás

1) A $v_x(t)$ függvénynek a grafikonja az egyenes egy szakasza, a test pedig állandóan az *OX* tengely mentén mozog, ezért a test mozgása egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló. A megfigyelés első 2 másodpercében a test sebessége 20 m/s-ról 0-ra csökkent, majd a test megfordult és 4 s-on keresztül az ellentétes irányban gyorsult.



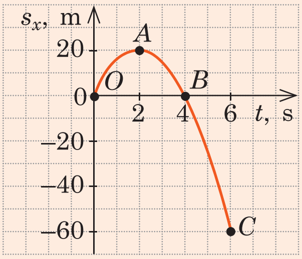
1. ábra

2) Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében:

$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$, ahol $v_{0x} = 20$ m/s; $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{0 - 20\,\text{m/s}}{2\,\text{s}} =$ $= -10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Tehát, $s_x = 20t - 5t^2$.

3) Az $s_x(t)$ függvény grafikonja parabola, melynek csúcsa azonos a fordulóponttal. Ezért a t = 2 s, $s_x = 20t - 5t^2 =$ $= 20t - 5t^2 = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 20$ m koordinátájú *A* pont a parabola csúcsa. Ez a parabola áthalad a $(t = 0,\ s_x = 0)$ koordinátájú *O* ponton és a vele a $t = 2$ s egyeneshez képest szimmetrikus $(t = 4\text{ s},\ s_x = 0)$. koordinátájú *B* ponton. A megfigyelés végén $t = 6$ s, $s_x = 20t - 5t^2 = 20 \cdot 6 - 5 \cdot 6^2 = -60$ m (*C* pont).

Négy pont alapján (*O, A, B, C*) megszerkeszthetjük a parabolát (2. ábra)



2. ábra

Összegezés

- Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás közben a test egyenes vonalú pályán állandó gyorsulással halad.
- Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében:

– a gyorsulás állandó, ezért a gyorsulás vetületének grafikonja (az $a_x(t)$ függvény grafikonja) az időtengellyel párhuzamos egyenes egy szakasza;

– a sebesség lineárisan változik: $v_x = v_{0x} + a_x t$, a sebesség vetületének grafikonja a $v_x(t)$ függvény grafikonja az időtengellyel bizonyos szöget alkotó egyenes egy szakasza;

– az elmozdulás vetületének egyenlete: $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$; az $s_x(t)$ függvény grafikonja parabola, amelynek csúcsa egybeesik a fordulóponttal;

– a test koordinátája a következő képlettel határozható meg: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2$; a koordináta grafikonja parabola.

Ellenőrző kérdések

1. Milyen mozgást nevezünk egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnak? **2.** Jellemezzétek a gyorsulást mint fizikai mennyiséget! **3.** Hogyan halad a test, ha gyorsulásának iránya: a) megegyezik a mozgás irányával? b) ellentétes a mozgás irányával? c) ha a test gyorsulása nulla? **4.** Írjátok fel a $v_x(t)$ függvény grafikonját az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetében. Hogyan néz ki ennek a függvénynek a grafikonja? **5.** Milyen képletek segítségével számítható ki az elmozdulás vetülete? Vezessétek le ezeket a képleteket! **6.** Bizonyítsátok be, hogy az $s_x(t)$ függvény grafikonja parabola! Milyen szárainak az iránya? A mozgás melyik pillanatának felel meg a csúcsa? **7.** Írjátok fel a koordináta képletét az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetére! Nevezzétek meg a képletben található fizikai mennyiségeket!

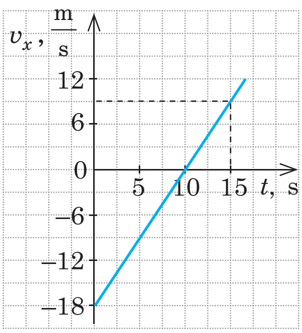
6. gyakorlat

A test mozgását tekintsétek egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnak az OX tengely mentén..

1. A motorkerékpáros sebessége vetületének egyenlete $v_x = 20 - 4t$ (mindegyik mennyiség SI egységekben van megadva). Határozzátok meg:
1) a motorkerékpár gyorsulásának vetületét és kezdeti sebességét;
2) az időt, amikor a jármű megáll!

2. A 2,5 m/s sebességgel haladó kerékpáros 0,5 m/s^2 gyorsulással 5 m/s sebességet ér el.
1) Mennyi a kerékpáros elmozdulása a gyorsulás idején?
2) Mennyi ideig gyorsult?
3) Írjátok fel a sebesség és az elmozdulás vetületeinek egyenleteit!.
4) Mennyi volt a sebessége a kerékpárosnak a gyorsulás kezdete után 2 másodperccel?
5) Szerkesszétek meg a sebesség-idő és az elmozdulás-idő függvények grafikonjait. Mutassátok meg a $v_x(t)$ függvény grafikonján a kerékpáros elmozdulását a gyorsulás első 3 másodpercében; a gyorsulás utolsó 1 másodpercében!
6) A gyorsulás kezdete után mennyi idő múlva tesz meg a kerékpáros 14 m-t, ha állandó gyorsulással halad?

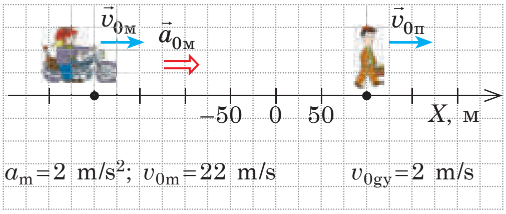
3. Az 1. ábrán a $v_x(t)$ függvény grafikonja látható az OX tengely mentén haladó test esetében.
1) Írjátok le a test mozgásának jellegét!
2) Írjátok le az $s_x(t)$ függvény egyenletét!
3) Szerkesszétek meg az $s_x(t)$ függvény grafikonját!



1. ábra

4. Határozzátok meg a motorkerékpáros és a gyalogos találkozásának idejét és koordinátáját (2. ábra)!

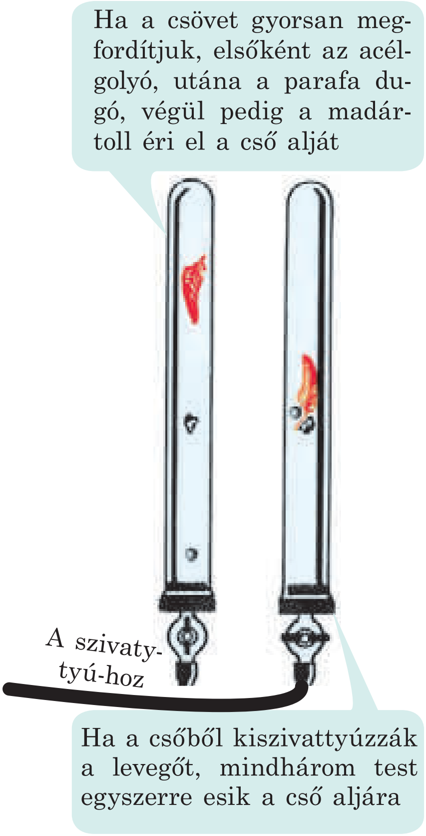
5. Állítsatok össze feladatot a 6. § elején található adatok felhasználásával, majd oldjátok meg!



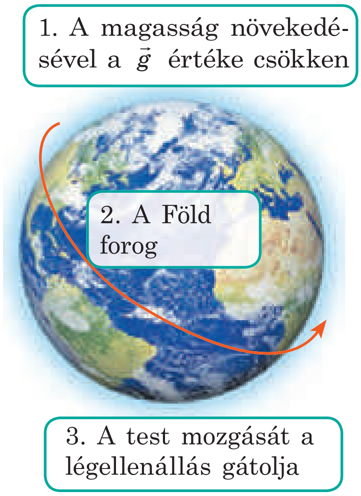
2. ábra

7. §. SZABADESÉS ÉS GÖRBE VONALÚ MOZGÁS ÁLLANDÓ NEHÉZSÉGI ERŐ HATÁSÁRA

Az ágyúból kilőtt ember elnevezésű cirkuszi mutatványt először 1877-ben mutatták be Londonban. Egy 16 éves légtornász lányt ágyúcsőbe helyeztek, majd elsütötték a fegyvert. A lány a csodálkozó nézők feje fölött elrepülve a kifeszített biztonsági hálóban landolt. Napjainkban a hasonló ágyúk – óriási légpisztolyok. Működési elvüket tanulmányozzátok önállóan. Most viszont azzal ismerkedünk meg, hogy a hasonló trükkök kitalálói milyen törvényekre alapozták attrakcióikat.



7.1. ábra. Testek szabadesésének bemutatása Newton-cső segítségével



7.2. ábra. A testek esésének tanulmányozását és leírását megnehezítő tényezők

1 Felidézzük a szabadesést

Arisztotelész azt állította, minél nehezebb a test, annál gyorsabban esik le a Földre. Viszont ti már tudjátok: ez az állítás csak a megközelítően azonos méretű tárgyak esetében érvényes, ha azok a levegőben mozognak, a vákuumban viszont az összes test – függetlenül azok tömegétől, térfogatától, alakjától – azonos gyorsulással esik a Földre (7.1. ábra).

A testek esését a légüres térben, vagyis kizárólag a nehézségi erő hatására történő esését, szabadesésnek **nevezzük**.

Szabadeséskor a testek tömegüktől függetlenül azonos gyorsulással esnek a Földre. Ezt a gyorsulást a *szabadesés gyorsulásának* nevezzük és $(\vec{g})$-vel jelöljük.

- A szabadesés gyorsulásának vektora mindig függőlegesen lefelé irányul.
- A szabadesés gyorsulásának abszolút értékét elsőként *Christiaan Huygens* (1629–1695) holland matematikus, csillagász és fizikus mérte meg 1656-ban. A Föld felszínének közelében, vagyis a Föld sugarához viszonyított kis távolságon, a szabadesés gyorsulása gyakorlatilag változatlan és értéke megközelítőleg 9,8 m/s^2.

2 Milyen testek szabadesését vizsgáljuk

A testnek a Föld nehézségi ereje hatására létrejövő valós mozgásának jellege nagyon összetett (7.2. ábra), így annak leírása nem tartozik az iskolai tananyag keretébe. Ezért elfogadunk néhány *egyszerűsítést*.

- A Föld felszínén található ponttal összekötött vonatkoztatási rendszert *inerciálisnak* tekintjük (az inerciális rendszereket a 9. §-ban idézitek fel).
- A földfelszín közelében lévő testek mozgását fogjuk vizsgálni. Akkor a Föld görbülete és a szabadesés gyorsulásának a változása elhanyagolható, a *szabadesés gyorsulása pedig* állandónak tekinthető.

Feladatok megoldása során úgy tekintjük, hogy g = 10 m/s^2, *ha* másként nincs kikötve.

- *A légellenállást figyelmen kívül hagyjuk.*

Ezek az egyszerűsítések abban az esetben nem befolyásolják jelentősen az eredményeket, ha a *vizsgált testek eléggé nehezek, csekély méretűek, sebességük pedig viszonylag kicsi*. A továbbiakban éppen az ilyen testeket fogjuk tanulmányozni.

? Vegyetek egy könyvet, papírlapot, radírt, ceruzát és tisztázzátok, hogyan hat a légmozgás a testek esésére!.

3 Hogyan mozog a függőleges-sen feldobott test?

A kisméretű, függőlegesen feldobott vagy kezdősebesség nélkül eső nehéz testek mozgásának tanulmányozása során azt tapasztaljuk, hogy a mozgáspályájuk az egyenes egy szakasza. Ezenkívül a testek állandó gyorsulással mozognak.

A függőlegesen feldobott vagy leejtett test mozgása egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás, amelynek a gyorsulása megegyezik a szabadesés gyorsulásával:

$$\vec{a} = \vec{g}$$

A szabadesés kinematikai jellemzőinek meghatározására szolgáló képletek

Egyenletesen gyorsuló mozgás az OX tengely menténрух уздовж осі OX	Szabadesés az OY tengely mentén
A sebesség vetülete	
$v_x = v_{0x} + a_x t$	$v_y = v_{0y} + g_y t$
Az elmozdulás vetülete	
$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	$s_y = h_y = v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}$
$s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} t$	$s_y = h_y = \frac{v_y + v_{0y}}{2} t$
$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$	$s_y = h_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2g_y}$
A koordináta egyenlete	
$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x}{2} t^2$	$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{g_y}{2} t^2$

Felidézzük az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás képletét, és figyelembe vesszük, hogy a test függőleges mozgásának leírása közben a sebesség-, gyorsulás- és elmozdulásvektorokat hagyományosan az OY tengelyre képezik le, majd a testek szabadesését leíró többféle képletet kapják (lásd a táblázatot).

1. feladat. A tó fölött 45 m magasságban lebegő helikopterről egy kisméretű, nehéz tárgyat dobtak le. 1) Mennyi idő múlva esik bele a tóba a tárgy? 2) Mekkora lesz a tárgy sebessége a tóba érés pillanatában? 3) Határozzátok meg az elmozdulások arányát bármilyen Δt időintervallumban!

A fizikai probléma elemzése. Magyarázó rajzot készítünk (1. ábra). Az OY tengelyt függőlegesen lefelé irányítjuk. A koordináták kezdőpontja egybeesik a test helyzetével az esés megkezdésének pillanatában. A test sebessége ebben a pillanatban nulla.

Adva van:
$v_0 = 0$
$s = h = 45$ m
$g = 10$ m/s²

t — ?
v — ?
$s_1 : s_2 : s_3$ ... — ?

Matematikai modell keresése, megoldás

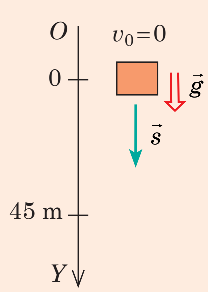
Felírjuk a test sebessége és elmozdulása vetületeinek a képleteit::

$$s_y = h_y = v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}; \quad v_y = v_{0y} + g_y t.$$

A vetületekről áttérünk az abszolút értékekre. Az 1. ábrából láthatjuk, hogy:

$$s_y = s = h; \quad g_y = g; \quad v_{0y} = 0.$$

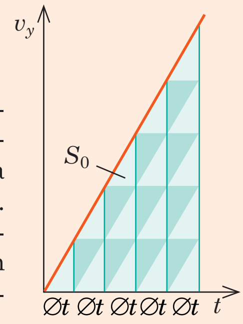
Tehát: $h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $v_y = gt$.



1. ábra

Ellenőrizzük a mértékegységeket, és megoldjuk a feladatot::

$$[t]=\sqrt{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m/s^2}}}=\sqrt{\frac{\mathrm{m\cdot s^2}}{\mathrm{m}}}=\mathrm{s},\quad t=\sqrt{\frac{2\cdot 45}{10}}=\mathbf{3}\ \text{(s)};\quad \upsilon=\mathbf{10}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\cdot\mathbf{3}\,\mathrm{s}=\mathbf{30}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$



2. ábra

A 3. kérdés megválaszolásához felhasználjuk az elmozdulás mértani fogalmát (2. ábra). A test szabadesése egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás, ezért a $\upsilon_y(t)$ függvény grafikonja a $(t=\mathbf{0},\ \upsilon_y=\mathbf{0})$ koordinátájú ponton áthaladó egyenes egy szakasza. Láthatjuk, a test elmozdulása az első Δt időintervallumban számbelileg azonos az egyik háromszög $S0$ területével (a grafikon alatti alakzat területével): $s_1=1S_0$; a második Δt időintervallumban – három háromszög területével: $s_2=3S_0$; a harmadik Δt időintervallumban – 5 háromszög területével: $s_3=5S_0$.

Felelet: $t=\mathbf{3}$ s; $\upsilon=\mathbf{30}$ m/s; $s_1 : s_2 : s_3 : s_4 \ldots = 1 : 3 : 5 : 7\ldots$.

Kezdősebesség nélküli szabadesés esetén az egymás utáni másodpercekben megtett elmozdulások úgy aránylanak egymáshoz, mint az egymást követő páratlan számok*:*

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 \ldots = 1 : 3 : 5 : 7\ldots\ .$$

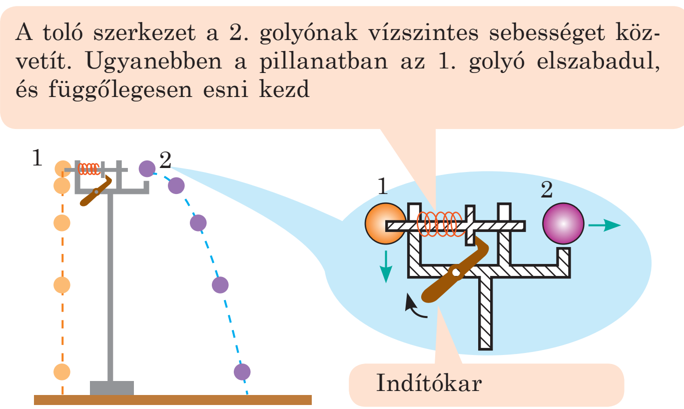
Ez a tulajdonság a testek bármilyen egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgása esetén érvényes. Például, ha a test az első másodperc alatt 5 m-t tett meg, a második alatt $\mathbf{3\cdot 5=15}$ m-t, a harmadik alatt $\mathbf{5\cdot 5=25}$ m-t, a negyedik alatt pedig $7\cdot 5=35$ m-t tesz meg.

4 Mi esik gyorsabban?

Képzeljük el, hogy a hídról vízszintesen eldobtak egy gesztenyét, és ugyanabban a pillanatban elengedtek egy másikat. Melyik gesztenye esik a vízbe gyorsabban? Valójában, ha nincs zavaró tényező, mindkét gesztenye ugyanabban a pillanatban ér a vízbe.

Tehát a test függőleges mozgását nem zavarja a test vízszintes mozgása, ami ellenkezőleg is igaz. Esetünkben a mozgások függetlenségének elvével találkoztunk, melynek alapján bármely összetett mozgás két (vagy több) egyszerű mozgásra bontható.

Speciális berendezés vagy mobiltelefon kamerája segítségével erről könnyen meggyőződhetünk (7.3. ábra).



7.3. ábra. A kezdősebesség nélkül szabadon eső 1. golyó, valamint a vízszintesen eldobott 2. golyó minden pillanatban azonos magasságban vannak, és egyszerre érnek Földet

5 A vízszintesen és a horizonthoz viszonyítva valamely szög alatt eldobott testek mozgása

A mozgások függetlenségének elvét felhasználva megvizsgáljuk a Föld felszínéhez közeli, nem függőleges sebességgel rendelkező testek mozgását. Emlékeztetünk rá, hogy a légellenállást figyelmen kívül hagyjuk, tehát a mozgás kizárólag a nehézségi erő hatására $\vec{g}$. gyorsulással történik. Az ilyen mozgást célszerűbb két független mozgás összegének eredményeként vizsgálni (7.4. ábra). Ezek a következők:

1) *vízszintes* – az *OX* tengely mentén történő és a

$v_x = v_{0x}$; $x = x_0 + v_{0x}t$; egyenlettel leírt mozgás;

2) *függőleges* – az *OY* tengely mentén történő, egyenletesen $\vec{g}$ gyorsulással gyorsuló és a

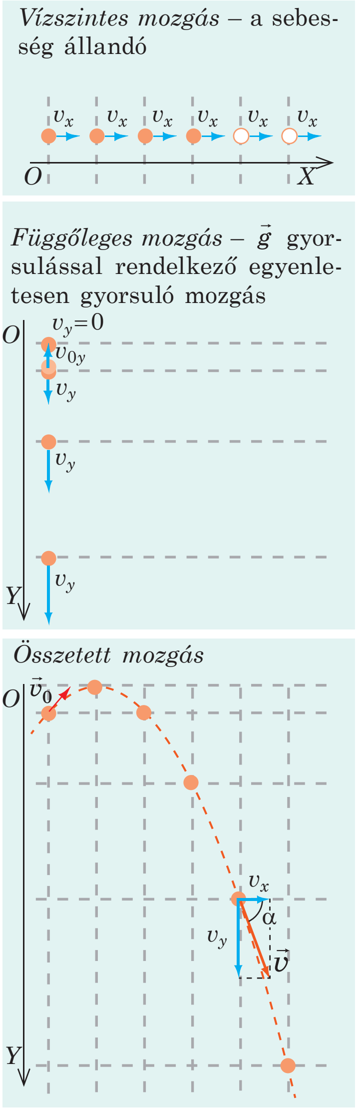
$$v_y = v_{0y} + g_y t;\ y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y}{2}t^2.$$

- A test sebességének abszolút értékét és irányát a mozgáspálya bármelyik pontjában a Pitagorasz-tétel és a tangens meghatározása segítségével számítjuk ki:

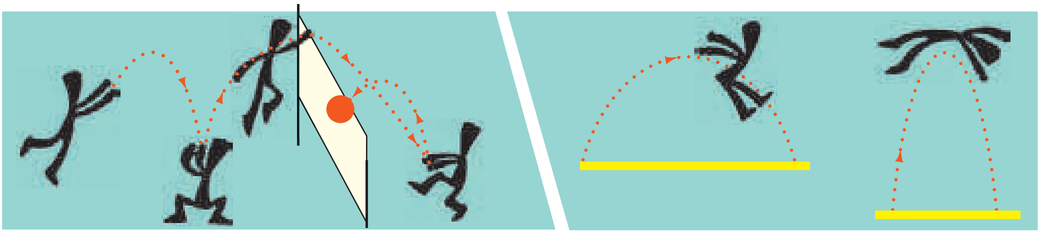
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2};\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x}.$$

- Az $x = x_0 + v_{0x}t$ egyenletből kifejezzük a t időt, majd a kapott kifejezést behelyettesítjük az $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y}{2}t^2$ egyenletbe, és megkapjuk a test mozgáspályájának másodfokú egyenletét: $y(x) = Ax^2 + Bx + C$.

Tehát a Föld közelében kezdeti sebességgel rendelkező test mozgáspályája parabola (7.5. ábra).



7.4. ábra. A test függőleges és vízszintes mozgásainak összeadása. A test helyzetét azonos időközönként tüntették fel



7.5. ábra. A vízszintesen vagy a horizonthoz viszonyítva valamilyen szög alatt eldobott testek mozgáspályája egy olyan parabola, melynek görbülete a sebesség abszolút értékétől és irányától függ

6 Vízszintesen eldobott test mozgása

2. feladat. A hegyi úton15 m/s sebességgel vízszintesen haladó motorkerékpáros a kanyar előtt nem fékezett, és a motorkerékpár 20 m magasból egy hóbuckára esett. 1) Mennyi ideig zuhant a motorkerékpár? 2) Mekkora a motor vízszintes esési távolsága? Szerintetek valós körülmények között hogyan változik ez a távolság? A légellenállást figyelmen kívül hagyjuk.

Adva van:

$v_0 = 15\ \frac{m}{s}$

$h = 20\ \ m$

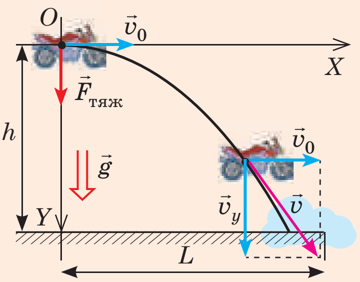
$g = 10\ \frac{m}{s^2}$

t — ?

L — ?

Megoldás

Kiválasztjuk a vonatkoztatási rendszert: a koordináták kezdetét ahhoz a ponthoz rendeljük, ahol a motorkerékpár zuhanni kezdett, az OY tengelyt függőlegesen lefelé irányítjuk, az OX tengelyt pedig a motor kezdeti sebességének irányába (lásd a rajzot).



A kiválasztott vonatkoztatási rendszerben:

az OX tengely mentén történő mozgás – egyenletes:

$$v_x = v_{0x}\,;\quad x = x_0 + v_{0x}t \qquad (1)$$

az OY tengely mentén történő mozgás – egyenletesen gyorsuló:

$$v_y = v_{0y} + g_y t\,;\quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}\,. \qquad (2)$$

Pontosítjuk a kapott adatokat (lásd a rajzot):

$v_{0x} = v_0\,;\ \ x_0 = 0\,;\ \ x = L$ | $v_{0y} = 0\,; y_0 = 0\,;\ \ y = h.$

Tehát az (1) és (2) egyenleteket a következő alakban írhatjuk fel:

$v_x = v_0\,;\ \ L = v_0 t$ | $v_y = gt\,;\ \ h = \frac{gt^2}{2}$

Vegyétek figyelembe! A kiemelt képletek bármely vízszintesen *eldobott test mozgásának leírására* alkalmasak.

1) Meghatározzuk a motorkerékpár esésének az idejét: $h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$;

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \text{m}}{10\ \ \text{m/s}}} = 2\ \text{s}.$$

2) Kiszámítjuk a motor esésének hosszát: $L = v_0 t$; $L = 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s} = 30\ \text{m}$.

Elemezzük az eredményt. Nyilvánvaló, hogy valós esetben az esési távolság rövidebb lesz, hiszen azt a légellenállás csökkenti. Viszont érthető, hogy az esés mindenképpen veszélyes lesz. *Legyetek óvatosak és figyelmesek az utakon!*

Felelet: $t = 2$ s; $L = 30$ m.

7.6. ábra. A labda repülésének irányából és távolságából meghatározhatjátok, mekkora sebességgel rúgtátok vagy dobtátok el a labdát

7 A vízszinteshez képest valamely szög alatt eldobott test mozgása

A sportszerek repülésének gyorsasági rekordjairól olvasva a kislány elhatározta, hogy megállapítja, mekkora sebességgel képes elrúgni egy futball-labdát. Ennek érdekében a kislány a horizonthoz képest 45°-os szögben rúgta el a labdát (7.6. ábra). A labda a gyerektől 40 m távolságra ért földet. A kislány, miután elvégezte a számításokat, arra a következtetésre jutott, hogy a labda 20 m/s sebességgel repült, az elért legnagyobb magassága pedig 8 m. Tévedett-e a kislány?

? Ismerkedjetek meg egy hasonló feladat megoldásával általános esetben (lásd alul)! A kapott képletek segítségével értékeljétek a kislány számításait, tanítás után pedig végezzetek ti is hasonló kísérletet, és számítsátok ki az általatok elrúgott labda sebességét!

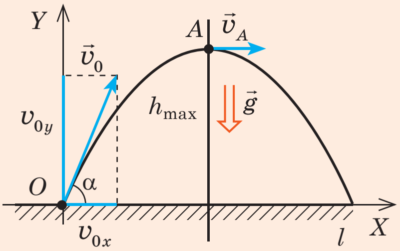
3. feladat. A futballista egy erőteljes rúgással v_0 sebességre gyorsította fel a labdát, amely röptében a vízszintessel α szöget zárt be. Határozzátok meg a labda maximális repülési távolságát és maximális emelkedési magasságát!

Adva van:
v_0
α
g

L — ?
h_{max} — ?

Megoldás

Magyarázó rajzot készítünk (1. ábra): a koordinátatengelyek kezdőpontját ahhoz a Földön lévő ponthoz rendeljük, ahol a labda elvált a játékos cipőjétől; az OY tengelyt függőlegesen fölfelé, az OX tengelyt vízszintesen irányítjuk.



1. ábra

A kiválasztott vonatkoztatási rendszerben:

az OX tengely mentén történő mozgás – egyenletes:

$$v_x = v_{0x}, \quad x = x_0 + v_{0x}t, \qquad (1)$$

ahol $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

az OY tengely mentén történő mozgás – egyenletesen gyorsuló:

$$v_y = v_{0y} + g_y t, \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}, \qquad (2)$$

ahol $y_0 = 0$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$, $g_y = -g$,

ezért az (1) és (2) egyenletek alakja a következő:

$$v_x = v_0 \cos\alpha, \quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \quad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

A t_1 időt, ami alatt a labda eléri pályája legmagasabb pontját, a $v_y(t_1) = 0$ feltételből határozzuk meg: $v_0 \sin\alpha - gt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

A labda y koordinátája a röppálya legmagasabb pontjában, az A pontban:

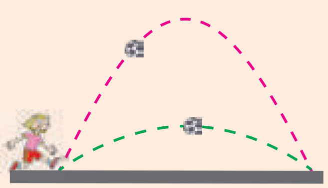
$$h_{max} = y_A = v_0 \sin\alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2}.$$

A t_1 behelyettesítése után megkapjuk a labda legnagyobb emelkedési magasságának és teljes mozgási idejének képleteit: $\boxed{h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}$; $\boxed{t = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}}$.

Az L maximális repülési távolság megegyezik a test x koordinátájával a mozgás végén ($x = L$): $x = v_0 \cos\alpha \cdot t = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. Mivel $2\cos\alpha \cdot \sin\alpha = \sin 2\alpha$, ezért $\boxed{L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$.

Figyeljétek meg! Az utolsó képletből következik, hogy:

- ha a testet α, majd $90° - \alpha$ szögben dobják el, a repülési távolság változatlan marad, vagyis különböző mozgáspályákon haladva a test ugyanabba a pontba ér el (2. ábra);
- a test maximális repülési távolsága $\alpha = 45°$ esetén érhető el $(\sin 2\alpha = 1)$.


2. ábra

Összegezés

- A testek esését a légüres térben, vagyis kizárólag a nehézségi erő hatására történő esését, szabadesésnek nevezzük.
- Szabadeséskor a testek tömegüktől függetlenül azonos gyorsulással esnek a Földre. Ezt a gyorsulást a szabadesés gyorsulásának nevezzük ($\vec{g}$). A szabadesés gyorsulásának vektora mindig függőlegesen lefelé irányul; abszolút értékét tekintve $g = 9{,}8$ m/s^2 ($g \approx 10$ m/s^2).
- A függőlegesen feldobott vagy leejtett test mozgása egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás, amelynek gyorsulása megegyezik a szabadesés gyorsulásával: $\vec{a} = \vec{g}$.
- A vízszintesen vagy a horizonthoz viszonyítva valamely szögben eldobott testek mozgáspályája parabola. Az ilyen mozgásokat két mozgás összegeként vizsgáljuk: vízszintes – az OX tengely mentén egyenletes, valamint függőleges – az OY tengely mentén egyenletesen gyorsuló mozgásként (test gyorsulása ebben az esetben $\vec{g}$). A sebesség és koordináták vetületei időfüggvényeinek egyenletei:

$$v_x = v_{0x}, \quad x = x_0 + v_{0x}t; \quad v_y = v_{0y} + g_y t, \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

Ellenőrző kérdések

1. Milyen mozgást nevezünk szabadesésnek? Milyen a jellege ennek a mozgásnak? **2.** Milyen irányú a szabadesés gyorsulása, és mennyi az értéke? **3.** Írjátok fel általános alakban a test nehézségi erő hatására történő mozgásának egyenletét! **4.** Milyen a függőlegesen feldobott test mozgásegyenlete? A vízszintesen eldobott testé? A vízszinteshez viszonyítva valamely szögben eldobott testé? Mondjatok példákat! **5.** Milyen a függőlegesen eldobott test mozgáspályája? A vízszintesen eldobott testé? A vízszinteshez viszonyítva valamely szög alatt eldobott testé? Mondjatok példákat! **6.** Hogyan határozható meg a test sebességének abszolút értéke és iránya a mozgáspálya tetszőleges pontjában?

7. gyakorlat

A feladatok megoldása során a légellenállást hagyjátok figyelmen kívül! Tekintsétek úgy, hogy $g = 10$ n/s^2.

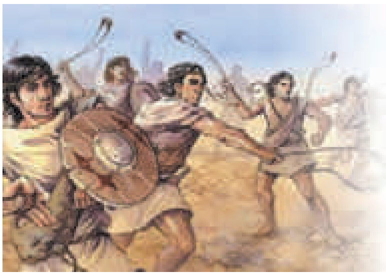
1. A vasgolyót 1,8 m magasra emelték a padló fölé, majd elengedték. Milyen magasságban lesz a golyó szabadesésének gyorsulása a legnagyobb: a) 1,8 m; b) 1 m; c) a padlóra érés pillanatában? A felsorolt helyzetek közül melyik esetben lesz a golyó sebessége legnagyobb? Határozzátok meg ezt a sebességet!

2. A nyílvesszőt függőlegesen 10 m/s sebességgel lőtték ki. Ismeretes, hogy már 2 s múlva ugyanolyan sebességgel esik lefelé. Határozzátok meg a nyílvessző maximális magasságát, az általa megtett utat és elmozdulását ez alatt a 2 s alatt!

3. A vízszintessel 60°-os szöget bezáró vízsugár 15 m-es magasságot ért el.
1) Határozzátok meg: a) a vízfolyás sebességét; b) a vízsugár részecskéinek repülési idejét; c) a vízsugár részecskéinek repülési távolságát!
2) Mekkora távolságra lövell a vízszintessel 30°-os szöget bezáró vízsugár?
3) Mi az oka a vízsugár terjedésének?

4. A 45 m magasan lévő és 10 m/s sebességgel mozgó helikopterből kiesett egy kisméretű, nehéz test. Mennyi idő múlva ér földet? Milyen lesz a test sebessége ebben a pillanatban? Oldjátok meg a feladatot abban az esetben, ha a helikopter: 1) emelkedik; 2) süllyed; 3) vízszintesen mozog!

8. §. AZ ANYAGI PONT EGYENLETES KÖRMOZGÁSA



Az ókorban a harcosok egy egyszerű, de működési elvét tekintve annál érdekesebb, kövek és egyéb nehéz tárgyak vetésére alkalmas fegyvert használtak – a parittyát. A parittya két végén zsinegre kötött hosszúkás erős vastag bőrdarab, amelybe belehelyezték a „lövedéket", majd megforgatva, egy adott pillanatban elengedték a zsineg egyik végét. Az így eldobott kő a cél felé repül. Vajon a parittyából kirepülő kő miért nem a körvonal mentén mozog tovább, hanem úgy viselkedik, mintha egy meghatározott irányba dobták volna el nagy sebességgel? Ezzel és a mozgás egyéb jellegzetességeivel ismerkedhettek meg ebben a paragrafusban.

1 Miben rejlenek a görbe vonalú mozgás jellegzetességei

A körmozgás – *görbe vonalú mozgás* – sokkal bonyolultabb az egyenes vonalú mozgásnál.

- Először is, görbe vonalú mozgáskor a testnek legalább két koordinátája változik.
- Másodszor, görbe vonalú mozgás során a pillanatnyi sebességvektor állandóan változtatja az irányát: ez a vektor minden esetben egybeesik a mozgáspálya megfelelő pontjába húzott érintő irányával, és a test haladási irányába mutat (8.1., 8.2. ábrák).
- Harmadszor, a görbe vonalú mozgás minden esetben gyorsuló mozgás: ha a sebesség abszolút értéke változatlan marad, annak iránya folyamatosan változik.

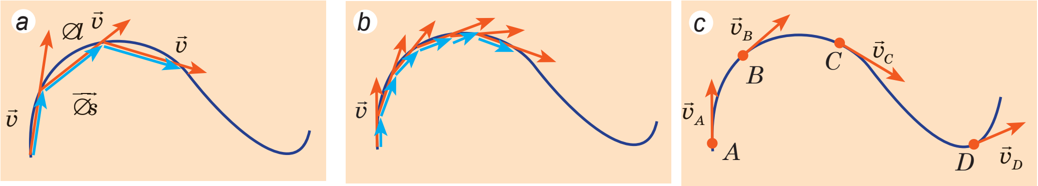
? Milyen lehet a parittyából kirepülő kő mozgáspályája? A harcosnak melyik pillanatban kell elengednie a zsineget, hogy a kő minél távolabbra repüljön?

2 Mi a kerületi sebesség

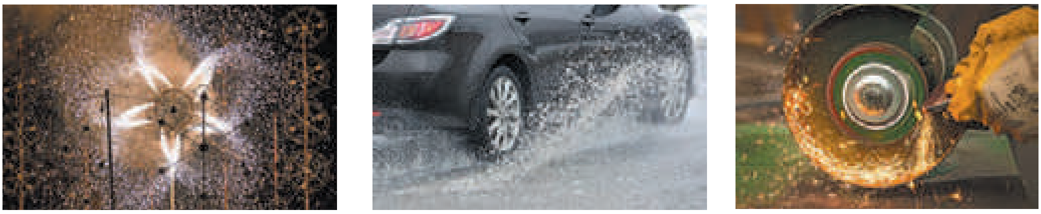
A v **kerületi sebesség** – a görbe vonalú mozgást jellemző skaláris fizikai mennyiség, amely egyenlő a végtelenül kis időintervallumban mért átlagsebességgel:

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t}, \text{ ha } \Delta t \to 0$$

Mivel a nagyon kis időintervallumokban az elmozdulás abszolút értéke (Δs) közelít a mozgáspálya szakaszának hosszához (Δl) (lásd a 8.1. ábrát), ezért *az adott pontban a kerületi sebesség egyenlő a pillanatnyi sebesség abszolút* értékével.



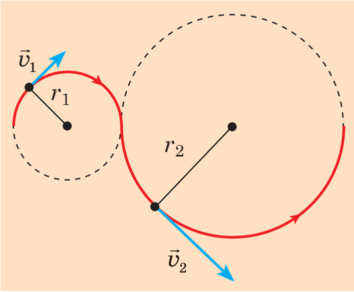
8.1. ábra. A test mozgáspályáját egyre kisebb és kisebb Δl szakaszokra osztva láthatjuk, hogy a sebességvektor egyre jobban közelít az érintőhöz (*a, b*). Az adott pontban a pillanatnyi sebesség a mozgáspálya adott pontba húzott érintő mentén irányul (*c*)



8.2. ábra. A tűzijáték forgóból kirepülő szikrák, a gépkocsi kerekeiről lerepülő sárdarabok, fémszikrák a mozgáspályához húzott érintő mentén irányulnak. Az elszakadó részecskék ezért ebben az irányban folytatják mozgásukat

Éppen a kerületi sebességre gondolnak, amikor a gépkocsi mozgását jellemzik a kanyarban, vagy leírják a részecskék mozgását a gyorsítóban, vagy a műhold repülési sebességéről beszélnek.

Az idő függvényében a kerületi sebesség lehet állandó és változó. Ettől függően a fizikában megkülönböztetik az *egyenletes görbe vonalú mozgást* (a kerületi sebesség állandó), illetve a *nem egyenletes görbe vonalú mozgást* (a kerületi sebesség változó).



8.3. ábra. A körvonal alakú mozgáspálya tetszőleges pontjában a sebesség az érintő irányába mutat, vagyis merőleges a kör sugarára

Egyenletes görbe vonalú mozgáskor tetszőleges egyenlő időintervallumokban a test azonos utat tesz meg, ezért *a test mozgásának kerületi sebessége a következő képlettel határozható meg:*

$$v = \frac{l}{t},$$

ahol l a test által megtett út; t a mozgásidő.

A görbe vonalú mozgás leírása eléggé bonyolult, mivel számtalan görbe vonalú mozgáspálya létezik. Viszont bármilyen bonyolult mozgáspálya eltérő sugarú körívek halmazára bontható, a görbe vonalú mozgás pedig körmozgásként vizsgálható (8.3. ábra). Megvizsgáljuk a legegyszerűbb görbe vonalú mozgást – az *egyenletes körmozgást*.

3 Milyen fizikai mennyiségek jellemzik az egyenletes körmozgást

A **test egyenletes körmozgása** olyan görbe vonalú mozgás, amikor a test mozgáspályája körvonal, s emellett a kerületi sebesség nem változik az időben.

A 7. osztály fizika tananyagából tudjátok, hogy az egyenletes körmozgás gyakran periodikus mozgás, ezért olyan fizikai mennyiségekkel jellemezhető, mint a *periódusidő* és a *fordulatszám*.

A ***T* periódusidő** olyan fizikai mennyiség, amely egyenlő azzal az időtartammal, ami alatt az egyenletes körmozgást végző test egy teljes fordulatot tesz meg: $T = \frac{t}{N}$ (N a test által t idő alatt megtett teljes fordulatok száma).

A periódusidő mértékegysége az SI rendszerben a **másodperc**: $[T] = 1$ s.

Az n **fordulatszám** olyan fizikai mennyiség, amely számbelileg egyenlő az egységnyi idő alatt elvégzett fordulatok számával: $n=\frac{N}{t}$. *A fordulatszám mértékegysége* az *SI* rendszerben a **fordulat per másodperc**: $[n]=1\,\frac{\text{ford}}{\text{s}}=\text{s}^{-1}\left(\frac{\text{r}}{\text{s}},\ \text{s}^{-1}\right)$.

A periódusidő és a fordulatszám *kölcsönösen fordított mennyiségek*: $T=\frac{1}{n}$.

A periódusidő és a mozgáspálya sugara segítségével könnyen meghatározható a test egyenletes körmozgásának v **kerületi sebessége**. Valóban, egy fordulat alatt ($t=T$) a test $l=2\pi r$ távolságot tesz meg, ami egyenlő a körvonal hosszával. Mivel $v=l/t$, ezért:

$$v=\frac{2\pi r}{T} \qquad (1)$$

A kerületi sebességen kívül a körmozgást végző test sebességének jellemzésére gyakran használják a *szögsebességet.*

A **szögsebesség** olyan fizikai mennyiség, ami számbelileg egyenlő a kör középpontjából húzott sugár egységnyi idő alatti szögelfordulásával:

$$\omega=\frac{\varphi}{t},$$

ahol ω szögsebesség; φ a sugár t idő alatti szögelfordulása (8.4. ábra).

A *szögsebesség mértékegysége az SI rendszerben* **radián per másodperc**:

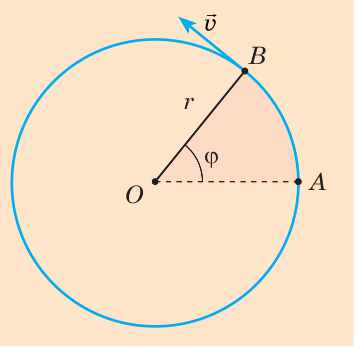
$$[\omega]=1\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}=1\,\text{s}^{-1}.$$

Az egy fordulat megtételéhez szükséges idő alatt ($t=T$) a helyvektor (vezérsugár) egy fordulatot tesz meg $(\varphi=2\pi)$, ezért a szögsebesség az alábbi képlet segítségével számítható ki:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \qquad (2)$$

Az (1) és (2) képletekből következik, hogy

$$v=\omega r$$



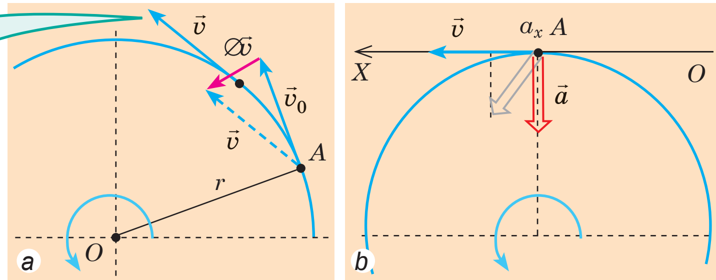
8.4. ábra. A test egyenletes mozgása a körvonalon: r a közvonal sugara; $\vec{v}$ a pillanatnyi sebesség vektora a B pontban; φ a sugár szögelfordulása

4 Miért nevezik az egyenletes körmozgást végző test gyorsulását centripetálisnak?

Emlékeztetünk arra, hogy bármilyen körmozgás az egyben gyorsuló mozgás is, mivel a pillanatnyi sebesség iránya folyamatosan változik.

Meghatározzuk a test egyenletes körmozgását jellemző gyorsulás irányát. A meghatározás szerint: $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, ezért a gyorsulásvektorok és a sebességváltozás iránya megegyezik $(\vec{a}\uparrow\uparrow\Delta\vec{v})$. Tehát meghatározzuk a $\Delta\vec{v}$ sebességváltozás vektorának irányát (8.5. *a* ábra). Láthatjuk, hogy a $\Delta\vec{v}$ a kör belseje felé

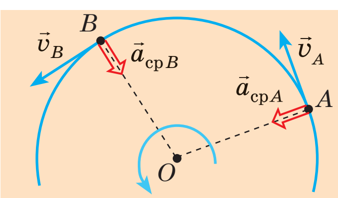
A $\vec{v}$ vektort párhuzamosan addig mozdítjuk el, amíg a kezdőpontja az A pontba kerül, majd meghatározzuk a $(\vec{v}-\vec{v}_0)$ különbséget, vagyis a sebességváltozás $(\Delta\vec{v})$ vektorát



8.5. ábra. A gyorsulás irányának meghatározása a test egyenletes körmozgása esetén

irányul; az $\vec{a}$ gyorsulásvektor szintén a kör középpontjába mutat. Bebizonyítjuk, hogy az $\vec{a}$ vektor közvetlenül a kör középpontja felé mutat, vagyis a sugár mentén irányul. Mivel a test $\vec{v}$ pillanatnyi sebessége az érintő mentén irányul, az érintő pedig merőleges az r sugárra, azt kell bebizonyítani, hogy $\vec{a} \perp \vec{v}$.

A bizonyítást indirekt bizonyítási eljárással végezzük el. Tegyük fel, hogy az $\vec{a}$ gyorsulásvektor és a $\vec{v}$ pillanatnyi sebesség vektora nem merőlegesek egymásra (szürke nyíl a 8.5. *b* ábrán). Azonban ebben az esetben, ha $a_x > 0$, akkor a test mozgássebessége növekszik, ha $a_x < 0$, akkor pedig csökken. Ez viszont változó mozgást jelentene, miközben mi az egyenletes mozgást tanulmányozzuk. Feltételezésünk tehát helytelen volt. Tehát $\vec{a} \perp \vec{v}$.



8.6. ábra. Egyenletes körmozgás esetén a test gyorsulása az adott pontban mindig a körvonal középpontja felé irányul (merőleges a pillanatnyi sebességre)

A test körmozgásakor:

- mivel *a gyorsulásvektor a körvonal középpontja felé mutat,* ezért a test gyorsulását a körmozgása során *centripetális gyorsulásnak* nevezik $\vec{a}_{cp}$ (8.6. ábra).
- a *centripetális gyorsulás abszolút értéke* a következő képlettel határozható meg:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}\,^{*}; \quad a_{cp} = \omega^2 r,$$

ahol v a lineáris sebesség; r a kör sugara; ω a szögsebesség.

Összegezés

- Görbe vonalú mozgás esetén a pillanatnyi sebességvektor iránya egybeesik a test mozgáspályájához húzott érintő irányával, és mivel a pillanatnyi sebesség iránya folyton változik, ezért a görbe vonalú mozgás minden esetben gyorsuló mozgás. A test egyenletes körmozgása olyan görbe vonalú mozgás, amikor a test mozgáspályája körvonal, s emellett a kerületi sebesség nem változik az időben.
- A test egyenletes körmozgása esetén:

– a pillanatnyi sebesség merőleges a körvonal sugarára, abszolút értékét tekintve egyenlő a kerületi sebességgel, és a következő képletek segítségével határozható meg: $v = \dfrac{l}{t}$, $v = \dfrac{2\pi r}{T}$, ahol T a periódusidő; r a körvonal sugara;

* Próbáljátok levezetni az adott képletet önállóan vagy kiegészítő információforrás segítségével!

– a szögsebesség olyan fizikai mennyiség, ami számbelileg egyenlő a sugár egységnyi t idő alatti φ szögelfordulásával, és a következő képletekkel számítható ki: $\omega = \frac{\varphi}{t}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, a v lineáris sebességgel a következőképpen függ össze: $v = \omega r$;

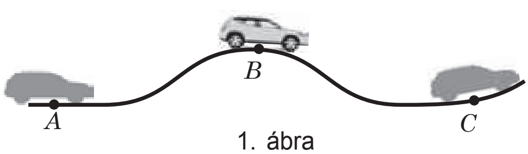
– a gyorsulás centripetális $\left(\vec{a}_{cp}\right)$, azaz a körvonal középpontja felé irányul; a centripetális gyorsulás abszolút értéke a következő képletekkel határozható meg: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$; $a_{cp} = \omega^2 r$.

Ellenőrző kérdések

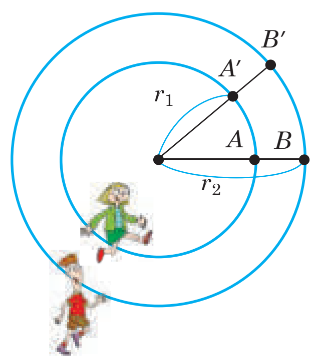
1. Végezhet-e a test görbe vonalú mozgást gyorsulás nélkül? Állításotokat bizonyítsátok be! **2.** Hogyan irányul a pillanatnyi sebességvektor görbe vonalú mozgás esetében? **3.** Milyen fizikai mennyiségekkel írható le a test egyenletes körmozgása? Jellemezzétek azokat! **4.** Milyen összefüggés áll fenn a mozgás kerületi és szögsebessége között? Vezessétek le ezt az összefüggést! **5.** Bizonyítsátok be, hogy egyenletes körmozgás során a gyorsulás a körvonal középpontja felé irányul! **6.** Milyen képlettel határozzák meg a centripetális gyorsulást?

8. gyakorlat

1. Mire szolgál a kerékpárok sárvédője?
2. Az 1. ábrán egy állandó sebességgel mozgó gépkocsi mozgáspályája látható. Melyik feltüntetett pontban lesz az autó centripetális gyorsulása a legnagyobb? A legkisebb?



1. ábra



2 ábra

3. A gépkocsi 36 km/h sebességgel halad át a domború, 30 m görbületi sugarú hídon. Mivel egyenlő a gépkocsi gyorsulása és merre irányul?
4. A kislány és a kisfiú egyenletesen halad a különböző sugarú körvonal mentén: $r_2 = 1{,}5 r_1$ (2. ábra). Hányszor nagyobb sebességgel kell haladnia a kisfiúnak, hogy állandóan egy sugár mentén haladjon a kislánnyal? Hányszorosan tér el egymástól a két gyerek gyorsulása?
5. A kerékpár gumiköpenyén lévő pont gyorsulása 100 m/s^2, a kerék sugara pedig 0,4 m. Mennyi a kerékpár sebessége? Tekintsétek úgy, hogy $\pi^2 = 10$.
6. Az óra percmutatója háromszor hosszabb a másodpercmutatónál. Hányszor nagyobb a másodpercmutató végének a gyorsulása?
7. Mekkora sebességgel kell repülnie a repülőgépnek a Föld egyenlítője fölött, hogy az utasok ne észleljék a Nap helyzetváltozását?

Kísérleti feladat

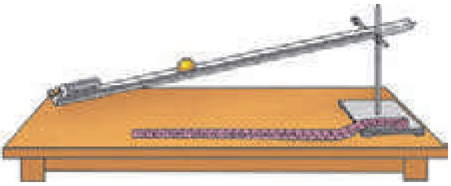
Határozzátok meg a mikrohullámú sütő tányérján (mixeren, játékautó kerekén stb.) lévő pont gyorsulását, kerületi- és szögsebességét! Milyen méréseket kell elvégeznetek a feladat teljesítéséhez?

1. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA

Téma. Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást végző test gyorsulásának meghatározása.
Cél: ferde csatornában guruló test gyorsulásának meghatározása.
Eszközök: fémből vagy fából készült csatorna, golyó, szorítócsavarral és fogóval ellátott laboratóriumi állvány, stopperóra, mérőszalag, fémhenger vagy egyéb, a golyó mozgásának megállítására alkalmas tárgy.

UTASÍTÁSOK A MUNKÁHOZ

A kísérlet előkészítése



1. Rögzítsétek a csatornát az állvány fogójába! Engedjétek le a fogót úgy, hogy a csatorna kis szöget zárjon be a vízszintessel (lásd az ábrát)!
2. A csatorna alsó részén helyezzétek el a fémhengert!
3. A csatorna felső részén jelöljétek meg a golyó indítási helyét!

A munka menete

A mérések és számítások eredményeit foglaljátok táblázatba!

1. Mérjétek meg a jel és a henger közötti s távolságot (ez a távolság egyenlő a golyó elmozdulásának abszolút értékével)!
2. Helyezzétek el a golyót a jellel szemben, és mérjétek meg azt a t_1 időt, ami alatt a golyó legurul a csatornában (az ütközéséig eltelt időt)!
3. A kísérletet háromszor ismételjétek meg!

A kísérlet eredményeinek feldolgozása

1. Számítsátok ki a golyó mozgásának átlagos idejét: $t_{átl} = (t_1 + t_2 + t_3 + t_4)/\ 4$! $t_{cep} = \left(t_1 + t_2 + t_3 + t_4\right)/4$.
2. Számítsátok ki a golyó gyorsulásának középértékét: $a_{átl} = 2s/t^2_{átl}$.
3. Számítsátok ki a mérések abszolút és relatív hibáját (lásd a 2. §. 4. és 5. pontjait):

   1) az időét: $\Delta t_{átl} = \dfrac{|t_1 - t_{átl}| + |t_2 - t_{átl}| + |t_3 - t_{átl}| + |t_4 - t_{átl}|}{4}$; $\varepsilon_t = \Delta t_{átl} / t_{átl}$;

   2) az elmozdulás abszolút értékét: $\Delta s = \Delta s_{műsz} + \Delta s_{mér}$; $\varepsilon_s = \Delta s / s$;

   3) a gyorsulás abszolút értékét: $\varepsilon_a = \varepsilon_s + 2\varepsilon_t$; $\Delta a = \varepsilon_a \cdot a_{cep}$.
4. Kerekítsétek az eredményt, és töltsétek ki a táblázatot!

A kísérlet sorszáma	A golyó elmozdulása s, m	A golyó mozgásideje		A golyó gyorsulása $a_{átl}$, m/s²	A gyorsulás mérésének hibája		A gyorsulás mérésének eredménye $a = a_{átl} \pm \Delta a$, m/s²
		t_i, s	$t_{átl}$, s		relatív ε_a, %	abszolút Δa, m/s²	

A kísérlet és eredményeinek elemzése

Elemezzétek a kísérletet és az eredményeit! Vonjatok le következtetést, amiben tüntessétek fel: 1) a mért mennyiségeket; 2) a kapott eredményeket; 3) a hibák okait; 4) melyik mennyiség mérése eredményezte a legnagyobb hibát!

Alkotói feladat

Gondoljátok végig, milyen tényezőktől függ a lejtőn guruló golyó gyorsulása! Írjátok le a feltételezések helyességének ellenőrzésére szolgáló kísérlet elvégzésének tervét, végezzétek el a kísérletet, majd vonjatok le következtetést feltételezések helyességét illetően!

2. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA

Téma. Test körmozgásának tanulmányozása

Cél: meghatározni a golyó körvonal mentén történő egyenletes mozgásának a jellemzőit: a periódusidőt, a fordulatszámot, a kerületi sebességet, a centripetális gyorsulást és a golyót gyorsulni kényszerítő erők eredőjének abszolút értékét.

Eszközök: szorítócsavarral és fogóval ellátott laboratóriumi állvány, 50–60 cm hosszú fonal, papírlap, körző, laboratóriumi mérleg súlykészlettel, stopperóra, fémgolyó, vonalzó, dinamométer.

UTASÍTÁSOK A MUNKÁHOZ

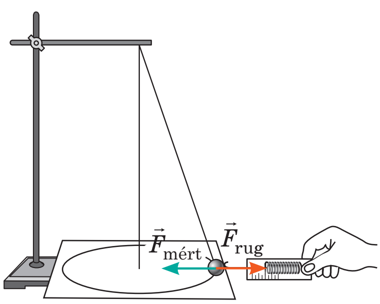
A kísérlet előkészítése

Rajzoljatok egy rajzlapra 15 és 20 cm sugarú koncentrikus köröket!

A munka menete

A mérések és számítások eredményeit foglaljátok táblázatba!

1. Mérjétek meg a golyó tömegét!
2. Állítsátok össze a kísérleti eszközt (lásd az ábrát)!
3. Az ingát annyira lendítsétek ki, hogy a golyó a papíron lévő egyik körvonal mentén mozogjon! Mérjétek meg az 5 kör megtételéhez szükséges t időt!
4. Mérjétek meg az $\vec{F}_{\text{mért}}$ eredő erő abszolút értékét, kiegyenlítve azt a dinamométer által kifejtett $\vec{F}_{\text{rug}}$ erővel (lásd a rajzot)!
5. Végezzétek el a kísérletet a másik körvonal esetében is!



A kísérlet eredményeinek feldolgozása

1. Határozzátok meg a golyó mozgásának T periódusidejét, n fordulatszámát, v lineáris sebességét: $T=\dfrac{t}{N}$; $n=\dfrac{N}{t}$; $v=\dfrac{2\pi R}{T}$!
2. Határozzátok meg a centripetális gyorsulás abszolút értékét: $a_{cp}=\dfrac{4\pi^2 R}{T^2}$!
3. Határozzátok meg a golyót gyorsulásra kényszerítő erők $\vec{F}$ eredőjének abszolút értékét: $F=ma_{cp}$!
4. Hasonlítsátok össze az eredő mért és kiszámított értékét, határozzátok meg az $F=F_{\text{mért}}$ egyenlőség kísérleti ellenőrzésének viszonylagos hibáját (lásd a 2. §. 5. pontját)!

A golyó tömege m, kg	Kör sugara R, m	Mozgásidő t, s	Fordulatszám N	Eredő erő $F_{\text{mért}}$, N	Periódusidő T, s	Fordulatszám n, s^{-1}	Kerületi sebesség v, m/s	Centripetális gyorsulás a_{cp}, m/s^2	Eredő erő F, N

A kísérlet és eredményeinek elemzése

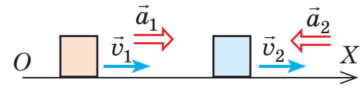
Elemezzétek a kísérletet és az eredményeit! Vonjatok le következtetést, amiben tüntessétek fel: 1) a mért mennyiségeket; 2) a kísérlet pontosságát és a hibák okait!

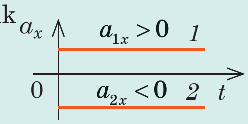
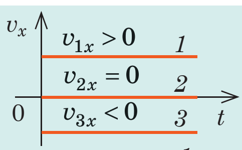
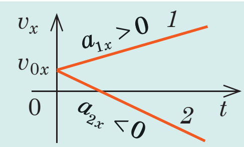
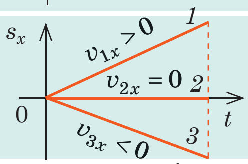
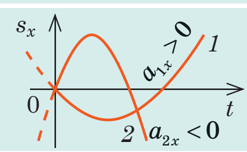
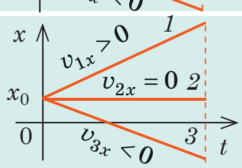
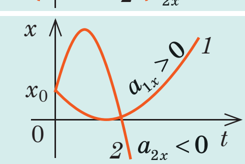
AZ I. FEJEZET ÖSSZEGEZÉSE
1. rész. Kinematika

1. Felidéztétek a mechanikai mozgást és az *egyenes vonalú egyenletes és egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásokat jellemző fő fizikai mennyiségeket*.

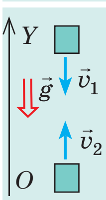
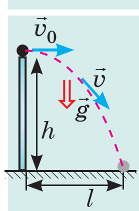
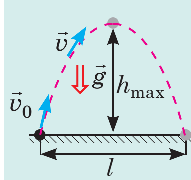
EGYENES VONALÚ MOZGÁS

A sebesség és a gyorsulás a *test mozgáspályája mentén irányul.*



egyenletes		egyenletesen gyorsuló	
A test gyorsulása: $a=0$		A test gyorsulásának vetülete: $a_x=\dfrac{v_x-v_{0x}}{t}$	
A test sebességének vetülete: $v_x=\dfrac{s_x}{t}$		A test sebességének vetülete: $v_x=v_{0x}+a_xt$	
A test elmozdulásának vetülete: $s_x=v_xt$		A test elmozdulásának vetülete: $s_x=v_{0x}t+\dfrac{a_xt^2}{2}$	
A test koordinátája: $x=x_0+v_xt$		A test koordinátája: $x=x_0+v_{0x}t+\dfrac{a_xt^2}{2}$	

2. Elmélyítettétek tudásotokat a *testnek a nehézségi erő hatására történő mozgásáról.*

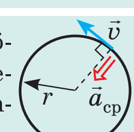
Vízszintesen eldobott test mozgása	Függőlegesen vagy a vízszinteshez viszonyítva valamely szög alatt eldobott test mozgása	
 $a=g\approx 10\ \text{m/s}^2$ $v_y=v_{0y}+g_yt$ $y=y_0+v_{0y}t+\dfrac{g_yt^2}{2}$	 $l=v_0t$ $h=\dfrac{gt^2}{2}$ $v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$	 $l=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ $h_{max}=\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$ $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$

3. Tanulmányoztátok a *test egyenletes körmozgását.*

Egyenletes körmozgás

Periódusidő: $T=t/N$; $[T]=1$ s (másodperc)
Szögsebesség: $\omega=2\pi/T$; $[\omega]=1$ rad/s (s^{-1})
Kerületi sebesség: $v=2\pi r/T=\omega r$; $[v]=1$ m/s
Centripetális gyorsulás: $a_{cp}=v^2/r=\omega^2r$; $[a_{cp}]=1\ \text{m/s}^2$

Az $\vec{a}_{cp}$ a körvonal középpontja felé, a $\vec{v}$ sebesség a körvonal érintője mentén irányul



ÖNELLENŐRZÉSRE SZOLGÁLÓ FELADATOK A *MECHANIKA* C. I. FEJEZETHEZ 1. rész. Kinematika

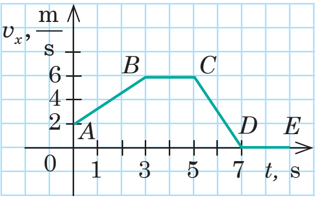
Az 1–4. feladatok feltüntetett megoldásai közül csak egy helyes

1. (*1 pont*) A tanuló anyagi pontnak tekinthető, amikor meghatározzák: a) a magasságát; b) a tömegét; c) a padlóra gyakorolt nyomását; d) az általa megtett utat.

2. (*1 pont*) A vízszinteshez viszonyítva valamely szög alatt eldobott test csak nehézségi erő hatására mozog. A test gyorsulása: a) a mozgás kezdetének pillanatában a legnagyobb; b) azonos a mozgás tetszőleges pillanatában; c) legkisebb a mozgáspálya legmagasabb pontjában; d) emelkedés közben növekszik..

3. (*1 pont*) A gépkocsi egyenes úton közlekedik. A grafikon (1. ábra) melyik szakasza felel meg a legnagyobb gyorsulás abszolút értékének, ha az OX tengely az út mentén helyezkedik el?

a) AB; b) BC; c) CD; d) DE.



1. ábra

4. (*2 pont*) A kisgyerek egy 5 m sugarú körhintán forog. Mekkora lesz a gyerek által megtett l út és az elmozdulás s abszolút értéke, ha a körhinta egy teljes fordulatot tesz meg?

a) $l=0$, $s=0$; b) $l=31{,}4$ m, $s=0$; c) $l=0$, $s=5$ м; d) $l=31{,}4$ m, $s=5$ m.

5. (*2 pont*) Mennyi idő alatt halad el a 280 m hosszú, 72 km/h sebességgel haladó gyorsvonat a szomszéd sínpáron vele 36 km/h sebességgel párhuzamosan mozgó, 700 m hosszú tehervonat mellett?

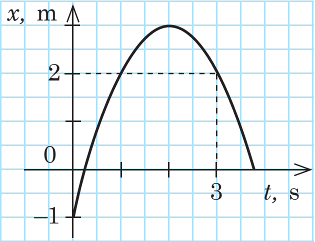
6. (*3 pont*) Egy gépkocsi sebessége vetületének grafikonja alapján (lásd az 1. ábrát) határozzátok meg a jármű elmozdulását és a megtett útra vonatkoztatott átlagsebességét a megfigyelés első 5 másodperce alatt!

7. (*3 pont*) Egy test mozgásának egyenlete: $x = 0{,}5 + 5t - 2t^2$ (m). Határozzátok meg a test elmozdulását a mozgás első 2 másodperce alatt; a test sebességét 3 s múlva! Tekintsétek úgy, hogy a kiválasztott vonatkoztatási rendszerben a test az OX tengely mentén haladt!

8. (*3 pont*) A Föld felszínétől 2,75 m magasságban lévő A pontból 5 m/s sebességgel függőlegesen feldobtak egy labdát. Amikor a labda elérte a legmagasabb emelkedési pontját, ugyanabból az A pontból ugyanolyan sebességgel egy másik labdát is feldobtak. Határozzátok meg a labdák találkozásának magasságát!

9. (*4 pont*) A kaszkadőr az egyik tetőről az azonos magasságban lévő másik tetőre ugrik át. Legalább mekkora kezdősebességgel kell rendelkeznie a kaszkadőrnek, ha a tetők közötti távolság 4,9 m? Mekkora maximális magasságot ér el közben a kaszkadőr?

10. (*4 pont*) Az OX tengely mentén mozgó test sebessége 4 m/s. Az $x(t)$ függvény grafikonja alapján (2. ábra): 1) Írjátok fel a koordináta egyenletét; 2) Rajzoljátok meg a $v_x(t)$ függvény grafikonját!



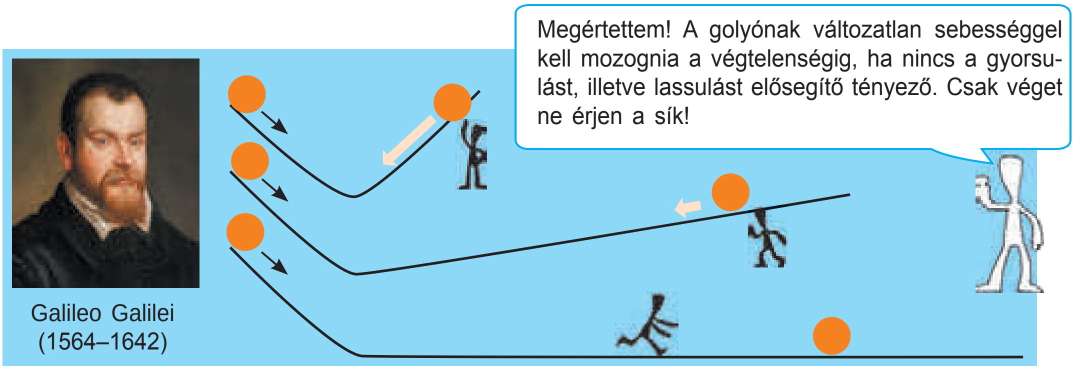
2. ábra

Válaszaitokat hasonlítsátok össze a könyv végén található megoldásokkal! Jelöljétek meg a helyes válaszokat, és *számoljátok* össze *a megszerzett pontokat! Az eredményt osszátok el kettővel! Az így kapott szám megfelel a tanulmányi eredményeteknek.*

A számítógéppel ellenőrizhető gyakorló tesztfeladatokat az Інтерактивне навчання elnevezésű internetes portálon találhatják meg.

2. RÉSZ. DINAMIKA ÉS A MEGMARADÁSI TÖRVÉNYEK

9. §. INERCIÁLIS VONATKOZTATÁSI RENDSZEREK. NEWTON ELSŐ TÖRVÉNYE



Galileo Galilei (1564–1642)

Miért tesz szert sebességre a golyó? Miért gyorsul fel? Idővel miért áll meg? Hogyan mozog a golyó, ha a dőlési szöget a nullához közelítik? A XVI. század végén, különböző testek lejtőn történő mozgását vizsgálva, *Galileo Galilei* rájött a *tehetetlenség* jelenségének a létezésére.

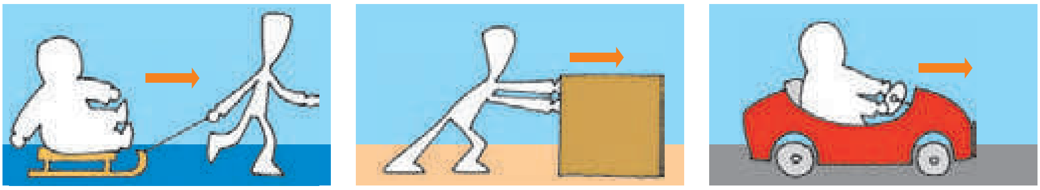
1 Felidézzük a tehetetlenség törvényét

A testek melyik állapota a „természetes" – a nyugalmi vagy a mozgás? Arisztotelész ógörög filozófus azt állította, hogy a nyugalom, hiszen ahhoz, hogy a test mozgásba lendüljön, megfelelő módon hatni kell rá, ha viszont ez a hatás megszűnik, a test megáll. Úgy tűnik, hogy mindennapi tapasztalataink megerősítik ezt a gondolatot. De valóban így van?

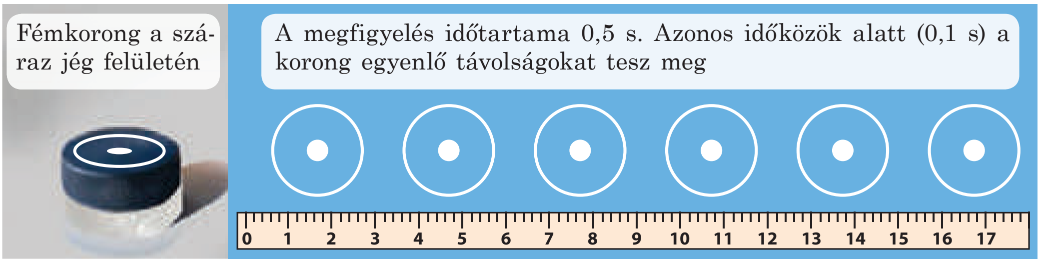
? Miért áll meg a test (9.1. ábra), ha nem tolják, vagy húzzák tovább? Vajon akkor is megállna, ha megszűnne a mozgásukra ható ellenállás?

Reméljük, hogy megtaláltátok a helyes feleletet és eljutottatok ahhoz a gondolathoz, amelyet a maga idejében Galilei fogalmazott meg, majd kísérletekkel be is bizonyított: „A mozgásba lendült test megtartja sebességét, ha megszűnnek a gyorsulását vagy lassulását kiváltó külső okok". Tehát a test számára nemcsak a nyugalmi állapot, hanem az egyenes vonalú egyenletes mozgás is „természetes".

Galilei tehetetlenségi törvénye: ha a testre nem hatnak más testek vagy a rá ható testek hatásai kiegyenlítik egymást, akkor a test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását.



9.1. ábra. A 9.§-ban lévő feladathoz



9.2. ábra. Minél kisebb a súrlódás (a test mozgására ható ellenállás), a test vízszintes mozgása annál jobban közelít a tehetetlenségi mozgáshoz

Azt a testet, amire nem hatnak más testek vagy terek, *magára hagyott testeknek*, az ilyen *testek mozgását pedig inerciális (tehetetlenségi) mozgásnak* nevezzük. A gyakorlatban csaknem lehetetlen olyan feltételeket létrehozni, amikor a testre semmi sem hat, ezért *inerciális mozgásnak általában olyan eseteket tartanak, amikor más testek, valamint terek hatásai a test mozgásvonala mentén elég gyengék, illetve azok hatásai kiegyenlítődnek, ezért nem vezetnek a sebesség észrevehető csökkenéséhez* (9.2. ábra).

2 Milyen alapkövetelményt állít Newton első törvénye

Ha a testre nem hatnak más testek, vagy terek, illetve azok hatásai kiegyenlítődnek, akkor a test megőrzi nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását. Ez a **tehetetlenség jelensége**.

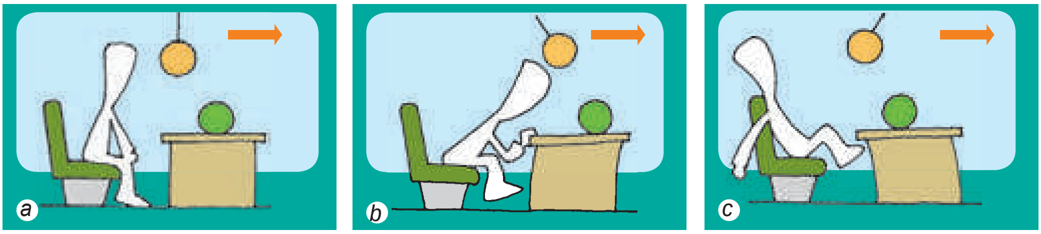
Viszont a nyugalmi és a mozgó állapot a *vonatkoztatási rendszer* (VR) kiválasztásától függ. Vajon minden vonatkoztatási rendszerben megfigyelhető a tehetetlenség? A 9. osztályos fizika tananyagából már tudjátok, hogy nem mindegyikben.

Inerciális vonatkoztatási rendszernek (inerciarendszernek) az olyan vonatkoztatási rendszert nevezzük, amelyben megnyilvánul a tehetetlenség jelensége.

Képzeljétek el, hogy egy olyan vonat fülkéjében ültök, amely időnként felgyorsul, lefékez, befordul egy kanyarban stb. Érthető, hogy a vonathoz kötött VR csak abban az esetben lesz *inerciális*, ha a vonat *egyenes vonalú egyenletes mozgást végez; minden egyéb esetben* a rendszer *nem lesz inerciális*, hiszen hozzá viszonyítva nem nyilvánul meg a tehetetlenség jelensége (9.3. ábra).

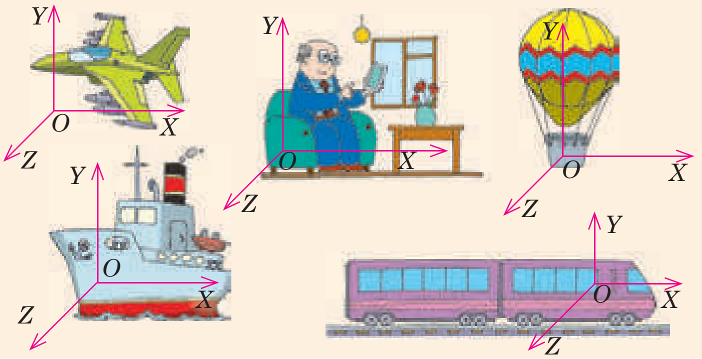
? Melyik ábra (lásd a 9.3. *a–c* ábrát) szemlélteti, hogy a vonat felgyorsul? Fékez? Egyenes vonalú egyenletes mozgást végez?

Általában inerciális vonatkoztatási rendszerként a földfelszín egy fix pontjához szigorúan rögzített VR-t használnak. Azonban ez a rendszer csak



9.3. ábra. A vonathoz kötött VR abban az esetben lesz inerciális, ha a vonat a Földhöz viszonyítva nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez (*a*); minden egyéb esetben ez a VR nem inerciális (*b, c*)

Ha a test megőrzi nyugalmi állapotát, vagy folytatja egyenes vonalú egyenletes mozgását, például a Földhöz viszonyítva, akkor a Földhöz viszonyítva egyenletes sebességgel mozgó VR-hez képest szintén megtartja nyugalmi állapotát, vagy folytatja egyenes vonalú egyenletes mozgását



9.4. ábra. Az inerciális VR-hez (jelen esetben a házhoz kötött) viszonyítva egyenes vonalú egyenletes mozgást végző VR (a repülőgéphez, vonathoz stb. kötött) szintén inerciális lesz

feltételesen tekinthető inerciálisnak, mivel a Föld forog a saját tengelye körül. Pontosabb mérések esetén a Nappal, illetve távoli csillagokkal összekötött inerciális VR-t alkalmaznak.

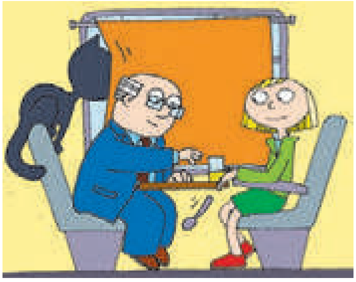
Ha ismerünk legalább egy inerciális VR-t (például a 9.4. ábrán látható épülettel összekötött rendszert), akkor sok más VR-t is találhatunk (9.4. ábra).

Galileo Galilei tehetetlenségi törvénye volt az első lépés a klasszikus mechanika törvényeinek felfedezésében. A testek mozgástörvényeinek megfogalmazáskor Isaac Newton ezt a törvényt a mozgás első törvényének nevezte el. A modern elképzeléseknek megfelelően a **newtoni mechanika első törvénye** a következő:

Léteznek olyan vonatkoztatási rendszerek, amelyekhez képest a test megőrzi nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, ha más erők nem hatnak rá, vagy azok hatásai kiegyenlítik egymást.

Ebben a megfogalmazásban Newton első törvénye:

- megállapítja az inerciális VR-ek létezését;
- lehetőséget nyújt az összes lehetséges VR közül kiválasztani az inerciális VR-eket;
- magába foglalja a tehetetlenségi törvényt (a test egyenes vonalú egyenletes mozgásának feltételeit).



9.5. ábra. Semmilyen mechanikai kísérlettel sem állapítható meg, hogy a kocsi nyugalmi állapotban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. Az utasok csak abban az esetben tudják ezt eldönteni, ha kinéznek az ablakon

3 Galilei-féle viszonylagossági elv

A testek mozgását tanulmányozva a különböző inerciális vonatkoztatási rendszerekben, Galilei arra a következtetésre jutott, amit **Galilei-féle viszonylagossági elvnek** neveznek:

Minden inerciális vonatkoztatási rendszerben a mechanikai jelenségek és folyamatok lefolyása egyenlő kezdeti feltételek esetén azonos (9.5. ábra).

Galilei azt írta: „A vitorlás hajó kajütjében elvégzett kísérletek semmiben sem különböznek a szárazföldön végzett kísérletektől, vagy azok eredményeitől. Csak a fedélzetre lépve érzékeljük, hogy a hajónk egyenes vonalú egyenletes mozgást végez...”.

Összegzés

- A tehetetlenségi törvény: ha a testre nem hatnak más testek, illetve azok hatásai kiegyenlítődnek, akkor a test megőrzi nyugalmi állapotát, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását.
- Newton első törvénye: léteznek olyan vonatkoztatási rendszerek, amelyekhez képest a test megőrzi nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, ha más erők nem hatnak rá, vagy azok hatásai kiegyenlítik egymást. Az ilyen vonatkoztatási rendszereket inerciálisnak nevezik.
- Az inerciális vonatkoztatási rendszerek általában a Földhöz kötöttek. Az inerciális VR-hez képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző VR szintén inerciális lesz.
- A mechanikai jelenségeknek és folyamatoknak azonos kezdő feltételek mellett minden inerciális vonatkoztatási rendszerben azonos a lefolyásuk.

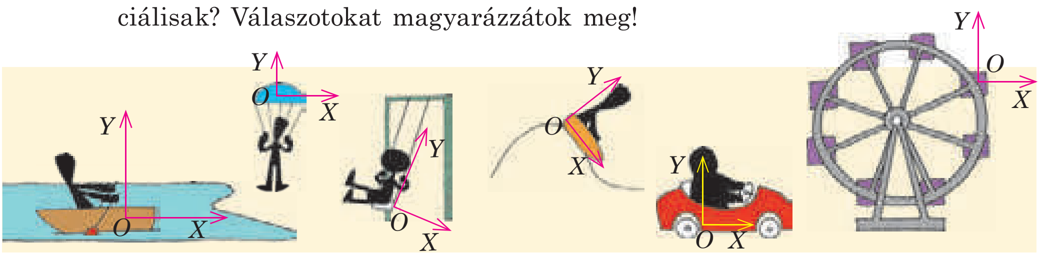
Ellenőrző kérdések

1.Milyen feltételek mellett őrzi meg a test a sebességét? Mondjatok példákat! **2.** Fogalmazzátok meg a tehetetlenség törvényét! **3.** Milyen VR-t nevezünk inerciálisnak? Nem inerciálisnak? Mondjatok példákat! **4.** Fogalmazzátok meg Newton első törvényét! Mit állít a törvény? **5.** Inerciális VR-ben tartózkodva mechanikai kísérletek segítségével megállapítható-e, hogy az adott rendszer mozog, vagy nyugalmi állapotban van?

9. gyakorlat

1. Mondjatok példákat olyan testekre, amelyek a Földhöz viszonyítva nyugalmi állapotban vannak! Milyen erők hatnak ezekre a testekre? Mit tudnátok mondani ezekről az erőkről?

2. Az 1. ábrán látható vonatkoztatási rendszerek közül melyek *lehetnek* inerciálisak? Mely rendszerekről mondhatjuk *teljes bizonyossággal*, hogy nem inerciálisak? Válaszotokat magyarázzátok meg!

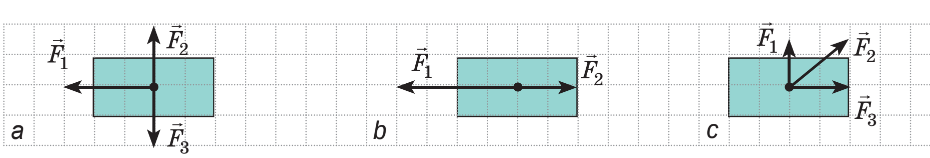


1. ábra

3. A 20 m magas, meredek szikla csúcsáról letört egy darab. A szikladarab esését a sziklán álló turista és a folyón 15 km/h sebességgel haladó jacht utasa is figyelemmel kíséri. Határozzátok meg a kődarab elmozdulását, esési idejét, gyorsulását és sebességét a földet érés pillanatában a turistával összekötött 1. és a jacht utasával összekötött 2. VR-hez viszonyítva!

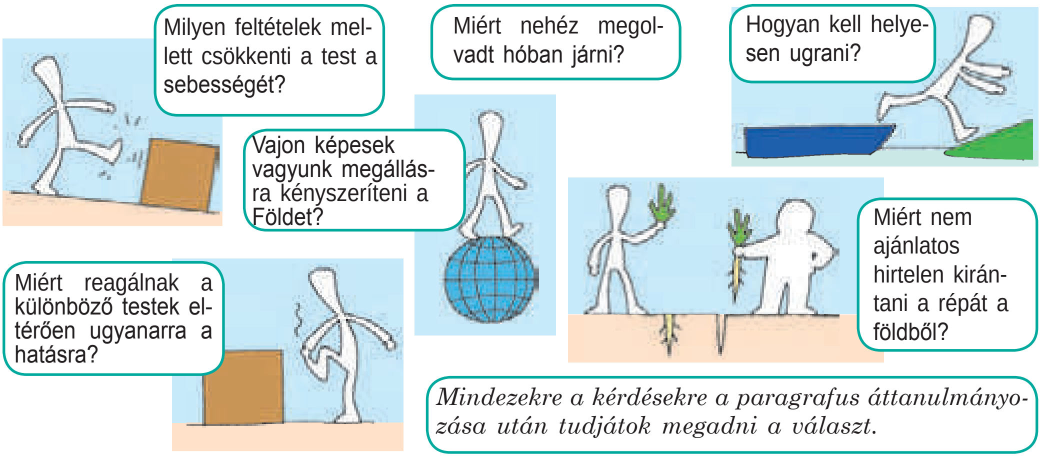
4. Kiegészítő információforrás segítségével tudjatok meg minél többet arról, hogyan jelez a szervezetünk, ha nem inerciális VR-ben tartózkodunk!

5. A 2. ábrán három test és a rájuk ható erők láthatók (1 kocka – 2 N). Határozzátok meg minden test esetében a rá ható erők eredőjének irányát és abszolút értékét!



1. ábra

10. §. ERŐ. TÖMEG. NEWTON MÁSODIK ÉS HARMADIK TÖRVÉNYE

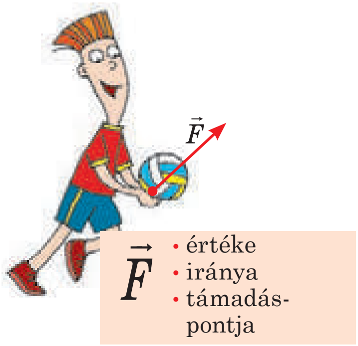


1 Mi az erő?

Képzeljétek el, hogy felgyorsultok a versenykerékpárral és abbahagyjátok a pedálok tekerését. Előbb-utóbb feltétlenül megálltok - a kerékpár mozgássebessége fokozatosan nullára csökken. A kerékpár megállásáig eltelt idő, és ennek következtében a gyorsulás is nagymértékben attól függ, hogy fékeztek-e közben. Vagyis ugyanaz a *test különböző hatás (kölcsönhatás) eredményeként különböző gyorsulásra tesz szert*. A különböző hatások eredményeként a test eltérő módon változtatja alakját és méretét – vagyis *deformálódhat*.

A kölcsönhatás mértéke az erő.

Az $\vec{F}$ **erő** a mechanikában olyan fizikai vektormennyiség, amely a testek kölcsönhatásának mértéke, aminek következtében a test gyorsulásra tesz szert vagy megváltoztatja alakját (deformálódik).



10.1. ábra. Röplabdázás közben a labda megütésével felgyorsíthatjátok annak mozgását, megállíthatjátok, megváltoztathatjátok az irányát, megcsavarhatjátok. Mindez a labdára ható erő irányától, támadáspontjától és nagyságától függ

Az erő mértékegysége az SI rendszerben a **newton**:

$$[F] = 1\ \text{N (N)}.$$

1 N *azzal az erővel egyenlő, amely az* 1 kg *tömegű testre hatva* 1 m/s^2 *gyorsulást közöl vele.*

A fizikában gyakran erőnek nevezik az egyik test másikra gyakorolt hatását. Például azt mondhatjuk: a labdára rugalmassági erő hat, noha valójában a labdára a röplabdázó keze hat, melynek hatását rugalmassági erő jellemzi.

Az $\vec{F}$ erő hatásának eredménye függ az adott F erő abszolút értékétől, annak irányától és támadáspontjától (ha a test nem anyagi pont) (10.1. ábra).

HMondjatok néhány egyszerű példát olyan esetekre (mozgás, sport, főzés stb.), amikor el kell gondolkodni, mekkora erőt (nagyot vagy kisebbet) kell kifejteni, és hová kell azt irányítani!

2 Miért reagálnak eltérően a testek ugyanannak az erőnek a hatására?

A test sebességváltozása nemcsak a testre ható erőtől függ: ha a teniszlabdát vagy a súlygolyót azonos erőhatás éri, a súlygolyó mozgása kevésbé változik meg, illetve ugyanakkora változáshoz több időre lesz szükség. Tehát a *különböző testek eltérően reagálnak ugyanarra az erőhatásra.*

A testnek azt a tulajdonságát, hogy a sebességének erő hatására történő megváltoztatásához bizonyos idő szükséges, **tehetetlenségnek** nevezzük.

Minél tehetetlenebb egy test, annál kisebb gyorsulásra tesz szert ugyanakkora erő hatására. A fenti példában a súlygolyó tehetetlenebb a teniszlabdánál, mivel ugyanakkora erő hatására lassabban változtatja sebességét, mint a labda. A test tehetetlenségi tulajdonságait annak *tehetetlenségi tömege* jellemzi.

Minden test rendelkezik a más testekkel való gravitációs kölcsönhatás tulajdonságával. A testnek ezt a tulajdonságát a *gravitációs tömeg* jellemzi. A *test tehetetlenségi tömege megegyezik annak gravitációs tömegével*, ezért a továbbiakban egyszerűen a test tömegéről fogunk beszélni.

Az m **tömeg** olyan fizikai mennyiség, amely a test tehetetlenségének és gravitációjának mértéke.

A tömeg mértékegysége az SI rendszerben a **kilogramm**: $[m]=1$ kg (kg).

1 kg *egyenlő a kilogramm nemzetközi etalonjának tömegével.*

A test tömegét megmérni annyit jelent, mint összehasonlítani az etalon tömegével, vagyis az etalonként elfogadott test tömegével.

A test tömege közvetlen meghatározásának legelterjedtebb módja a mérés (a tömeg a gravitáció mértéke, ezért az egyenlő tömegű testeket a Föld azonos módon vonzza, tehát egyenlő nyomást gyakorolnak a támasztékra).

A mérés a test tömege megállapításának egyik legkényelmesebb módja, ezzel együtt nem univerzális. Hogyan lehet például megmérni egy molekula vagy a Hold tömegét, hiszen nem tehetjük azokat a mérlegre? Ezekben az esetekben azt a tényt alkalmazzák, hogy a tömeg a tehetetlenség mértéke. Ha két, m_1 és m_2 tömegű testre azonos erők hatnak, *akkor ezeket a tömegeket úgy hasonlíthatjuk össze, ha meghatározzuk a testeknek az erőhatás által létrejött gyorsulását*:

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{a_2}{a_1}$$

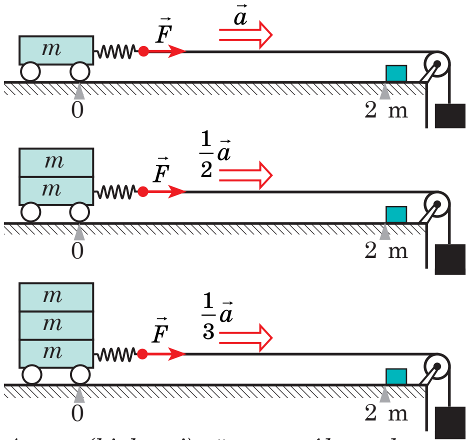
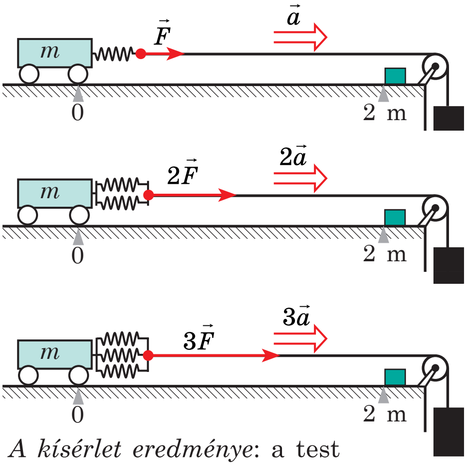
? A múlt évben tanult Newton második törvénye alapján, próbáljátok igazolni ezt az állítást! Ha nem sikerül, térjetek vissza a bizonyításhoz a 10.§. áttanulmányozása után.

A tömeg alaptulajdonságai

1. A *test tömege invariáns* (változatlan értékű) *mennyiség*: nem függ sem a viszonyítási rendszer kiválasztásától, sem a test sebességétől.
2. *A klasszikus mechanikában a test tömege additív mennyiség*: a test tömege egyenlő a testet alkotó összes részecske tömegének összegével, a rendszer tömege pedig egyenlő a rendszert alkotó testek tömegének összegével.
3. *A klasszikus mechanikában teljesül a tömegmegmaradás törvénye*: a rendszerben lezajló bármely folyamat során a rendszer össztömege változatlan marad; a test tömege nem változik más testekkel való kölcsönhatása során.

3 Newton második törvénye

Kemény, vízszintes felületre könnyen mozgó kocsit helyezünk, és nehezék segítségével elmozdítjuk. A teher tömegét a kísérletekben úgy választjuk meg, hogy a rugó megnyúlása mindegyik esetben azonos legyen. Megmérve a megadott távolság, pl. $s=2$ m, megtételéhez szükséges t időt, meghatározzuk a kocsi gyorsulását $\left(a=2s/t^2\right)$:

Newton második törvényének igazolására szolgáló kísérlet	
A test (kiskocsi) tömege növekszik; a testre ható erő változatlan  *A test (kiskocsi) tömege változatlan; a testre ható erő növekszik* $a \sim \frac{1}{m}$.	*A kísérlet eredménye:* a test gyorsulása fordítottan arányos a test tömegével:  *A kísérlet eredménye*: a test gyorsulása egyenesen arányos a testre ható erővel: $a \sim F$.
Tehát, $a \sim \frac{F}{m}$.	

Az erő mértékegységét úgy állapították meg, hogy az kifejezés arányossági tényezője 1 legyen. $a \sim F/m$ A fentieket figyelembe véve megfogalmazzuk **Newton második törvényét**:

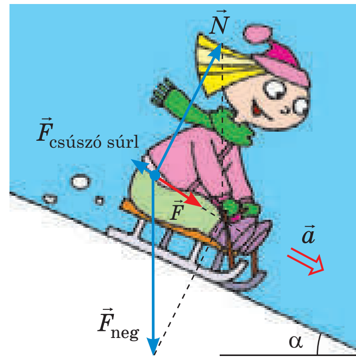
A test erő hatására bekövetkező gyorsulása egyenesen arányos ezzel az erővel és fordítottan arányos a test tömegével:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$$

- Az $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$ alakban felírt *Newton második törvénye csak az inerciális vonatkoztatási rendszerekben teljesül.*
- Az esetek többségében a testre több erő hat egyszerre. Ha a testet anyagi pontnak tekinthetjük, akkor ezek az erők egy erővel – az eredővel helyettesíthetők. Az eredő erő egyenlő a testre ható erők mértani összegével: $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n$ (10.2. ábra), ezért Newton második törvényét a következő alakban írják fel:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n}{m}, \text{ vagy } \vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n=m\vec{a}$$

- A *test gyorsulásának iránya* mindig *megegyezik a testre ható erők eredőjének irányával*: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{F}$.
- Ha a testre ható erők kiegyenlítik egymást, vagyis az eredő nulla ($\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \mathbf{0}$), akkor a test sebességének az értéke és az iránya is változatlan marad: $\vec{a} = \mathbf{0}$ (10.3. ábra), tehát állandó sebességgel mozog, *vagy nyugalmi állapotban marad*.
- A test csak abban az esetben végez *egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást*, ha a testre ható *erők eredője nem változik az idő függvényében*.



10.2. ábra. Az $\vec{F}$ erő az $\vec{F}_{\text{neg}}$ nehézségi, az $\vec{N}$ reakcióerő és az $\vec{F}_{\text{csúszó súrl}}$ súrlódási erő eredője. Az $\vec{F}$ erő hozza létre a kislány $\vec{a}$ gyorsulását

4 Newton harmadik törvénye

„A hatásnak mindig létezik azonos nagyságú, de ellentétes irányú ellenhatása, más szavakkal: két test kölcsönhatása azonos nagyságú és ellentétes irányú” – így fogalmazta meg Newton a harmadik és egyben utolsó „mozgásaxiómáját”.

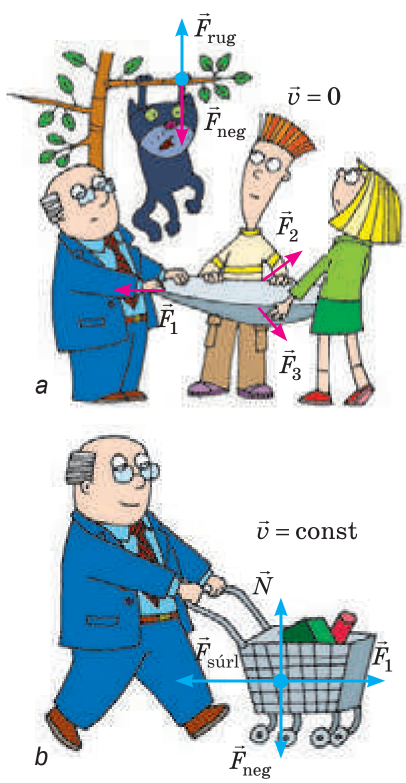
? A harmadik „mozgásaxióma” milyen megnyilvánulásait veszitek észre a környezetetekben? Milyennel találkoztatok a nap folyamán? A múlt héten?

Az erők mindig párosan jönnek létre: ha az *A* test $\vec{F}_1$ erővel hat a *B* testre, akkor okvetlen van olyan ellentétes $\vec{F}_2$ erő, amelyik a *B* test részéről hat az *A*-ra, és eközben az $\vec{F}_2$ erő abszolút értéke azonos, iránya pedig ellentétes az $\vec{F}_1$ erőjével: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Viszont ezen erők (esetleg egyik erő) megnyilvánulása nem minden esetben érezhető. Például amikor az alma leesett a fáról, széttört és lenyomta a füvet, a „hatás” és az „ellenhatás” is észlelhető. Szintén jól látható a Föld hatása az almára (az alma leesett), viszont az ellenhatás (az alma vonzza a Földet) már egyáltalán nem észlelhető.

Kiemeljük: a „hatás” és „ellenhatás” erőinek *természete mindig azonos*, minden esetben *egy egyenes mentén (hatásvonal) irányulnak* (10.4. ábra). Most már megfogalmazhatjuk **Newton harmadik törvényét**:

Azok az erők, amelyekkel a testek kölcsönösen hatnak egymásra, azonos természetűek, egy egyenes mentén hatnak, egyenlő nagyságúak és ellentétes irányuk:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$



10.3. ábra. Ha a testre ható erők eredője nulla, akkor a test nyugalomban van (*a*), vagy állandó sebességgel mozog (*b*)

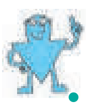
10.4. ábra. A kölcsönhatás során létrejövő azonos természetű erők egy egyenes mentén hatnak, nagyságuk egyenlő, irányuk pedig ellentétes

5 Vajon Münchhausen báró a hajánál fogva kihúzhatta volna-e magát a mocsárból

Két test kölcsönhatásakor azonos nagyságú és ellentétes irányú erőpár jön létre. Nagyon jó, hogy ezeknek az *erőknek nincs eredője, hiszen különböző testekre hatnak és nem egyenlíthetik ki egymást*, mivel ellenkező esetben állandó mozdulatlanságra lennénk ítélve, vagy a végtelenségig egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznénk.

Teljesen más esettel állunk szemben, ha az erőpár egy testen lévő (egy anyagi pontrendszerhez tartozó) két pontra hat. Ebben az esetben a rendszer összes belső erőinek vektorösszege nulla ($\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0$ – azonos értékű, de ellentétes irányú erőpárok adódnak össze), *ezért a belső erők a testet nem gyorsítják fel* (a test a belső erők hatására nem képes se elmozdulni, se megállni, se irányt változtatni). *A test gyorsulása csak külső erők hatására jön létre.*

Tehát vajon kihúzhatta volna-e magát Münchhausen báró, Rudolf Raspe regényének hőse, a hajánál fogva a mocsárból? Hogyan tehette volna meg?



Összegzés

- Az $\vec{F}$ erő olyan fizikai vektormennyiség, amely a testek kölcsönhatásának mértéke, aminek eredményeként a test gyorsulásra tesz szert vagy/és megváltoztatja alakját, illetve a méretét (deformálódik). Az erő mértékegysége az SI rendszerben a newton (N). Ha az anyagi pontra egyidőben több erő hat, akkor azokat az eredőjükkel helyettesíthetjük: $(\vec{F})$: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$.
- A dinamika fő tétele Newton második törvénye: a test erő hatására bekövetkező gyorsulása egyenesen arányos ezzel az erővel és fordítottan arányos a test tömegével: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$. Ez a törvény csak az inerciális vonatkoztatási rendszerekben teljesül.
- Newton harmadik törvénye a kölcsönhatás törvénye: azok az erők, amelyekkel a testek kölcsönösen hatnak egymásra, azonos természetűek, egy egyenes mentén hatnak, egyenlő nagyságúak és ellentétes irányuk: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Két test kölcsönhatásakor létrejövő erőpár nem oltják ki egymást, mivel két különböző testre hatnak.

Ellenőrző kérdések

1. Jellemezzétek az erőt és tömeget mint fizikai mennyiséget! **2.** Mit nevezünk tehetetlenségnek? **3.** A test milyen tulajdonságain alapszik a tömeg meghatározásának mindegyik módszere? **4.** Milyen tényezőktől függ a test gyorsulása?

5. Fogalmazzátok meg Newton második törvényét! **6.** Hogyan írható fel Newton második törvénye abban az esetben, ha a testre több erő hat? **7.** Fogalmazzátok meg Newton harmadik törvényét! Mondjatok példákat a megnyilvánulására! **8.** A test kölcsönhatásakor létrejövő erőpár milyen esetben semlegesíti egymást?

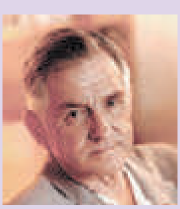
10. gyakorlat

1. A gépkocsi tehetetlenségének következtében üzemanyag takarítható meg. Hogyan és miért lehetséges ez?
2. Vajon elmozdul-e a kocsi, ha a mágnesek elég erősek (lásd az ábrát)? Válaszodat magyarázd meg!
3. A billiárdgolyó két, kölcsönösen merőleges, 0,81 és 1,08 N erő hatására 5 m/s^2 gyorsulásra tett szert. Határozzátok meg a golyó tömegét!
4. 2018. január 1-jén lépett életbe Ukrajnában az a szabályozás, miszerint a gépkocsik megengedett maximális sebessége lakott területen 50 km/h, ellentétben az addigi 60 km/h-val. Koccanás esetén hányszor lesz kisebb az ütközés ereje, ha a féktávolság akkora marad, mint a régi sebességhatár esetén?
5. Feleljetek a 10. § elején feltett kérdésekre!
6. Magyarázzátok meg a következő állítást: „A tehetetlenség a test tulajdonsága, a tehetetlenség – természeti jelenség”!
7. A 60 kg tömegű fiú 1,8 m magasból ugrott le. Milyen erővel ütköznek a lábai a földnek, ha: 1) nem hajlította be a térdeit, és a megállási idő 0,1 s? 2) behajlította a térdeit és a megállási idő a 10-szeresére növekedett?
8. *Klasszikus feladat.* A ló szánt húz. Newton harmadik törvényének megfelelően a szán ugyanolyan erővel húzza hátrafelé a lovat, mint amennyivel a ló a szánt előre. Akkor mégis miért a ló húzza a szánt és nem fordítva?
9. Gondoljatok ki néhány egyszerű feladatot Newton második és harmadik törvényeinek az alkalmazására! Írjátok le, és oldjátok meg azokat! Kiegészítő információforrás segítségével törekedjetek arra, hogy a feladataitok adatai valósak legyenek!

Kísérleti feladat

Ajánljatok néhány kísérletet Newton harmadik törvényének ellenőrzésére! Végezzétek is el azokat!

Fizika és technika Ukrajnában



Oleg Kosztantinovics Antonov (1906–1984) neves ukrán-szovjet repülőgép-tervező, a Szovjetunió vezető tervezőmérnöke, az ukrán és szovjet Tudományos Akadémiák tagja. Antonov a szovjet vitorlázórepülés egyik megalapítója. Több mint 50 vitorlázórepülő-típust tervezett. Viszont a világhírt az általa megtervezett, biztonságos utas- és teherszállító repülőgépeknek köszönheti.

1946-tól Antonov vezető-, majd 1967-től főkonstruktőre az általa alapított kutató és tervezőirodának, amely ma az *Antonov* nevét viselő állami vállalat.

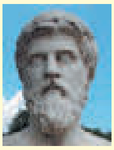
Oleg Antonov vezetése alatt tervezték meg az AN-8, AN-12, AN-22, AN-26, AN-32, AN-72 típusú teherszállító, AN-2 és AN-14 többcélú, valamint az AN-10, AN-24 utasszállító repülőgépeket. Az AN-124 *Ruszlan* és AN-225 *Mrija* típusú teherszállító gépek pótolhatatlanok a nagyméretű áruk szállítása terén.

Az Ukrán Nemzeti Tudományos Akadémia O. Antonov ösztöndíjat alapított a technikai mechanika és repülőgépgyártás terén elért kimagasló eredményekért.

11. §. GRAVITÁCIÓS TÉR. NEHÉZSÉGI ERŐ. ELSŐ KOZMIKUS SEBESSÉG

A Naprendszer nyolc bolygójából hatot az égbolt vizsgálatának köszönhetően fedeztek fel. 1781-ben *John Herschel* angol csillagász így fedezte fel az Uránuszt. A bolygó furcsán „viselkedett": pályája nem felelt meg az általános tömegvonzáson alapuló előzetes számításoknak. A tudósok azt feltételezték, hogy mellette van még egy bolygó, amelyik befolyásolja az Uránusz mozgását, és a matematika segítségével kezdtek kutatni utána.

Az új bolygó pályájának meghatározása *John Adams* angol és *Urbain Le Verrier* francia matematikusoknak sikerült. 1846. augusztus 23-án *Johann Galle* német csillagász a Le Verrier utalásaiban szereplő helyre és ... egy bolygót fedezett fel! A Neptunusz – a Naprendszer nyolcadik bolygója – az első olyan kozmikus objektum volt, amelyet íróasztalnál ülve fedeztek fel. Ebben a paragrafusban azzal a törvénnyel ismerkedhettek meg, amelyik lehetővé tette ezt a felfedezést.



„A Hold kőként zuhanna a Földre, ha megszűnne a repülésének ereje".
Plutarkhosz
(kb.46 – kb.127)

„A nehézkedés a testek kölcsönös törekvése. Ha a Földet és a Holdat nem tartaná a keringési pályájukon az éltető erő, akkor a Föld és a Hold eggyé válna.... Ha a Földön nem létezne nehézkedés, az óceánok a Holdra ugranának".
Johannes Kepler
(1571–1630))

„Az égi jelenségeket és tengereink mozgását eddig a nehézségi erővel magyaráztam, viszont nem tártam fel a nehézkedés okát".
Isaac Newton
(1642–1727)

„Napjainkban a nehézkedésen senki sem lepődik meg – közönséges érthetetlen jelenség lett".
Ernst Mach
(1838–1916)

1 Hogyan határozható meg a gravitációs kölcsönhatás ereje

A **gravitációs kölcsönhatás** olyan kölcsönhatás, amely a világegyetem összes testének sajátossága és kölcsönös vonzásukban nyilvánul meg.

A gravitációs kölcsönhatás az anyag különleges fajtájának, a **gravitációs erőtérnek** a segítségével megy végbe, ami minden test körül jelen van: legyen az csillag, bolygó, ember, molekula. stb.

Az általános tömegvonzás törvényéhez Isaac Newton gondolatmenetét követve jutunk el.

1. Az általános tömegvonzásnak köszönhetően a Föld a felszíne közelében lévő minden testtel $g = F/m$ gyorsulást közöl (Newton második törvénye). De ez a gyorsulás nem függ a test tömegétől. Ez csak akkor lehetséges, ha a gravitációs kölcsönhatás egyenesen arányos a test tömegével $(F \sim m)$.

2. Két, m_1 és m_2 tömegű test azonos nagyságú erővel hat egymásra (Newton harmadik törvénye): $F_1 = F_2 = F$ (11.1. ábra). Közben $F_1 \sim m_1$, $F_2 \sim m_2$. Vagyis *két test közötti gravitációs erő egyenesen arányos e testek tömegének szorzatával*:

$$F \sim m_1 \cdot m_2. \qquad (1)$$

3. A Holdnak a Föld körüli mozgását elemezve, és Kepler törvényeire támaszkodva (a bolygók Nap körüli forgásának törvényei), Newton bebizonyította, hogy *két test között ható gravitációs erő fordítottan arányos a közöttük lévő távolság négyzetével*: $F \sim \frac{1}{r^2}$ (2).

Az (1) és (2) képleteket egyesítve Newton megkapta az általános **tömegvonzás törvényét**:

Bármely két test között olyan kölcsönös vonzóerők hatnak, amelyek egyenesen arányosak a testek tömegének szorzatával, és fordítottan arányosak a közöttük lévő távolság négyzetével:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (3)$$

ahol G a *gravitációs állandó* (a Világegyetem minden teste számára azonos arányossági tényező).

Mint minden törvény esetében, az általános tömegvonzás törvényének is meg vannak az *alkalmazási határai* (11.2. ábra).

Már a XX. században tisztázták: amikor a gravitációs erőterek annyira erősek, hogy a bennük elhelyezkedő testeket fénysebesség közeli sebességre gyorsítják, vagy amikor a masszív testek mellett elrepülő részecskék már a testtől távol is fénysebesség közeli sebességgel rendelkeztek, a gravitációs vonzás erejét nem lehet kiszámítani az általános tömegvonzás törvénye alapján.

Általános *esetben a tömegvonzást az általános relativitáselmélet írja le.*

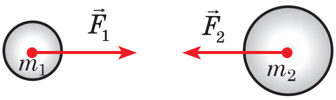
2 Hogyan mérhető meg a gravitációs állandó

A G gravitációs állandó a fizika egyik fundamentális állandója. Mai adatok szerint a gravitációs állandó értéke:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

A (3) képletből következik, hogy $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$. Vagyis, ha $r = 1$ m, a $m_1 = m_2 = 1$ kg, akkor a G számbelileg egyenlő az F erővel.

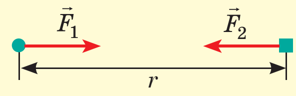
A gravitációs állandó számbelileg egyenlő két, egyenként 1 kg tömegű, egymástól 1 m távolságra lévő anyagi pont gravitációs vonzóerejével. Ez a *gravitációs állandó fizikai* értelme.



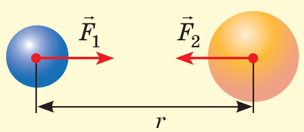
11.1. ábra. Két test között ható vonzóerők abszolút értéküket tekintve egyenlők, irányuk pedig ellentétes

Az általános tömegvonzás törvénye az alábbi esetekben ad pontos eredményt:

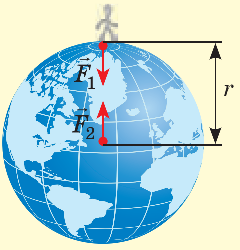
- ha mindkét test anyagi pont



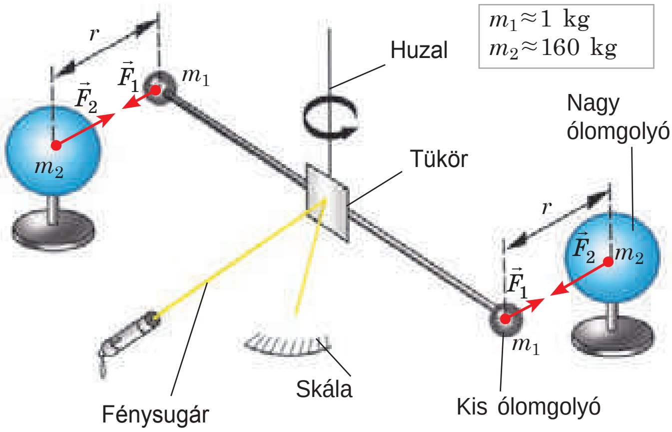
- ha mindkét test gömb alakú és anyageloszlása homogén



- ha a kölcsönható testek egyike gömb, amelynek mérete és tömege sokkal nagyobb a másik test méreténél és tömegénél



11.2. ábra. Az általános tömegvonzás törvényének határai



11.3. ábra. Cavendish első kísérletei egyikének vázlata

1. A *gömbök* vonzásának következtében a *huzal* elcsavarodik. Ennek szögmértékét a *skálán* regisztrálják a *tükörről* visszaverődő *fénycsóva* alapján.
2. A huzal elcsavarodásának szögéből meghatározzák az F tömegvonzási erőt.
3. Meghatározzák a gömbök közötti r távolságot.
4. Az m_1 és m_2 tömegek ismeretében kiszámítják a gravitációs állandót: $G = F\dfrac{r^2}{m_1 m_2}$.

A gravitációs állandó meghatározása nehéz feladat: a testek közötti általános tömegvonzás kizárólag akkor érzékelhető, ha legalább az egyik test nagy tömegű.

❓ Határozzátok meg, mekkora erővel vonzza egymást, például, két 1 t tömegű, egymástól 1 m távolságra lévő golyó, és akkor megértitek, miért nem érezzük a Föld vonzásán kívül más testek gravitációs hatását.

A gravitációs állandót elsőként *Henry Cavendish* (1731–1810) angol tudós mérte meg 1798-ban torziós mérleggel (11.3. ábra).

3 Hogyan lehet megmérni a Föld tömegét?

Cavendish kísérletét még a „Föld megmérésének” is nevezik. Megtudjuk, hogyan is mérhető meg a Föld és általában egy tetszőleges bolygó. Először felidézzük a nehézségi erő fogalmát.

A **nehézségi erő** az $\vec{F}_{neh}$ az erő, amellyel a Föld (vagy egyéb égitest) vonzza magához a felszínén vagy annak közelében lévő testeket.

A nehézségi erő függőlegesen lefelé irányul és támadáspontja az a pont, amit a *test tömegközéppontjának* nevezünk (lásd a 14.§-t).

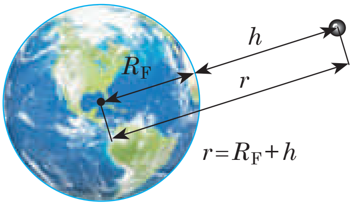
- Az általános tömegvonzás törvénye alapján az m tömegű testre a Föld részéről ható nehézségi erő abszolút értéke a következő képlet segítségével határozható meg:

$$F_{neh} = G\frac{mM_F}{(R_F + h)^2}$$

A képletben M_F a Föld tömege; $R_F + h$ a Föld középpontja és a test közötti távolság (11.4. ábra).

- Newton második törvénye alapján:

$$F_{neh} = mg,$$



11.4. ábra. A Föld középpontja és a test közötti r távolság egyenlő a Föld R_F sugarának és a test földfelszín feletti h, magasságának összegével ahol g a h magasságból történő szabadesés gyorsulása.

Egyenlővé téve a fenti egyenletek jobb oldalait, megkapjuk a *szabadesés gyorsulásának kiszámítására szolgáló képletet*:

$$g = G\frac{M_F}{(R_F + h)^2}$$

Az utóbbi képletből egy sor következtetés vonható le.

1. A szabadesés gyorsulása nem függ a test tömegétől (ezt a tényt G. Galilei bizonyította).

2. A szabadesés gyorsulása csökken a test föld feletti magasságának növelésével (jelentős változás több tíz, sőt száz kilométer magasban történik).

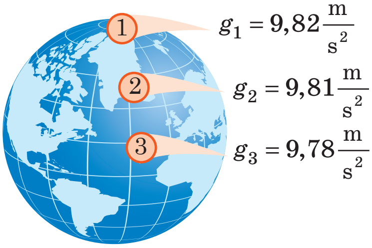
3. Ha a test a Föld felszínén (h = 0) vagy annak közelében helyezkedik el (h=0) або поблизу неї $(h \ll R_F)$, akkor a nehézségi gyorsulását a következő képlettel számítják ki:

$$g_0 = G\frac{M_F}{R_F^2}$$

A földfelszín közelében a szabadesés gyorsulása ismert ($g_0 = 9,8$ m/s²), tehát meghatározhatjuk a Föld tömegét:

$$M_F = \frac{g_0 R_F^2}{G}.$$

Megjegyezzük, hogy a Föld forgása miatt, valamint azért, mert a Föld *geoid* (földszerű) alakú, a szabadesés gyorsulása a hely földrajzi szélességétől függ (11.5. ábra).



11.5. ábra. A szabadesés gyorsulásának abszolút értéke az egyenlítő mentén valamivel kisebb a sarkokon mért értékénél

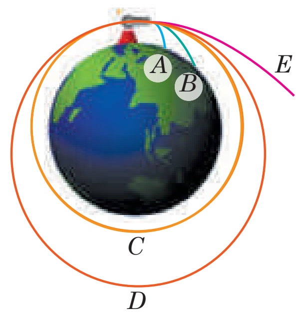
A szabadesés gyorsulása egyes tájakon eltérhet az adott földrajzi szélességen mért átlagértékétől. Ennek az oka a földkéreg egyenetlen felépítése, hegyek és völgyek megléte; a földkőzetek sűrűsége. Például a szabadesés gyorsulásának csökkenése arról árulkodik, hogy a földfelszín alatt tőzeg, kőolaj, földgáz található; a növekedése pedig vasérc jelenlétéről tanúskodik.

Az ásványi anyagok felderítésének módszerét a szabadesés gyorsulásának felhasználásával *gravimetrikus felderítésnek* nevezzük.

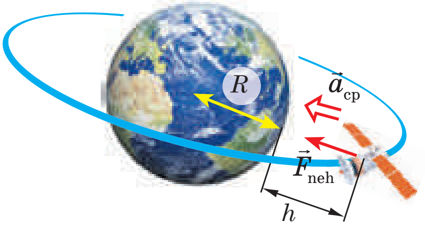
4 Mi az első kozmikus sebesség és hogyan számítható ki?

Képzeljük el, hogy ágyúgolyókat lövünk ki vízszintesen, minden lövéskor *növelve a golyó mozgássebességét*. A golyó parabolapályán mozog, és egyre távolabb ér földet. Ha a Földet laposnak képzeljük, akkor ezzel a kísérletet be is fejezhetjük. De mivel a Föld gömb alakú, ezért minden lövéssel mindinkább „eltávolodik" a golyótól (11.6. ábra).

Most elképzeljük, hogy nincs légellenállás és olyan nagy sebességet közöltünk a golyóval,



11.6. ábra. Test mozgása nehézségi erő hatására (Newton rajza alapján): az A és B ágyúgolyó leesik a Földre, a C körpályán, a D elliptikus pályán mozog, az E golyó pedig kirepül a világűrbe



11.7. ábra. A bolygó felszíne fölött h magasságban körpályán mozgó műholdra egyetlen $\vec{F}_{neh}$ erő hat, ami a műholdnak $\vec{a}_{cp}$ centripetális gyorsulást kölcsönöz

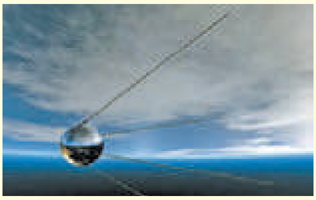
hogy körülrepülte a Földet és visszatért a kilövés helyére. Mindeközben a golyó nem áll meg, hanem állandó sebességgel tovább mozog, egyre róva a köröket a bolygó körül. Másként fogalmazva, a golyó a *Föld műholdjává vált*.

Azt a sebességet, amit a testtel közölni kell ahhoz, hogy a bolygó műholdjává váljon, és eközben körpályán mozogjon, **első kozmikus sebességnek** nevezzük.

Az első kozmikus sebesség v kiszámítható, ha figyelembe vesszük, hogy a test épp a nehézségi erő hatására tesz szert centripetális gyorsulásra (11.7. ábra). Newton második törvénye alapján: $F_{neh} = ma_{cp}$, ahol $F_{neh} = G\dfrac{mM}{(R+h)^2}$; $a_{cp} = \dfrac{v^2}{R+h}$. Tehát, $\dfrac{GM}{R+h} = v^2$. Innen kifejezzük a műhold első kozmikus sebességét a bolygó fölött h magasságban: $v = \sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$ (1).

Meghatározzuk az első kozmikus sebességet a Föld közelében ($h \approx 0$) Ebben az esetben az (1) képletet a következő alakban írjuk fel: $v = \sqrt{\dfrac{GM_F}{R_F}}$ (2). A (2) képlet jelentősen leegyszerűsíthető, ha figyelembe vesszük, hogy a Föld közelében $g_0 = G\dfrac{M_F}{R_F^2}$, vagyis $GM_F = g_0 R_F^2$. Az utolsó kifejezést behelyettesítjük a (2) képletbe és megkapjuk a végleges képletet: $v = \sqrt{g_0 R_F}$.

Mivel $g = 9{,}8$ m/s^2, a $R_3 = 6{,}4 \cdot 10^6$m, ezért $v = \sqrt{9{,}8 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6} = 7{,}9 \cdot 10^3$ (m/s) Ennyi az *első kozmikus sebesség* értéke *a Föld felszínének közelében.*



1957. október 4-én a Szovjetunió földkörüli pályára állította az első műholdat, a PSz1-et. Létrehozói *Sz. Koroljov, M. Keldis, M. Tyihonravov* és más vezető tudósok voltak.

Az első műhold egy 58 cm átmérőjű és 83,6 kg tömegű gömb volt, amelyre négy darab, 2,4 és 2,9 m méter hosszú antennát szereltek a rádióadók jeleinek a továbbítására. A startot követő 315. másodpercben a műhold levált a rakétahordozó második fokozatáról, és szinte abban a pillanatban rádiójelet kezdett sugározni, amit nemcsak a szakemberek, hanem a rádióamatőrök is hallhattak világszerte. Ettől a pillanattól kezdődött az emberiség kozmikus korszaka. „Az a kis tűzgömb, amelyik az égbolt egyik szélétől a másik széléig mozgott, … az emberiséget halhatatlanná tette”, – írta Ray Douglas Bradbury amerikai sci-fi író.

A műhold 92 napos keringése során 1440-szer kerülte meg a Földet, majd az atmoszférában elégett.

A műhold pályáját az égbolt csillagtérképére elsőként az Ungvári Állami Egyetem Kozmikus megfigyelési laboratóriumának munkatársai tüntették fel.

Összegzés

• Azt a kölcsönhatást, amely a világegyetem összes testének sajátossága és a testek egymáshoz való kölcsönös vonzásában nyilvánul meg, gravitációs kölcsönhatásnak, magát a testek kölcsönös vonzódásának jelenségét pedig általános tömegvonzásnak vagy gravitációnak nevezzük.

• Az általános tömegvonzás törvénye: bármely két test között olyan kölcsönös vonzóerők hatnak, amelyek egyenesen arányosak a testek tömegének szorzatával, és fordítottan arányosak a közöttük lévő távolság négyzetével: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$, ahol $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$, gravitációs állandó.

• A nehézségi erő jellemzi a testek és a Föld (vagy egyéb égitest) gravitációs kölcsönhatását. A nehézségi erő függőlegesen lefelé irányul és támadáspontja a test tömegközéppontja. A nehézségi erő abszolút értéke a következő képlet segítségével határozható meg: $F_{\mathrm{neh}} = G\frac{mM_{\mathrm{F}}}{(R_{\mathrm{F}} + h)^2}$; $F_{\mathrm{neh}} = mg$.

• Azt a sebességet, amit a testtel közölni kell ahhoz, hogy a bolygó műholdjaként körpályán mozogjon, első kozmikus sebességnek nevezzük: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$.

Ellenőrző kérdések

1. Mondjatok példákat gravitációs kölcsönhatásokra! **2.** Bizonyítsátok be, hogy az általános tömegvonzás ereje egyenesen arányos a testek tömegének szorzatával! **3.** Fogalmazzátok meg, és írjátok le az általános tömegvonzás törvényét! **4.** Mi a gravitációs állandó fizikai értelmezése? Ki és hogyan határozta meg az értékét? **5.** Hol alkalmazható az általános tömegvonzás törvénye? **6.** Mit nevezünk nehézségi erőnek? Milyen képletek segítségével számítható ki, és milyen irányú? **7.** Hogyan határozható meg a szabadesés gyorsulása? Milyen tényezőktől függ? **8.** Milyen esetben nem esik vissza a Földre a vízszintesen eldobott test? **9.** Hogyan definiáljuk az első kozmikus sebességet? Vezessétek le a képletét!

11. gyakorlat

1. A földfelszín közelében 8 km/s sebességre gyorsítottatok fel egy testet. Visszatér-e hozzátok a test, miután körberepülte a Földet? Válaszotokat magyarázzátok meg!
2. Becsüljétek meg a köztetek és padtársatok közötti gravitációs erőt! Magyarázzátok meg, miért a *becslés*, és nem a *kiszámítás* fogalmát használjuk?
3. Hogyan változik a vonzóerő két golyó között, ha az egyiket egy háromszor nagyobb tömegűre cserélik? Ha háromszorosára növelik a közöttük lévő távolságot?
4. Hányszor kisebb a szabadesés gyorsulása $6R_{\mathrm{F}}$ magasságban, mint a Föld felszínén?
5. Határozzátok meg a Nap tömegét azzal a feltétellel, hogy a Föld pályája $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m sugarú kör (1 csillagászati egység)!
6. Határozzátok meg a Föld első műholdja körpályájának sugarát és periódusát!
7. Kiegészítő információforrás segítségével tudjatok meg minél többet a neves szovjet-ukrán rakétakonstruktőr Sz. Koroljov (lásd az ábrát) életéről és munkásságáról!

Szerhij Koroljov (jobbról) és a világ első űrhajósnője, Valentyina Tyereskova, 1963

12. §. RUGALMASSÁGI ERŐ. A TEST SÚLYA

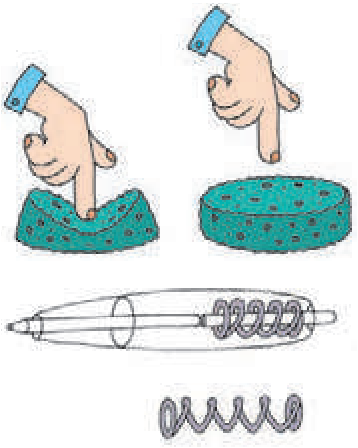
A világ első űrhajósa, Jurij Gagarin a következőket idézte fel: „Éreztem, hogy valamilyen legyőzhetetlen erő egyre erősebben nyom az ülésembe. Noha az úgy volt kialakítva, hogy maximálisan kiküszöbölje a testemre ható óriási súly hatását, a kezemet és lábamat szinte meg sem bírtam mozdítani”. Ebből a paragrafusból megtudhatjátok, hogy miért jön létre túlterhelés, milyen feltételek mellett kerül a test a súlytalanság állapotába.

1 Felidézzük a deformációt

Ha benyomjuk a golyóstoll gombját, akkor a toll belsejében lévő rugó összenyomódik, a hossza csökken; ha kezünkkel összenyomunk egy darab gyurmát, akkor megváltozik az alakja; ha újunkkal lenyomunk egy radírt, akkor megváltozik az alakja és a mérete.

A test alakjának és (vagy) méretének a megváltozását **deformációnak** nevezzük.

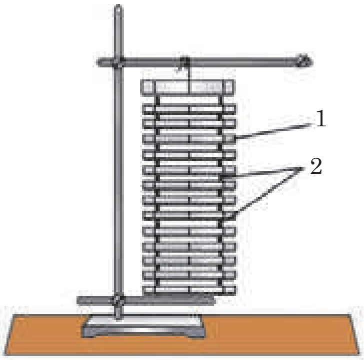
Ha megszűnik a rugóra vagy a radírra ható nyomás, vagyis megszűnik a rájuk ható külső erők hatása, a rugó és a radír is felveszi eredeti alakját és méretét, azaz megszűnik a deformációjuk (12.1. ábra). Viszont a gyurmadarab formája nem tér vissza a deformáció előtti állapotába – a gyurma nem „emlékszik” rá és deformált marad.



12.1. ábra. Az erőhatás megszűnésével a rugalmas testek felveszik eredeti formájukat és méretüket

Azt a deformációt, amelynél a test a külső erőhatás megszűnése után teljesen visszanyeri alakját, **rugalmas** deformációnak nevezzük; ha a deformáció megmarad, **maradandó (plasztikus)** deformációról beszélünk.

A rugalmas és plasztikus deformáció létrejöttének az az oka, hogy a testre ható erők hatására a test részecskéi egymáshoz viszonyítva elmozdulnak. A részecskék elmozdulásának jellege alapján megkülönböztetnek összenyomási, nyújtási, elcsúszási, *nyírási* és *csavarási* deformációt. Részletesebben az összenyomási és nyújtási rugalmas deformációkat vizsgáljuk meg. Ennek érdekében a szilárd test mechanikai modelljét használjuk fel (12.2. ábra).



12.2. ábra. Szilárd test mechanikai modellje: a párhuzamos lapok (1) a molekulák rétegeit, az őket összekötő rugók (2) pedig a közöttük lévő kölcsönhatást szemléltetik

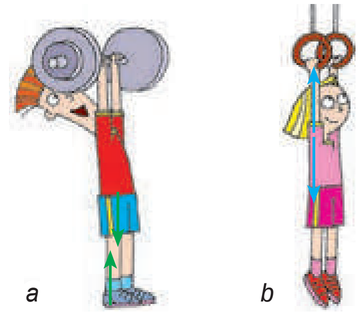
A szilárd test modelljét felülről kezünkkel lenyomjuk: a felső lapocskák lefelé mozdulnak el, az alsók mozdulatlanok maradnak és a modell megváltoztatja a méretét, azaz deformálódik. Nagyjából hasonló folyamatok történnek a szilárd testek összenyomásakor, amikor a testre ható erő irányával megegyezően elmozdulnak a molekularétegek, melynek következtében csökkennek a test méretei. Ezt az alakváltozást összenyomási deformációnak nevezik. Ilyen alakváltozást szenved el az asztal és a szék lába, a házak alapja stb. (12.3. *a* ábra).

Ha a testet széthúzzák a molekulák rétegei széthúzódnak és a test szintén megváltoztatja a méreteit. Az ilyen alakváltozást *nyújtásinak* nevezik. Az emelőszerkezetek sodronyaiban, láncaiban, a vagonok összekötőelemeiben stb. találkozhatunk az ilyen típusú deformációval (12.3. *b* ábra).

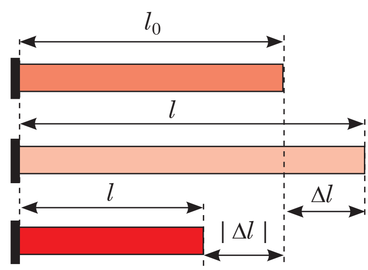
A Δl (vagy x) **megnyúlás** olyan fizikai mennyiség, amely egyenlő a test hosszának megváltozásával az összenyomási vagy nyújtási deformációja során:

$$\Delta l = l - l_0 ,$$

ahol l a deformált test hossza; l_0 a test kezdeti hossza (12.4. ábra).



12.3. ábra. Az ember csontjait, izmait, szalagjait összenyomási (*a*) és nyújtási (*b*) deformáció is éri



12.4. ábra. Rúd összenyomási és nyújtási deformációja; Δl a rúd megnyúlása

2 Mikor jön létre rugalmassági erő?

Amikor deformáljátok a testeket, például meghajlíttok egy faágat, összenyomjátok az expandert, megfeszítitek az íjat, akkor az említett eszközök részéről ellenállását észleltek: a testek részéről olyan erő kezd hatni, amelyik vissza akarja állítani az alakváltozás előtti állapotot. Ezt az erőt *rugalmassági erőnek* nevezik (12.5. ábra).

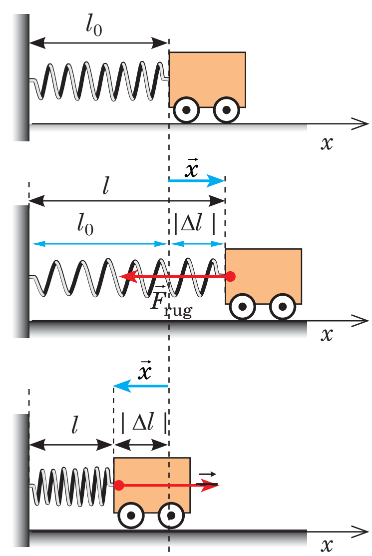
Azt az erőt, amely a test deformációja során jön létre és a testet a deformáció előtti állapotába akarja visszaállítani, $\vec{F}_{rug}$ **rugalmassági** erőnek nevezzük.

Hosszú, vékony rudak deformációját tanulmányozva, *Robert Hooke* (1635–1703) angol természettudós megfogalmazta a később róla elnevezett **Hooke törvényt**:

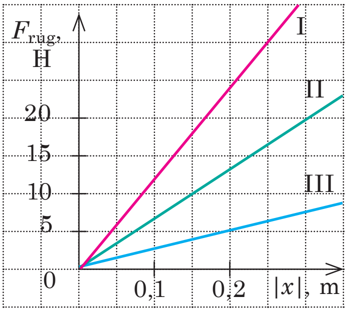
Kisméretű rugalmas nyújtási vagy összenyomási deformáció esetében a rugalmassági erő egyenesen arányos a test megnyúlásával:

$$\vec{F}_{rug} = -k\vec{x}$$

A „–" jel arra utal, hogy a rugalmassági erő ellentétes irányú a megnyúlással.



12.5. ábra. Az $\vec{F}_{rug}$ rugalmassági erő minden esetben megpróbálja visszatéríteni a testet az alakváltozás előtti állapotába. Itt az $\vec{x}$ megnyúlásvektor



12.6. ábra. Csekély mértékű rugalmas alakváltozások esetén a rugalmassági erő és a megnyúlás közötti összefüggés grafikonja egyenes vonal

Hooke törvénye felírható az abszolút értékek esetében is:

$$F_{\text{rug}} = k|x| = k|\Delta l|,$$

ahol $x = \Delta l$ a megnyúlás.

Mivel a rugalmassági erő egyenesen arányos a megnyúlással, ezért az $F_{\text{rug}}(|x|)$ – függvény grafikonja egy egyenes vonal (12.6. ábra).

A k együtthatót a test (rúd, rugó, gerenda, zsinór*) **merevségének** nevezik. A merevség Hooke törvénye alapján határozzuk meg:

$$F_{\text{rug}} = k|x| \Rightarrow k = \frac{F_{\text{rug}}}{|x|}.$$

A merevség mértékegysége az SI rendszerben a **newton per méter:** $[k] = 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

- A *merevség* a test jellemzője, ezért nem függ sem a rugalmassági erőtől, sem a test megnyúlásától.
- A *merevség* a test anyagának rugalmassági tulajdonságaitól, a test alakjától és méreteitől *függ* (lásd a 35.§-t).

A 12.6. ábrán látható grafikon alapján határozzátok meg az I–III. testek merevségét! Számítások nélkül első ránézésre meg tudjátok-e állapítani, hogy melyik test a merevebb?

3 Milyen a rugalmassági erő természete?

Köztudott, hogy minden test atomokból (molekulákból, ionokból) áll, ez utóbbiak pedig pozitív töltésű magból és negatív töltésű elektronfelhőből. A töltéssel rendelkező részecskék között *elektromágneses vonzó-* illetve *taszítóerők hatnak*.

Ha a test nem szenved alakváltozást, akkor a részecskék vonzóereje egyenlő a taszítóerejével. Deformáció esetén a részecskék kölcsönös elhelyezkedése a testben megváltozik. Ha a közöttük lévő távolság megnő, akkor az elektromágneses vonzóerők nagyobbak lesznek a taszítóerőknél, ennek eredményeként a részecskék kölcsönösen vonzani kezdik egymást. Ha a részecskék közötti távolság csökken, akkor az elektromágneses taszítóerők nőnek meg. Másként fogalmazva, az anyag részecskéi arra törekednek, hogy visszatérjenek egyensúlyi állapotukba. Tehát a *rugalmassági erő az anyagrészecskék elektromágneses kölcsönhatásának megnyilvánulása.*

4 Egyes rugalmassági erők fajtái. A test súlya

A rugalmassági erőt általában $\vec{F}_{\text{rug}}$ szimbólummal jelölik. Azonban vannak olyan rugalmassági erők is, amelyek jelölésére külön szimbólumot használnak.

Ha a testet támasztékra helyezik, akkor a támaszték deformálódik (meghajlik). A támaszték deformációja a rugalmassági erő megjelenését eredményezi, amely *merőlegesen hat a testre a támaszték részéről.* Ezt az erőt a **támasz**

* *A rugó anyagául szolgáló huzal csavarási deformációt szenved, viszont a rugó nyújtása és széthúzása közben létrejövő rugalmassági erő Hooke törvényének van alárendelve.

normális reakcióerejének nevezik és $\vec{N}$ szimbólummal jelölik (12.7. ábra).

Ha a testet felfüggesztik (cérnára, zsinórra), akkor a test hatására a függeszték deformálódik (megnyúlik) és bizonyos rugalmassági erővel kezd hatni a testre a *felfüggesztés mentén*. A függeszték részéről a testre ható rugalmassági erőt a **függeszték** $\vec{T}$ **feszítőerejének** nevezik (12.8. ábra).

Az általános tömegvonzás eredményeként minden test nyújtja a felfüggesztést, illetve nyomja vagy hajlítja a támasztékot. Azt az erőt, amely a test ilyen hatását jellemzi, **súlynak** nevezik, és $\vec{P}$ szimbólummal jelölik.

A 12.9., 12.10. ábrákon látható, hogyan jön létre ez az erő, amikor a test a Föld közelében hat a *vízszintes támasztékra* vagy a *függőleges függesztékre*.

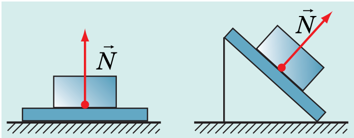
Ezekben az esetekben Newton harmadik törvénye alapján a test súlyának abszolút értéke megegyezik a támaszték normális reakcióerejével, vagy a függeszték részéről ható feszítőerővel, de ellentétes azok irányával: $\vec{P}=-\vec{N}$; $\vec{P}=-\vec{T}$. A továbbiakban a súly létrejöttének ilyen eseteivel fogunk foglalkozni.

Jegyezzétek meg! Ha a test nyugalmi állapotban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, akkor a test súlyának abszolút értéke és iránya megegyezik a nehézségi erőével ($\vec{P}=m\vec{g}$). Valóban, ebben az esetben a nehézségi erő és a támaszték reakcióereje (vagy a függeszték feszítőereje) kiegyenlíti egymást, ezért értéküket tekintve egyenlők, viszont irányuk ellentétes: $\vec{N}=-m\vec{g}$ $\left(\vec{T}=-m\vec{g}\right)$; mivel $\vec{P}=-\vec{N}$ $\left(\vec{P}=-\vec{T}\right)$, ezért: $\vec{P}=m\vec{g}$. Ugyanakkor a nehézségi erőtől eltérően, amely a testre hat, a *súly a támasztékra vagy függesztékre hat*.

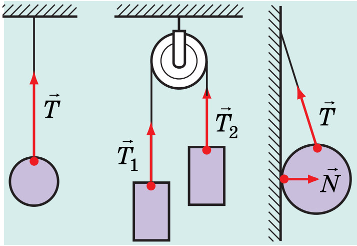
A test súlyának és a nehézségi erőnek eltérő a természete: a nehézségi erő gravitációs, a *test súlya pedig elektromágneses* természetű.

5 Milyen feltételek mellett változik a test súlya?

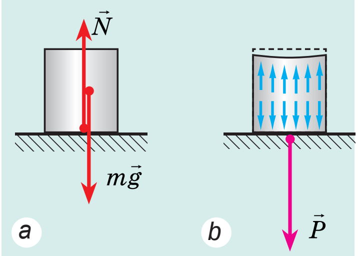
Azt gondolhatjuk, hogy súlytalanság állapotában csak az űrben tartózkodó űrhajósok lehetnek, túlterhelés pedig a különféle műrepülési gyakorlatokat bemutató pilótákat és űrhajósokat éri. De ez nem így van.



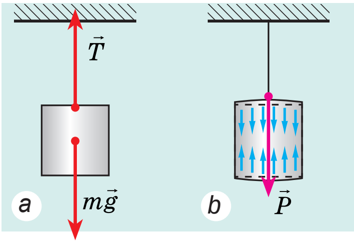
12.7. ábra. A támaszték reakcióereje mindig merőleges a támaszték felületére



12.8. ábra. A függeszték feszítőereje mindig a függeszték mentén irányul

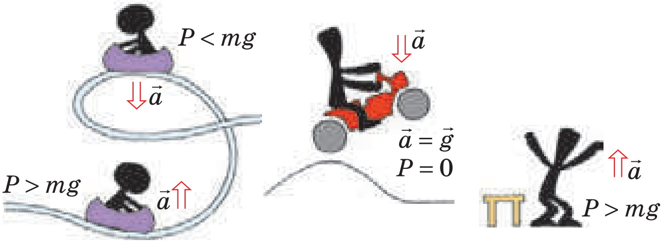


12.9. ábra. A nehézségi erő és a támaszték reakcióereje összenyomási deformációt eredményez (*a*). A deformálatlan állapotba törekvő test $\vec{P}$ rugalmassági erővel nyomja a támasztékot (*b*)

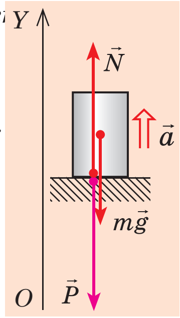


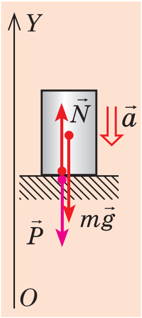
12.10. ábra. A nehézségi erő és a függeszték feszítőereje nyújtási deformációt eredményez (*a*). A deformálatlan állapotba törekvő test $\vec{P}$ rugalmassági erővel húzza a függesztéket (*b*)

Figyeljétek meg a 12.11. ábrát, és vonjatok le következtetéseket: hová irányul a gyorsulás a test túlterhelése esetén? Ha súlycsökkenést szenved? Mekkora a gyorsulása a súlytalanság állapotában lévő testnek?



12.11. ábra. Időnként mindnyájunkat ér túlterhelés ($P > mg$), megérezzük a súlycsökkenést, ($P < mg$), illetve súlytalanság állapotába kerülünk ($P = 0$)

<table>
<tr><th>Súlynövekedés (túlterhelés)</th><th>Súlycsökkenés</th></tr>
<tr><td colspan="2">Megvizsgáljuk azt az esetet, amikor a test a támasztékkal együtt $\vec{a}$. gyorsulással mozog a Föld gravitációs terében. A testre két erő hat: az $m\vec{g}$ nehézségi és a támaszték $\vec{N}$ reakcióereje. A koordináta-rendszert a Földhöz kötjük és az OY tengelyt függőlegesen felfelé irányítjuk. Newton második törvénye alapján: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Az utóbbi egyenletet két esetre írjuk fel az OY tengelyre leképezett vetületekkel.</td></tr>
<tr><td>1. A gyorsulás függőlegesen felfelé irányul
$OY: -mg + N = ma \Rightarrow$
$\Rightarrow N = mg + ma = m(g + a)$.
Newton harmadik törvénye alapján $P = N$.
Tehát:
$P = m(g + a)$.


A függőlegesen felfelé irányuló gyorsulással mozgó test súlya nagyobb, mint a nyugalomban lévő test súlya.
Túlterhelés esetén nemcsak a test nyomja erősebben a támasztékot, hanem a test egyes részei is erősebben nyomják egymást.</td><td>2. A gyorsulás függőlegesen lefelé irányul


$OY: -mg + N = -ma \Rightarrow$
$\Rightarrow N = mg - ma = m(g - a)$.
Newton harmadik törvénye alapján $P = N$. Tehát:
$P = m(g - a)$.
A függőlegesen lefelé irányuló gyorsulással mozgó test súlya kisebb, mint a nyugalomban lévő test súlya.
Ha ebben az esetben a test gyorsulása megegyezik a szabadesés gyorsulásával $(\vec{a} = \vec{g})$, a test súlya nullával egyenlő és a test nem hat a támasztékra.</td></tr>
</table>

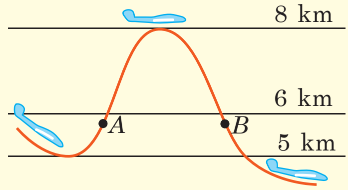
6 Miben nyilvánul meg a súlytalanság állapota?

A testnek azt az állapotát, amikor a súlya nullával egyenlő, **súlytalansági állapotnak** nevezzük.

A súlytalanság állapotában a testre csak a nehézségi erő hat (a test szabadesést végez) és fordítva: *ha a test csak a nehézségi erő hatására mozog, akkor a súlytalanság állapotában van.*

A súlytalanság állapotában nemcsak a test nem nyomja a támasztékot, hanem a test egyes részei sem nyomják egymást. Az űrhajós a pályán (jusson eszetekbe: a pályán az űrhajó csupán a nehézségi erő hatására mozog) nem érzi saját testsúlyát, az itt eleresztett test nem esik le a kabin padlójára. Ezeknek a jelenségeknek az az oka, hogy a nehézségi erő a szabadon eső testtel, annak bármely részével azonos gyorsulást közöl.

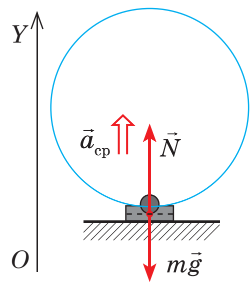
A súlytalanság állapotának átéléséhez elegendő egyszerűen felugrani. Az űrhajósok gyakorlatozásakor azt a tényt használják, hogy a horizonthoz képest bizonyos szög alatt elhajított test a nehézségi erő hatására parabolapályán mozog. Ha az atmoszféra felső rétegeiben a repülőgépet emelkedő pályára irányítják („elhajítják” bizonyos szögben a horizonthoz képest), majd kikapcsolják a hajtóműveket, akkor a repülőgép parabolapályán való mozgása során minden benne lévő test a súlytalanság állapotába kerül.



7 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Egy függőleges síkban haladó repülőgép 250 m sugarú körvonalat leírva „halálbukfencet” hajt végre. Hányszor nagyobb a pilóta súlya a pálya alsó pontjában a nehézségi erőhöz képest, ha a repülőgép sebessége 100 m/s?

A fizikai probléma elemzése. A repülőgép körpályán mozog, tehát a pilóta állandó centripetális gyorsulással rendelkezik. Magyarázó rajzot készítünk, amin feltüntetjük a pilótára ható erőket és a gyorsulásának irányát. A koordináta-rendszert a Föld felszínének egy meghatározott pontjához kötjük, az OY tengelyt pedig függőlegesen felfelé irányítjuk.



Adva:
$r = 250$ m
$v = 100$ m/s
$g = 10$ m/s^2

$\dfrac{P}{F_{neh}}$ — ?

Megoldás. Newton második törvénye alapján: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{cp}$.

Az OY tengelyre vetítve:

$-mg + N = ma_{cp} \Rightarrow N = m(a_{cp} + g)$.

Newton harmadik törvénye alapján: $P = N$, ezért $P = m(a_{cp} + g)$. Tehát:

$$\frac{P}{F_{neh}} = \frac{m(a_{cp} + g)}{mg} = \frac{a_{cp} + g}{g}, \text{ ahol } a_{cp} = \frac{v^2}{r}.$$

Leellenőrizzük a mértékegységeket, és kiszámítjuk a keresett mennyiséget:

$$[a_{cp}] = \frac{(\text{m/s})^2}{\text{m}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad a_{cp} = \frac{100^2}{250} = 40 \text{ (m/s}^2\text{)};$$

$$\frac{P}{F_{neh}} = \frac{40 \text{ m/s}^2 + 10 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2} = 5.$$

Az eredmény elemzése. A pilóta testsúlya 5-ször nagyobb a nehézségi erőnél. Ez valós eredmény.

Felelet: $P/F_{neh} = 5$.

A testek több erő hatására történő mozgásával kapcsolatos feladatok megoldási algoritmusa

1. Olvassátok el a feladat feltételeit! Tisztázzátok, milyen erők hatnak a testre, milyen a test mozgásának jellege (gyorsul vagy egyenletesen mozog)!

2. Írjátok fel röviden a feladat feltételeit! Szükség esetén a mennyiségek egységeit írjátok át az SI rendszerbeli egységekké!

3. Készítsetek magyarázó rajzot, tüntessétek fel rajta a testre ható erőket, és a test gyorsulásának irányát!

4. Válasszátok ki az inerciális vonatkoztatási rendszert! A koordinátatengelyek számát és irányát a feltételeknek megfelelően válasszátok meg!

5. Írjátok fel Newton második törvényét vektoros alakban és a koordinátatengelyekre eső vetületek alakjában! Írjátok fel az erők meghatározására szolgáló képleteket! A kapott egyenletrendszert oldjátok meg! Ha a feladatban további feltételek is vannak, azokat is használjátok fel!

6. Ellenőrizzétek a mértékegységeket, és számítsátok ki a keresett mennyiség értékét!

7. Elemezzétek az eredményt! Írjátok le a feleletet!

Összegzés

- Deformációnak (alakváltozásnak) nevezik a test alakjának vagy (és) méreteinek a megváltozását. Azt a deformációt, amelynél a test az erőhatás megszűnése után teljesen visszanyeri alakját, rugalmas deformációnak nevezzük; ha a deformáció megmarad, maradandó (plasztikus) deformációról beszélünk.
- Azt az erőt, amely a test deformációja során jön létre és a testet a deformáció előtti állapotába akarja visszaállítani, rugalmassági erőnek nevezzük. A rugalmassági erő elektromágneses természetű, és Hooke törvénye alapján határozható meg: $\vec{F}_{\text{пруж}} = -k\vec{x}$, де k ahol k a test merevsége. Hooke törvénye csak kisméretű rugalmas alakváltozás esetében érvényes.
- A test súlya az $\vec{P}$ az erő, amely az általános tömegvonzás eredményeként nyújtja a függesztéket, vagy összenyomja a támasztékot. Ha a támaszték vízszintes, vagy a függeszték függőleges, akkor Newton harmadik törvénye alapján a test súlya nagyságára nézve azonos, irányát tekintve pedig ellentétes a támaszték normális reakcióerejével (a függeszték feszítőerejével): $\vec{P} = -\vec{N}$ $\left(\vec{P} = -\vec{T}\right)$.
  - Ha a test nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, akkor a test súlyának abszolút értéke azonos a nehézségi erővel: $P = mg$.
  - Ha a test függőlegesen felfelé irányuló gyorsulással mozog, a testet túlterhelés éri (a test súlya nagyobb, mint a nyugalomban lévő test súlya): $P = m(g + a)$.
  - Ha a test függőlegesen lefelé irányuló gyorsulással mozog, a test súlya kisebb, mint a nyugalomban lévő test súlya: $P = m(g - a)$.

Ellenőrző kérdések

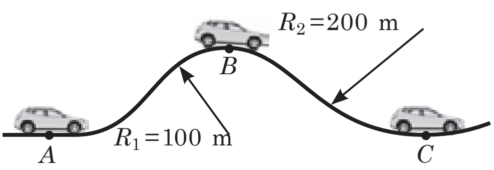
1. Mit nevezünk deformációnak? Mi az oka a létrejöttének? **2.** A deformáció milyen típusait ismeritek? Milyen deformációt nevezünk rugalmasnak? Plasztikusnak? Mondjatok példákat! **3.** Mi a rugalmassági erő? Milyen a természete? **4.** Fogalmazzátok meg Hooke törvényét! Milyen feltételek esetén teljesül? **5.** Mitől függ a test merevsége? Mi a mértékegysége az SI rendszerben? **6.** Milyen erőt nevezünk a támaszték normális reakcióerejének? A függeszték feszítőerejének? Hogyan irányulnak ezek az erők? Hozzatok fel példákat! **7.** Mit nevezünk a test súlyának? Mi a különbség a test súlya és a nehézségi erő között? **8.** Magyarázzátok el a test súlyának létrejöttét! **9.** Mi a súlytalanság? Milyen feltételek mellett kerül a test a súlytalanság állapotába? **10.** Milyen feltételek mellett éri a testet túlterhelés?

Fizika a számok tükrében

- $P=0$ – nincs terhelés (súlytalansági állapot).
- $P=mg$ – „normális” terhelés (a Föld felszínén).
- $P=3\,mg$ – a hullámvasúton tapasztalható maximális terhelés.
- $P=4{,}3\,mg$ – az utasszállító repülőgépek maximális terhelése.
- $P=5\,mg$ – ekkora terhelés esetén az emberek többsége elájul.
- $P=9\,mg$ – ekkora terhelést bír ki a vadászpilóta.

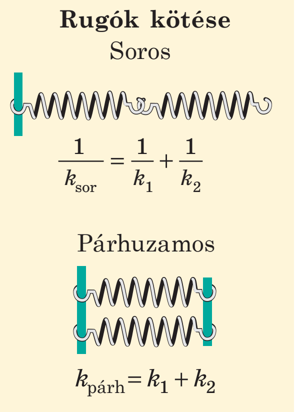
12. gyakorlat

1. A gumizsinórra 5 N erő hat. Mekkora a megnyúlása, ha merevsége 25 N/m?
2. Az 1. ábrán egy gépkocsi mozgáspályája látható. A pálya melyik pontjában egyenlő a vezető súlya a nehézségi erővel? A gépkocsivezetőt melyik pontban éri túlterhelés, és melyikben súlycsökkenés?
3. A 10 kg tömegű súly hatására a huzal 1 mm-rel lett hosszabb. Mekkora a huzal merevsége?
4. A lifthez egy dinamométert rögzítettek, amelyre egy 1 kg-os súlyt függesztettek rá. Mit mutat a dinamométer, ha a lift gyorsulása: a) nullával egyenlő; b) 5 m/s^2 és függőlegesen lefelé irányul; c) 5 m/s^2 és függőlegesen felfelé irányul?
5. Határozzátok meg a 2 t tömegű, állandó 54 km/h sebességgel haladó gépkocsi súlyát a B és C pontokban! Mekkora sebességgel kell haladnia, hogy a B pontban súlytalansági állapotba kerüljön?



1. ábra

6. Egy vízzel teli vödör 1 m hosszú zsinóron függőleges síkban forog. Legalább mekkora sebességgel kell forgatni a vedret, hogy forgásának legfelső pontjába érve ne folyjék ki belőle a víz?
7. A rakétahordozó a rajta lévő űrhajóval a Föld felszínéről 30 m/s^2. gyorsulással startol. Határozzátok meg felbocsátás közben az űrhajó fedélzetén tartózkodó, 75 kg tömegű űrhajós súlyát! Miért helyezik az űrhajósok ülését fellövés és landolás során úgy, hogy a gyorsulás merőlegesen irányuljon az űrhajós testére és nem annak hosszában?
8. Bizonyítsátok be, hogy a két, k_1 és k_2 merevségű rugókból álló rendszer k merevsége a 2. ábrán bemutatott képletek segítségével határozható meg!



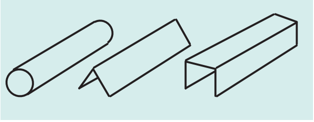
2. ábra

9. Kiegészítő információforrás segítségével tudjátok meg, hogyan hat az ember egészségére és közérzetére a hosszan tartó túlterhelés; a hosszan tartó súlytalansági állapot!
10. A 7. §. elején egy ágyúból kilőtt emberről volt szó. Mekkora túlterhelésnek van kitéve a sportoló kilövéskor? A szükséges adatokat kiegészítő információforrásokból keressétek ki!

11. Mikor jön létre súrlódási erő? Ez az erő vajon minden esetben akadályozza a test mozgását?

Kísérleti feladat

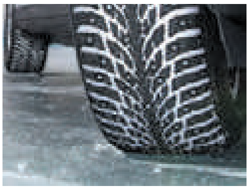
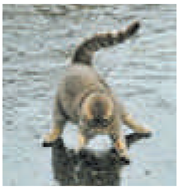
A test merevsége nagymértékben függ annak alakjától. Néhány papírcsík, két könyv és egy könnyű súly segítségével bizonyítsátok be ezt az állítást! A papírcsíkokból alakítsatok ki különböző alakú testeket (lásd pl. a 3. ábrát), és vizsgáljátok meg azok alakváltozását azonos erő hatására!



3. ábra

13. §. SÚRLÓDÁSI ERŐ



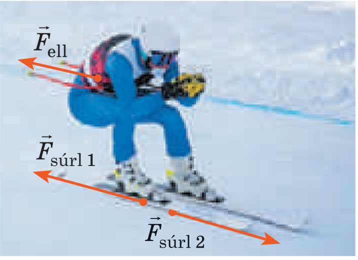



Vajon miért hasonlítanak a modern repülőgépek és tengeralattjárók profiljai a delfin testének körvonalára? Miért „adnak” a gépkocsikra szegecsekkel ellátott téligumit? Miért nehéz közlekedni a jeges úton? Hogyan „zuhan” az ejtőernyős? Hogyan csökkenthető a súrlódási erő? Lehet, hogy inkább növelni kellene, mint csökkenteni? Mi történne, ha a súrlódás teljesen megszűnne? Elgondolkodunk rajta.

1 Felidézzük a súrlódási erőt

A test tetszőleges mozgása során feltétlenül érintkezésbe kerül a környező mikro- és makro testekkel (a másik test felületével, a folyadék vagy a gáz részecskéivel, amelynek belsejében az adott test mozog). Az ilyen érintkezések során olyan erők jönnek létre, amelyek lelassítják a test mozgását. Ezeket az erőket *súrlódási erőknek* nevezzük.

Súrlódási erőnek $\vec{F}_{\text{súrl}}$ nevezzük azt az erőt, amely az egyik testnek a másik felületén való mozgásakor, vagy annak megkísérlésekor keletkezik, vagy akkor, amikor a test csepp folyós vagy gáznemű közeg belsejében mozog.

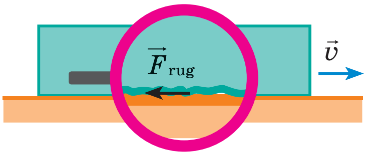


13.1. ábra A hó felületéhez és a levegőhöz képest a síző jobbra mozog, ezért a rá ható súrlódási és $\vec{F}_{\text{ell}}$ közegellenállási erő bal felé hat. A hó a sízőhöz képest balra mozog, a síző részéről a hóra az $\vec{F}_{\text{súrl 2}}$ erő hat jobb felé

A súrlódási erő mindig az érintkező testek felülete mentén, relatív elmozdulásuk sebességével ellentétesen irányul (13.1. ábra).

A szilárd test felszíne és az őt körülvevő cseppfolyós vagy gáznemű közeg között fellépő súrlódást *közegellenállásnak* vagy *nedves (viszkózus) súrlódásnak* nevezzük. A két érintkező szilárd test felszíne között fellépő súrlódást *száraz súrlódásnak* nevezzük.

2 Miért jön létre száraz súrlódási erő?



13.2. ábra. A száraz súrlódás létrejöttének egyik előidézője az érintkező testek felületén lévő egyenetlenségekkel kapcsolatos

Két érintkező test felületét egy erős felbontású nagyító segítségével vizsgálva óriási számú apró egyenetlenséget láthatunk. Amikor valamely test a másik felületén csúszik, vagy csúszni próbál, az érdes felületek egymásba akadnak és *deformálódnak*. Az alakváltozás irányával ellentétes irányú *rugalmassági erők* jönnek létre (13.2. ábra). Ez a súrlódási erő létrejöttének egyik oka.

Vannak egyéb okok is. Egyes helyeken a testek kiálló részei annyira szorosan nyomódnak egymáshoz, annyira kicsi közöttük a távolság, hogy *molekulák közötti vonzóerő* lép fel, aminek eredményeként egyes kiemelkedések mintha „összeragadnának». Érthető, hogy az ilyen „összeragadás» a teljes mozgás során végbemegy, így gátolja azt.

Mind a rugalmassági erő, mind a molekulák közötti vonzóerő elektromágneses eredetű, ezért a *súrlódási erő elektromágneses természetű*.

? A 13.3. ábrán találjatok legalább két példát arra, amikor a felületek egyenetlenségeinek növelésével vagy csökkentésével megváltoztatható a száraz súrlódás ereje.

13.3. ábra. A 13.§-ban található feladathoz

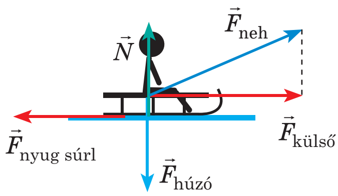
3 Milyen száraz súrlódási erők léteznek?

Háromféle száraz súrlódást különböztetnek meg: *nyugalmi, csúszó és gördülő súrlódást.*

Kis erőkifejtéssel próbáljatok elmozdítani egy nehéz szánt. A szán egy helyben marad, mivel *nyugalmi súrlódás jön létre, amely ellensúlyozza a szánra ható külső erőt.*

Nyugalmi vagy tapadási súrlódási erőnek $\vec{F}_{\text{nyug súrl}}$ azt az erőt nevezzük, ami két test érintkező felülete között hat, és gátolja azok viszonylagos mozgásának létrejöttét.

A nyugalmi súrlódási erő nagyságát tekintve egyenlő, irányát tekintve pedig ellentétes azzal a külső $\vec{F}_{\text{külső}}$ *erővel, amely a testek érintkezési felülete mentén hat és megkísérli a test elmozdítását a helyéről* (13.4. ábra):



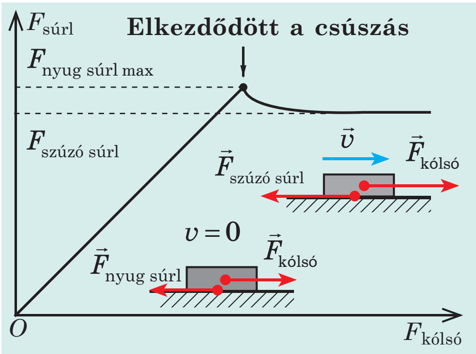
13.4. ábra. A külső erők a test elmozdítására törekednek. A közben létrejövő nyugalmi súrlódási erő kiegyenlíti a külső erőket, és a test nyugalmi állapotban marad

$$\vec{F}_{\text{nyug súrl}} = -\vec{F}_{\text{külső}}$$

Minél nagyobb a testre ható külső erő, annál nagyobb lesz a nyugalmi súrlódási erő. Végül a külső erők eredőjének (tehát a nyugalmi súrlódási erőnek is) egy bizonyos értéke fölött a test elmozdul. Tehát a *nyugalmi súrlódási erőnek meghatározott maximális értéke van.*

A nyugalmi súrlódási erő leggyakrabban hasznos. Ennek az erőnek köszönhető, hogy a tárgyak nem esnek ki a kezünkből, a kréta nyomot hagy a táblán, a ceruza hegye pedig a papíron; ez az erő tartja a járműveket a kanyarban, ez tartja a növények gyökerét a talajban. A nyugalmi súrlódási erő teszi lehetővé az emberek, állatok, közlekedési eszközök mozgását (13.5. ábra).

13.5. ábra. A gépkocsi abroncsai az úttal való érintkezés pillanatában lényegében hátrafelé próbálnak mozogni. Ennek eredményeképpen nyugalmi súrlódási erő jön létre, amely előre hat. Ez a gépkocsit mozgásba hozó mozgatóerő



13.6. ábra. Amikor a nyugalmi súrlódási erő eléri a maximális értékét, a test elmozdul (csúszni kezd)

A technikában, közlekedési eszközökben, mindennapi életben gyakran mindent megtesznek a maximális nyugalmi súrlódási erő növelése érdekében. Például a lépcsőkön vagy a lábbelik talpán csúszásmentes réteget hoznak létre, télen a gépkocsikon a nyári gumikat télire cserélik.

Mondjatok még néhány hasonló példát!

Miután a testre ható külső erők eredője kiegyenlítődik a maximális nyugalmi súrlódási erővel, a test csúszni kezd. Ekkor *csúszó súrlódási erőről* beszélünk.

Csúszó súrlódási erőnek $\vec{F}_{\text{szúzó súrl}}$ azt az erőt nevezzük, amely az egyik testnek a másik felületén való csúszásakor keletkezik, és a testek viszonylagos sebességével ellentétes irányban hat.

A csúszó súrlódási erő a testek érintkezési felületén hat, és valamivel kisebb a maximális nyugalmi súrlódásnál (13.6. ábra). A mozgás kezdetén az addig nyugalomban lévő testek rántódással indulnak, mert az elinduláshoz kisebb mozgatóerőre van szükség, mint az egyenletes mozgáshoz. Ez főleg nagyobb méretű testek esetén figyelhető meg.

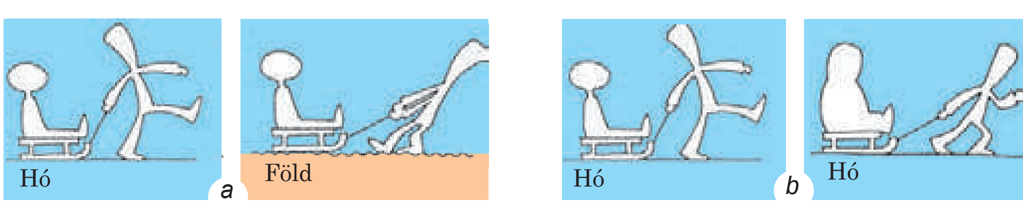
Élettapasztalatotok arról tanúskodik, hogy a csúszó súrlódási erő az érintkező felületek tulajdonságaitól függ, és növekszik a támaszték reakcióerejének a megnövelésével (13.7. ábra). Az $F_{\text{szúzó súrl}}(N)$, függvényt igazoló törvényt kísérleti úton *Guillaume Amontons* (1663–1705) francia tudós állította fel, amit később honfitársa, *Charles Coulomb* (1736–1806) kísérletekkel igazolt, ezért azt **Amontons-Coulomb törvénynek** nevezték el:

A csúszó súrlódási erő független az érintkezési felületek területétől és egyenesen arányos a támaszték N normális reakcióerejével:

$$F_{\text{szúzó súrl}} = \mu N$$

ahol μ **csúszó súrlódási tényező**, *ami függ az érintkezési felületek anyagától és megmunkálásuk minőségétől, kisebb mértékben pedig az érintkező felületek egymáshoz viszonyított sebességétől és mértékegység nélküli mennyiség*:

$$\mu = \frac{F_{\text{szúzó súrl}}}{N}; \; [\mu] = 1\,\frac{\text{N}}{\text{N}} = 1.$$



13.7. ábra. A csúszó súrlódási erő függ a felületek minőségétől és fajtájától (*a*). A támaszték reakcióerejének növekedésével (*b*) a súrlódási erő is növekszik

A csúszó súrlódási együttható értékét kizárólag kísérleti úton határozzák meg. Általában a *csúszó súrlódási együttható táblázati értékei az anyagpárokra jellemző átlagértékeket tartalmazzák* (lásd a táblázatot).

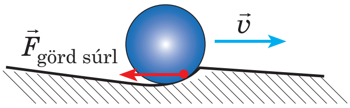
Anyagok	Csúszó súrlódási tényező
Acél a jégen	0,02
Acél az acélon	0,15
Bronz a bronzon	0,20
Fa a fán	0,25
Papír a fán	0,40
Gumi a betonon	0,75

A csúszó súrlódási erő csökkenthető az érintkező felületek kenésével. A szilárd kenés megváltoztatja a felületek minőségét. A folyékony kenés pedig eltávolítja egymástól az érintkező felületeket, miközben a száraz súrlódást a sokkal kisebb nedves súrlódás váltja fel.

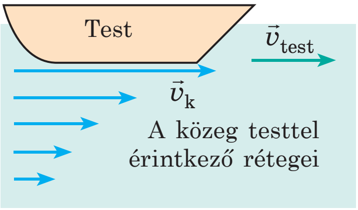
A súrlódás jelentősen csökken, ha az érintkező felületek közé szilárd görgőket helyezünk. A kísérletek azt mutatják, hogy azonos feltételek mellett a *gördülő súrlódási erő több tucatszor kisebb a csúszó súrlódási erőnél.*

A gördülő súrlódási erő létrejöttének egyik oka abban rejlik, hogy a felület, amelyen a gördülő test (henger, kerék, golyó) mozog, eldeformálódik és a test egész idő alatt egy kisebb ferde felületen gördül (13.8. ábra). Minél nagyobb a felület deformációja, annál nagyobb a felület lejtési szöge és ennek megfelelően a gördülő súrlódási erő is. Ezért a *gördülő súrlódási erő*:

- csökken a felület, illetve a felületen gördülő golyó keménységének növelésével;
- növekszik a test részéről a felületre ható erőnek a növelésével;
- csökken a test (golyó, henger) sugarának növelésével.



13.8. ábra. A gördülő súrlódási erő létrejöttének egyik oka, hogy a felület, amelyen a test gördül, deformálódik



13.9. ábra. A közeg testtel érintkező rétegeinek sebessége (v_c) a testtől való távolsággal fokozatosan nullára csökken

4 Mitől függ a közegellenállás ereje?

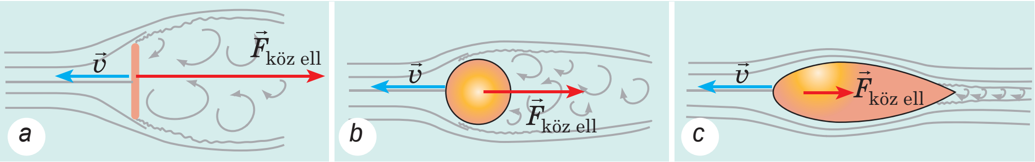
A **közegellenállás ereje (viszkozitás)** az $\vec{F}_{\text{köz ell}}$ az erő, amely a test cseppfolyós vagy gáznemű közegben történő mozgásakor jön létre.

Megvizsgáljuk a közegellenállási erő létrejöttének néhány okát.

1. *Lamináris áramlás*. Amikor a szilárd test folyadékban vagy gázban mozog, a közeg testközeli rétegei a testtel együtt haladnak (13.9. ábra). Minél nagyobb a közeg viszkozitása, annál több réteg kapcsolódik be a mozgásba.

2. *Közegellenállás*. A közeg részecskéi ütköznek a testtel és lassítják annak mozgását.

3. Örvénylés. Ha a test nagy sebességgel mozog, a lamináris ellenállás örvénylésbe megy át: közvetlenül a test után alacsony nyomású zóna alakul ki, ami a test beszippantására törekszik, ezzel csökkentve annak sebességét.

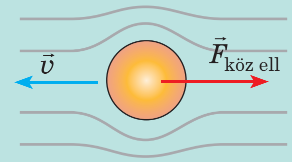


13.10. ábra. Azonos feltételek mellett a legnagyobb közegellenállási erő az alátétre hat (*a*), a legkisebb pedig a csepp alakú (áramvonalas) testre (*c*)

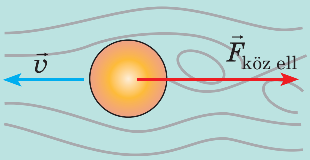
A közeg reakcióereje nagymértékben függ a test alakjától (13.10. ábra). *A közegellenállási erő* növekszik:

1) a test v sebességének növekedésével; eközben:

- ha $v < v_{kr}$, akkor $F_{köz\ ell} \sim v$

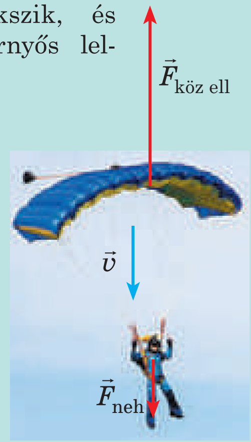


- ha $v > v_{kr}$, akkor $F_{köz\ ell} \sim v^2$



v_{kr} kritikus sebesség – a test sebességének azon értéke, amelynél a lamináris áramlás örvényléssé alakul át.

2) a test keresztmetszetének megnövelésével.
Például az ejtőernyős esés közben nagy sebességre gyorsul fel, viszont az ernyő nyitásának pillanatában a légellenállás hirtelen megnövekszik, és az ejtőernyős lelassul



3) a közeg sűrűségének és viszkozitásának növekedésével, a felület bizonyos minőségi változásainál:

- a közeg sűrűségének növekedésével megnő a közegellenállás;
- a közeg viszkozitásának növekedésével és a test felületének egyenetlenségei folytán a közeg nagyobb számú rétege mozog együtt a testtel

A cápák, delfinek, halak viszonylag nagy sebességgel mozognak. Milyen jellegzetes fejformák, testfelépítés és testfelület segíti őket ebben?

Jegyezzétek meg! Nem létezik nedves nyugalmi súrlódás. Vagyis, ha a cseppfolyós vagy gáznemű közegben lévő test a közeghez viszonyítva nyugalmi állapotban van, akkor nem hat rá a közegellenállás.

De akkor miért tudnak lebegni a gólyák, a siklóernyősök, sőt egyes mókusfajok (13.11. ábra)? Milyen erő egyenlíti ki a nehézségi erőt?

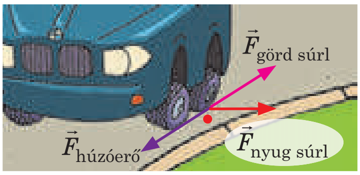
13.11. ábra. A 13.§-ban található feladathoz

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. A vízszintes úton haladó gépkocsinak 45 m sugarú kanyarban kell befordulnia. Legfeljebb mekkora lehet a gépkocsi sebessége, hogy ne sodródjon ki a kanyarban? A gépkocsi kerekei és a talaj között a tapadási súrlódási együttható $\mu = 0{,}5$.

A fizikai probléma elemzése. A gépkocsi nem tud biztonságosan bekanyarodni, ha a középpont felé irányuló $\vec{F}_{\text{nyug súrl}}$ nyugalmi súrlódási erő eléri a maximális értékét és csúszási súrlódási erővé alakul. Feltételezzük, hogy $F_{\text{nyug súrl max}} = \mu N$.

Figyeljük meg: a kör középpontja felé irányuló és a gépkocsi oldalirányú csúszását megakadályozó nyugalmi súrlódási erőn kívül olyan nyugalmi súrlódási erő is létezik, amelyik kiküszöböli az autó kerekeinek a menetirányban való csúszását, ami tulajdonképpen a gépkocsi húzóereje (13.12. ábra).



13.12. ábra. A gépkocsi meghajtókerekeire kanyarodás közben ható súrlódási erők

Magyarázó rajzot készítünk, amelyen feltüntetjük az autóra ható erőket, az autó gyorsulásának az irányát. A koordináta-rendszert a Földhöz kötött testhez rendeljük.

Adva:	
$r = 45$ m $\mu = 0{,}5$ $g = 10$ m/s^2	
v_{max} – ?	

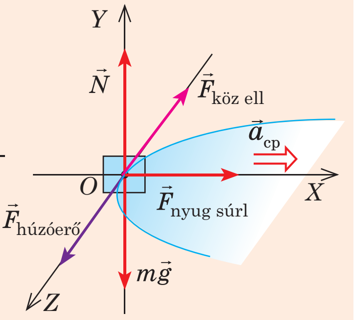
Matematikai modell felállítása, megoldás.

Felírjuk vektoros alakban Newton második törvényét:

$$\vec{F}_{\text{neh}} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{köz ell}} + \vec{F}_{\text{nyug súrl}} = m\vec{a}_{\text{cp}}.$$

Az egyenletet leképezzük a koordinátatengelyekre:

$$\begin{cases} OX:\ F_{\text{nyug súrl}} = ma_{\text{cp}}, \\ OY:\ N - mg = 0, \\ OZ:\ F_{\text{neh}} - F_{\text{köz ell}} = 0. \end{cases}$$



Mivel az $F_{\text{nyug súrl max}} = \mu N = \mu mg$; $a_{\text{cp}} = \dfrac{v^2}{r}$, ezért: $\mu mg = \dfrac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu g r}$.

Leellenőrizzük a mértékegységeket, és kiszámítjuk a keresett mennyiséget:

$[v] = \sqrt{\text{m/s}^2 \cdot \text{m}} = \text{m/s}$; $v = \sqrt{0{,}5 \cdot 45 \cdot 10} = 15$ (m/s).

Felelet: $v_{max} = 15$ m/s.

Összegzés

- Súrlódási erőnek nevezzük azt az erőt, amely az egyik testnek a másik felületén való mozgásakor, vagy annak megkísérlésekor keletkezik, illetve akkor, amikor a test csepp folyós vagy gáznemű közeg belsejében mozog. A súrlódási erő mindig az érintkező testek felülete mentén, relatív elmozdulásuk sebességével pedig ellentétesen irányul.
- Megkülönböztetnek nyugalmi, csúszó, gördülő súrlódási, valamint közegellenállási erőket. A gördülő súrlódási erő kivételével az összes erő elektromágneses természetű, mivel molekuláris kölcsönhatás által jönnek létre.

♦ A nyugalmi súrlódási erő nagyságát tekintve egyenlő, irányát tekintve pedig ellentétes a testre ható külső erők eredőjével: $\vec{F}_{\text{nyug súrl}} = -\vec{F}_{\text{külső}}$.

♦ A csúszó súrlódási erő egyenesen arányos a támaszték normális reakcióerejével: $F_{\text{csúszó súrl}} = \mu N$, ahol $\propto$ μ csúszó súrlódási tényező, ami függ az érintkezési felületek anyagától és megmunkálásuk minőségétől

♦ A gördülő súrlódási erő egyenesen arányos a támaszték normális reakcióerejével, jelentősen kisebb a csúszó súrlódási erőnél, függ a test sugarától és az érintkező felületek anyagától.

♦ A közeg ellenállóereje jelentősen függ a test alakjától, növekszik a test sebességének, keresztmetszete területének, valamint a közeg viszkozitásának és sűrűségének növelésével.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk súrlódási erőnek? **2.** A súrlódás milyen típusait ismeritek? **3.** Mi az oka a száraz súrlódás létrejöttének? A nedves súrlódás létrejöttének? **4.** Miért nevezik a nyugalmi súrlódási erőt mozgatóerőnek? **5.** Mit nevezünk csúszó súrlódási erőnek? Hogyan irányul és milyen képlet segítségével határozható meg? **6.** Hogyan csökkenthető (növelhető) a súrlódási erő? Mondjatok példákat! **7.** Milyen tényezők befolyásolják a közegellenállási erőt? Mondjatok példákat!

13. gyakorlat

1. Miért veszélyes az autóvezetés nedves vagy jeges úton?
2. Miért raknak fahasábokat a sárban elakadt autó kerekei alá?
3. Miért futnak a rövidtávfutók szöges cipőben, a hosszútávfutók pedig puhatalpúban?
4. Határozzátok meg az egyenes vízszintes útszakaszon 72 km/h sebességgel haladó gépkocsi féktávolságát és fékidejét! A gépkocsi kerekei és a talaj között a tapadási súrlódási együttható $\mu = 0{,}8$.
5. A 100 kg tömegű szánt az elé fogott kutyák 150 N erővel kezdik húzni. Mennyi idő alatt teszi meg a szán az első 200 métert? A szántalpak csúszó súrlódási együtthatója a havon 0,05.
6. A munkás a csillét olyan erővel tolja, amely a vízszintes síkkal 45°-os szöget alkot. Legalább mekkora erő kell ahhoz, hogy a munkás elmozdítsa a 300 kg tömegű csillét, ha az ellenállási tényező 0,01*? A csille vízszintesen áll.
7. Mondjatok példákat olyan modern mechanizmusokra, berendezésekre, eszközökre, nagysebességű szállítójárművekre, amelyek létrehozásában a mérnökök a természettől lesték el a súrlódási erők és a közegellenállás növelésének vagy csökkentésének a módjait! Szükség esetén használjatok kiegészítő információforrásokat!

Kísérleti feladat

Mindennapi eszközök (gumiszalag, különböző alakú testek, porszívó, kartondarab, vízzel teli edény, fémgolyó stb.) segítségével végezzetek el néhány egyszerű kísérletet (lásd pl. az ábrát) a közegellenállást befolyásoló tényezők (vagy csúszó, illetve guruló súrlódás) érzékelésére! Írjátok le a kísérletek menetét, vagy készítsetek video beszámolót!

* Emlékeztetünk rá, hogy a mozgás ellenállási tényezője (μ) az összes típusú súrlódást figyelembe veszi: a kerekek guruló súrlódását, csúszási súrlódást a tengelyeken stb. Ezekben az esetekben az $F_{\text{köz ell}}$ közegellenállási erő a következő képlettel számítható ki: $F_{\text{köz ell}} = \mu N$, ahol a μ ellenállási tényező.

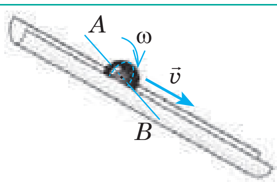
14. §. TESTEK EGYENSÚLYA. ERŐNYOMATÉK

Képzeljétek el, hogy el kell érnetek a felső polcon lévő könyvet. Odahúztok egy széket, lábujjhegyre álltok, előrehajoltok és … közben elvesztitek az egyensúlyotokat. Viszont a keljfeljancsi rejtélyes módon mindig visszaáll függőleges helyzetébe, és soha nem veszíti el az egyensúlyát. Mi az egyensúly, és milyen feltételek mellett van egyensúlyban a valós tárgy (nem pedig a modellje – az anyagi pont)?

1 Mi a test egyensúlya?

A **test egyensúlya** a test mozgásállapotának vagy nyugalmi helyzetének megőrzése az idő múlásával. Mit jelent a *mozgásállapot megőrzése*? Ennek tisztázására először meghatározzuk a *haladó és a forgó mozgások* fogalmát.

Haladó mozgás	Forgó mozgás
A test olyan mozgása, amikor a test minden pontja azonosan mozog	A test mozgása, amikor a test minden pontja olyan körvonalak mentén mozog, melyek középpontjai egy egyenesen – a *forgástengelyen* fekszenek.



A ferde csatornában leguruló golyó mozgása összetett, ami két egyszerű mozgásra bontható:

- az AB tengely körüli ω szögsebességű *forgó mozgásra*;
- a golyó AB egyenesen fekvő pontjainak $\vec{v}$ sebességű *haladó mozgására*.

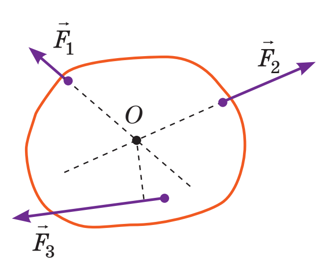
A golyó megőrzi *mozgásállapotát vagy nyugalmi helyzetét*, ha a forgó és haladó mozgásának sebessége *változatlan* marad..

2 Testek tömegközéppontja

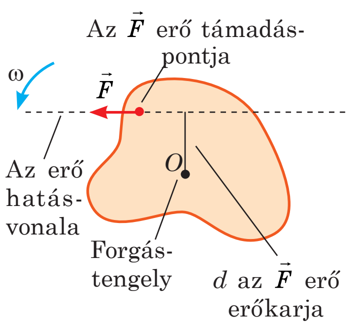
Ha a mozdulatlan testet erőhatás éri, akkor a test egyidőben forgásba és haladó mozgásba kezd. Viszont egy idő után a forgás abbamarad és a test kizárólag a haladó mozgást folytatja. Ez abban az esetben történik így, amikor az erő hatásvonala a test tömegközéppontján halad át.

A **test tömegközéppontja azoknak** az egyeneseknek a metszéspontja, amelyek mentén azok az erők irányulnak, amelyek kizárólag haladó mozgást biztosítanak a testnek (14.1. ábra).

Ha a testek méretei jelentősen kisebbek a Föld sugaránál, akkor az ilyen test tömegközéppontja megegyezik a nehézségi erő támadáspontjával. Emlékeztetünk: a *szimmetrikus alakzatok tömegközéppontja a mértani középpontjukban van; a háromszög tömegközéppontja a súlyvonalainak metszéspontjában fekszik.*



14.1. ábra. Az $\vec{F}_1$ és $\vec{F}_2$ erők kizárólag a test haladó mozgását váltják ki, mivel ezeknek az erőknek a hatásvonalai a test tömegközéppontján haladnak át (O pont); az $\vec{F}_3$ erő a haladó mozgáson kívül a test forgó mozgását is kiváltja



14.2. ábra. A test az O ponton áthaladó tengelyhez képest az óramutató járásával ellenkező irányba forog

A szabálytalan alakú síkbeli alakzatok tömegközéppontjának a meghatározásával a 4. számú laboratóriumi munka végzése során ismerkedhettek meg.

3 Felidézzük az erőnyomatékot

Az M **erőnyomaték** olyan fizikai mennyiség, amely a testre ható F erő nagyságának és az erőkar d hosszának a szorzatával egyenlő:

$$M = Fd$$

A erőnyomaték mértékegysége az SI rendszerben a **newton-méter**:: $[M] = 1\,\mathrm{N \cdot m}$.

Az F erő d erőkarja a forgástengely és az $\vec{F}$ erő hatásvonala közötti legkisebb távolság (14.2. ábra).

A 14.2. ábrán látható $\vec{F}$ erő az óramutató járás*ával ellenkező irányban* fordítja el a testet. Az ilyen irányú erők nyomatékát *pozitívnak* tekintik. Ha az erő az óramutató járásának irányában fordítja (vagy megkísérli elfordítani) a testet, akkor az ilyen erő nyomatékát *negatívnak* tekintik. Általános esetben a testre több erő hat, melyeknek nyomatékai lehetnek pozitívak, negatívak, de nulla is.

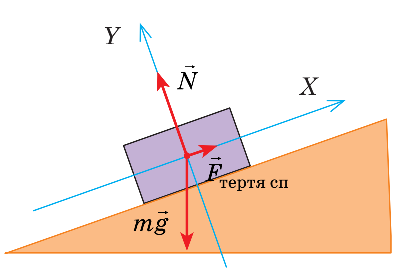
3 Milyen feltételek mellett lesz egyensúlyban a test?

• Ha a *test csak haladó mozgást végezhet* (nem tud forogni), akkor a tehetetlenségi törvénynek megfelelően az ilyen *test abban az esetben van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője nulla:*

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0$$

Példa. A ferde síkon lévő test egyensúlyban van, ha a rá ható erők kiegyenlítik egymást: $\vec{F}_{\text{тертя сп}} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$

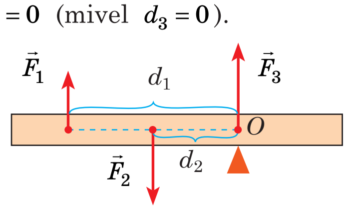
.



• Ha a *test csak forgó mozgást végezhet* (mozdulatlan forgástengelyen), akkor az erőkarok szabályának megfelelően *az ilyen test akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erőnyomatékok algebrai összege nulla:*

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$$

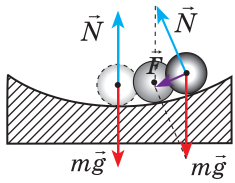
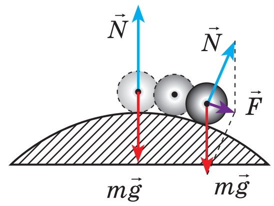
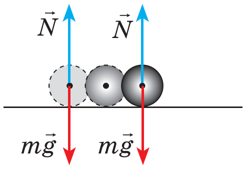
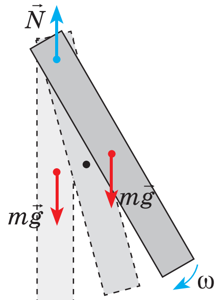
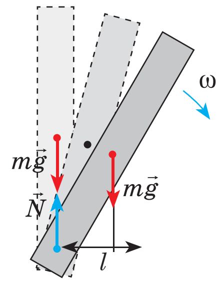
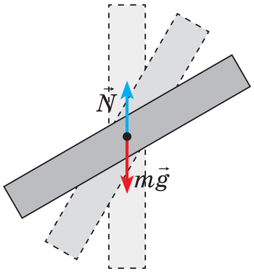
Példa. Az erőkar egyensúlyban van, ha a rá ható erők nyomatékainak összege nulla: $M_1 + M_2 + M_3 = 0$, ahol $M_1 = -F_1 d_1$, $M_2 = F_2 d_2$ (az $\vec{F}_1$ erő a kart az óramutató járásának irányában forgatja, az $\vec{F}_2$ pedig az óramutató járásával ellentétes irányban); $M_3 = 0$ (mivel $d_3 = 0$).



• *Ha a test képes haladó mozgást végezni és ezzel együtt egy bizonyos tengely körül forgó mozgást is végez, akkor ez a test abban az esetben lesz egyensúlyban, ha mindkét egyensúlyi feltétel teljesül:* $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0$; $M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$

4 Az egyensúly fajtái

Megkülönböztetik a *stabil* (biztos), *instabil* (bizonytalan) és *indifferens* (közömbös) egyensúlyi helyzeteket.

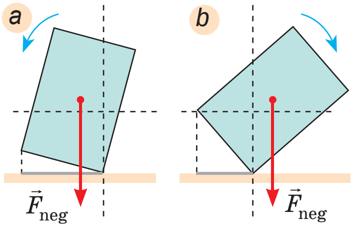
Stabil egyensúly	Instabil egyensúly	Indifferens egyensúly
Az egyensúlyi helyzetből való tetszőleges kismértékű kimozdulását követően a test visszatér a kiindulási helyzetébe	Az egyensúlyi helyzetből való tetszőleges kismértékű kimozdulását követően a test még inkább kitér kezdeti helyzetéből	Az egyensúlyi helyzetből való tetszőleges kismértékű kimozdulását követően a test az új helyzetében marad
 Az eredő erő az egyensúlyi helyzet felé irányul	 Az eredő erő az egyensúlyi helyzettel ellentétes irányban hat	 Az eredő erő nullával egyenlő
 Az erők kiegyenlítik egymást, de az $m\vec{g}$ erőnyomaték a testet visszatéríti az egyensúlyi állapotába	 Az erők kiegyenlítik egymást, de az $m\vec{g}$ erőnyomaték még jobban elmozdítja a testet	 Az erők kiegyenlítik egymást, az erőkarok összege nulla

Jegyezzétek meg! A mozdulatlan forgástengellyel rendelkező test akkor van *stabil egyensúlyi* helyzetben, ha a *tömegközéppontja a támaszkodási vagy függeszkedési pont alatt helyezkedik el.*

A gyakorlatban gyakran találkozunk olyan testek egyensúlyával, amelyek több ponton vagy síkon támaszkodnak: az ember az lábaira támaszkodik, az asztal és szék – a lábakra, az gépkocsi – a kerekekre, a ház – az alapra stb. (lásd pl. a 14.3. ábrát).

A vízszintes síkra támaszkodó test abban az esetben van stabil egyensúlyi

14.3. ábra. Egyes testek támasztási felületei (jelölése S)



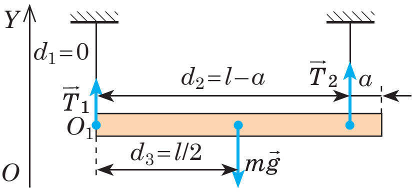
14.4. ábra. Ha a nehézségi erő hatásvonala a támaszték területén belül halad át, az egyensúly stabil (*a*), ha a területen kívül, akkor a test egyensúlya megbomlik és eldől (*b*)

állapotban, ha a test tömegközéppontján átmenő merőleges egyenes a támaszték területén belül halad át (14.3., 14.4., *a* ábrák).

Nyilvánvaló: minél lejjebb helyezkedik el a test tömegközéppontja és minél nagyobb a támaszték területe, annál stabilabb lesz az adott test. Ezért készítik a szerszámgépek alapjait szélesnek és masszívnak, a versenyautók ezért nagyon alacsonyak, az emberek és állatok a stabil helyzet érdekében szétterpesztik, és kissé behajlítják a lábukat (tappancsukat). A támaszték területének növelése érdekében az idős emberek járás közben botot használnak.

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Egy homogén tömegeloszlású, l = 10 m hosszú és 900 kg tömegű síndarabot két párhuzamos sodronykötél segítségével emelnek fel. Határozzátok meg a sodronykötél feszítőerejét, ha az egyiket a sín végén, a másikat a sín másik végétől a = 1 m távolságban rögzítik.



A fizikai probléma elemzése. Magyarázó rajzot készítünk, amelyen feltüntetjük a sínre ható erőket (a kötelekre ható $\vec{T}_1$ és $\vec{T}_2$ feszítőerőket, valamint az $m\vec{g}$ nehézségi erőt). Kiválasztjuk a forgástengelyt, ami legyen például az O_1 ponton áthaladó egyenes (ez a pont tetszőlegesen választható ki), majd megjelöljük az erőkarokat: $d_1 = 0$, $d_2 = l - a$, $d_3 = l/2$.

Adva:
$l = 10$ m
$m = 900$ kg
$a = 1$ m
T_1 — ?
T_2 — ?

Matematikai modell felállítása, megoldás.

Felírjuk a test egyensúlyának két feltételét: $\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0, \\ M_1 + M_2 + M_3 = 0. \end{cases}$

Itt $M_1 = 0$, mivel $d_1 = 0$; $M_2 = T_2(l - a)$ a $\vec{T}_2$ erő a síndarabot az óramutató járásával ellentétes irányban fordítja el; $M_3 = -mgl/2$ a nehézségi erő a síndarabot az óramutató járásának irányában igyekszik elfordítani.

Az első egyenletet leképezzük az OY tengelyre, behelyettesítjük az erőnyomatékok kifejezéseit és a következő egyenletrendszert kapjuk: $\begin{cases} T_1 + T_2 - mg = 0, \\ T_2(l - a) - mgl/2 = 0. \end{cases}$

A második egyenletből meghatározzuk a T_2-t: $T_2(l-a) = \dfrac{mgl}{2} \Rightarrow T_2 = \dfrac{mgl}{2(l-a)}$.

Az első egyenletből kifejezzük a T_1-et: $T_1 = mg - T_2$.

Leellenőrizzük a mértékegységeket, és meghatározzuk a keresett mennyiséget értékét:

$$[T_2] = \frac{\text{kg}\cdot \text{m/s}^2\cdot \text{m}}{\text{m}} = \text{N}; \quad T_2 = \frac{900\cdot 10\cdot 10}{2\cdot(10-1)} = 5000\ (\text{N}).$$

$$[T_1] = \text{kg}\cdot\text{m/s}^2 - \text{N} = \text{N}; \quad T_1 = 900\cdot 10 - 5000 = 4000\ (\text{N}).$$

Az eredmény elemzése. Az első sodronykötél kisebb erővel hat a sínre, mivel ez az erő a test súlypontjától távol hat. Az eredmény valós

Felelet: T_1 = 4 kN; T_2 = 5 kN.

Összegzés

• A test egyensúlya a test mozgásállapotának vagy nyugalmi helyzetének megőrzése az idő múlásával. A mozgásállapot megőrzése azt jelenti, hogy a test haladó és forgó mozgásának sebessége állandó marad.

• A test nyugalmi állapotban van, ha teljesül a következő két feltétel: 1) a testre ható erők eredője nulla: $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n=0$; 2) ca testre ható erők nyomatékainak algebrai összege nulla: $M_1+M_2+\ldots+M_n=0$.

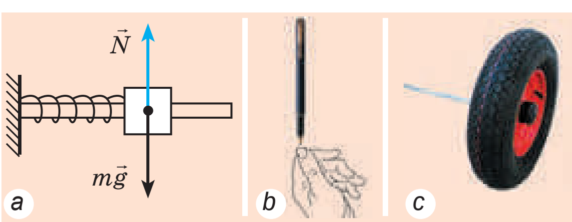
• Megkülönböztetnek stabil, labilis és közömbös egyensúlyi helyzeteket. Az egyensúlyi helyzetből való tetszőleges kismértékű kimozdulását követően stabil egyensúly esetén a test visszatér a kiindulási helyzetébe; labilis állapot esetén kismértékű kimozdulását követően a test még inkább kitér kezdeti helyzetéből; közömbös egyensúlynál a test az új helyzetében marad.

Ellenőrző kérdések

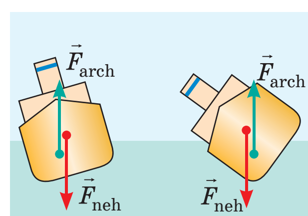
1. Mit neveznek a test egyensúlyának? **2.** Adjátok meg a tömegközéppont meghatározását! **3.** Jellemezzétek az erőnyomatékot, mint fizikai mennyiséget! **4.** Milyen feltételek mellett lesz a test egyensúlyban? **5.** A test milyen egyensúlyi állapotát nevezik stabilnak? Labilisnak? Közömbösnek? **6.** Mikor van stabil egyensúlyi állapotban a vízszintes síkra támaszkodó test?

14. gyakorlat

1. Milyen egyensúlyi állapotban van az 1. ábrán látható test?
2. Ha az ember nehéz terhet visz a hátán, akkor előrehajol, ha pedig maga előtt viszi, hátrahajlik. Miért?
3. Nagyobb megdőlés esetén a hajó felborulhat (2. ábra). Miért? A hajó nagyobb stabilitása érdekében hol célszerűbb elhelyezni a nehezebb rakományt (a rakodótérben vagy a fedélzeten)?



1. ábra



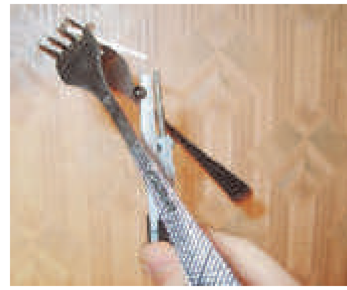
2. ábra

4. A 10 kg tömegű deszkát hosszának az 1/4-ed részénél támasztották alá. Mekkora erővel kell hatni merőlegesen a deszka rövidebbik végére, hogy az vízszintes helyzetben maradjon?
5. A létrát egy sima függőleges felületnek támasztották. A létra lábai és a padló közötti súrlódási együttható 0,4. Mekkora maximális szöget alkothat a létra a fallal? A létra tömegközéppontja annak közepén helyezkedik el.
6. Miért borult fel a lóca (3. ábra)? Állítsatok össze feladatot, adjátok meg a testek tömegét! Mekkora tömegűnek kell lennie a professzornak, hogy a lóca mozdulatlan maradjon?

3. ábra

Kísérleti feladat

Két villát akasszatok össze, rögzítsétek a gyufaszál egyik végén, a gyufaszál másik végét pedig helyezzétek el egy körző hegyes végén, ahogyan a 4. ábrán látható. Magyarázzátok meg, miért nem dőlnek el a villák! Kiegészítő információforrás segítségével keressetek még néhány érdekes egyensúlyi kísérletet, és végezzétek el azokat!



4. ábra

15. §. MECHANIKAI MUNKA. KINETIKUS ENERGIA. TELJESÍTMÉNY

Ahhoz, hogy a mechanikus óra működjön, fel kell húzni, azaz megfeszíteni a rugóját; széttekeredve a rugó munkát végez.
Felkapaszkodva a hegy csúcsára a síelő „munkát halmoz fel”, és ennek eredményeként lehetősége lesz lesiklani; eközben a munkát a nehézségi erő végzi.
Az égő ház ablaka legegyszerűbben egy kővel törhető be. Ha a kő sebessége megfelelő, betöri az ablakot, azaz munkát végez.
A munkavégzésre képes testekről vagy testrendszerekről azt mondják, hogy energiájuk van. A következő paragrafusban a mechanikai energiával és mechanikai munkával ismerkedhettek meg.

1 Mikor végez az erő mechanikai munkát?

A mechanika alapfeladata a test mechanikai állapotának (koordinátáinak és sebességének) meghatározása bármely időpontban. A test mechanikai állapota magától nem változik meg, ahhoz kölcsönhatásra, vagyis erők jelenlétére van szükség. Amikor a test erő hatására elmozdul (megváltoztatja a mechanikai állapotát), akkor azt mondják, hogy ez az erő *mechanikai munkát* végez.

Az A **mechanikai munka** (az **erő munkája**) olyan fizikai mennyiség, amely jellemzi a test mechanikai állapotváltozását és az F erőnek, az s elmozdulás abszolút értékének, valamint az erő- és elmozdulás vektorok által bezárt α szög koszinuszának szorzatával egyenlő:

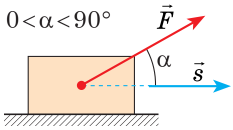
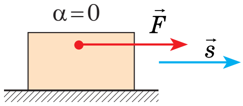
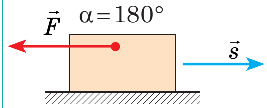
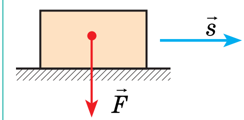
$$A = Fs\cos\alpha$$

A munka egysége az SI rendszerben **a joule**:

$$[A] = 1\ \text{J} = 1\ \text{N}\cdot\text{m}.$$

1 J *az a mechanikai munka, amelyet* 1 N *erő végez a test* 1 m-*nyi távolságra történő elmozdításával az erő hatásának irányában.*

A testre ható erő munkája skaláris mennyiség. Értéke lehet pozitív, negatív előjelű, illetve nulla. Ez attól függ, hogy milyen a testre ható erő iránya a mozgásirányához képest (lásd a 93. oldalon lévő táblázatot).

A munka pozitív $A>0$		A munka negatív $A<0$	A munka nullával egyenlő $A=0$
$0<\alpha<90°$ 	$\alpha=0$ 	$\alpha=180°$ 	$\alpha=90°$ 
$A=Fs\cos\alpha$, $\cos\alpha>0$	$A=Fs$, $\cos\alpha=1$	$A=-Fs$, $\cos\alpha=-1$	$A=0$, $\cos\alpha=0$

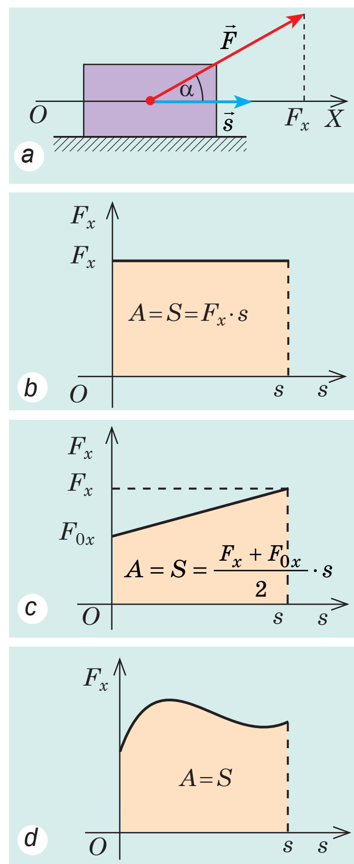
Gondolkozzatok el azon, hogy az α szögnek milyen, a táblázatban nem szereplő értékeinél lesz a munka negatív! Még milyen esetben lesz a munka nulla?

2 Mi az erő munkájának geometriai értelmezése?

Megvizsgáljuk a mozgásiránnyal α szöget bezáró erőt. Meghatározzuk az erő elmozdulás irányú vetületét, amihez az OX tengelyt a test mozgásirányába irányítjuk (15.1. *a* ábra). Az ábrán látható, hogy $F_x = F\cos\alpha$, tehát $A = F_x s$.

Megrajzoljuk az *erő vetülete és az elmozdulás $F_x(s)$ függvényének a grafikonját*. Ha a testre ható erő állandó, a függvény grafikonja az elmozdulás irányával párhuzamos egyenes egy szakasza (15.1. *b* ábra). Az ábrán látható, hogy az F_x és s szorzata az $F_x(s)$ függvény grafikonja által határolt téglalap S területével egyenlő. Ebben nyilvánul meg az erő munkájának geometriai értelmezése: *az erő munkája számszerűleg az erő vetülete és az elmozdulás abszolút értéke közötti összefüggés grafikonja által határolt alakzat területével egyenlő.*

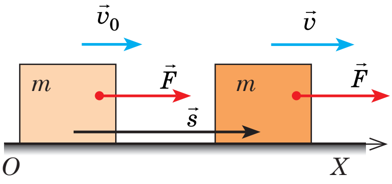
Ez a kijelentés érvényes a változó erő esetében is (15.1. *c, d* ábrák).



15.1. ábra. Ha az OX tengely iránya megegyezik a test elmozdulásának az irányával, akkor az A munka nagysága megegyezik az $F_x(s)$ függvény grafikonja által határolt alakzat S területével

3 Mikor rendelkezik a test kinetikus energiával?

Megvizsgálunk egy m tömegű testet, amelynek sebessége az $\vec{F}$ eredő hatására v_0-ról v-re növekedett. Tételezzük fel, hogy az $\vec{F}$ eredő idővel állandó marad, és a test mozgásirányával megegyező irányban hat. Meghatározzuk ennek az erőnek a munkáját.



15.2. ábra. A kinetikus energia törvényének a levezetéséhez

- A meghatározás szerint: $A = Fs\cos\alpha$.
- Az erő a test mozgásának irányában hat $\left(\vec{F}\uparrow\uparrow\vec{s}\right)$, ezért az α zög ebben az esetben nulla, azaz $\cos\alpha = 1$ (15.2. ábra).
- Mivel az $\vec{F}$ erő állandó és a test mozgásirányában hat, vagyis a test egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást végez, ezért $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$.
- Newton második törvénye alapján: $F = ma$.

Behelyettesítve az *F*, *s* és cos α kifejezéseit a munka képletébe, a következőket kapjuk:

$$A = ma \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{m\left(v^2 - v_0^2\right)}{2}, \text{ vagy } A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Az $\dfrac{mv^2}{2}$ (*) mennyiséget E_k-val jelölik, és a test *kinetikus (mozgási) energiájának* nevezik.

A **kinetikus energia** a mozgó testet jellemző fizikai mennyiség, amely a test tömegének és a sebessége négyzetének a félszorzatával egyenlő:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

A **mozgási energiáról szóló tétel**: A testre ható erők eredőjének munkája egyenlő a test mozgási energiájának a változásával:

$$A = E_k - E_{k0} = \Delta E_k$$

Ha a kezdeti pillanatban a test mozdulatlan $\left(v_0 = 0\right)$, vagyis $E_{k0} = 0$, akkor a mozgási energiáról szóló tételt a következő képlettel fejezhetjük ki:

$$A = E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

A v sebességgel mozgó test mozgási energiája egyenlő azzal a munkával, amit az erő fejt ki, hogy a test nyugalmi állapotból elérje a kívánt v sebességet.

? Mekkora munkát végzett rajtatok a nehézségi erő, ha a lépcsőről leugorva 3 m/s sebességet értetek el?

4 Felidézzük a teljesítményt

Figyeljétek meg! Eddig az erő munkájáról beszéltünk. De minden erő jellemzi bizonyos test (vagy tér) hatását is. Ezért az erő munkáját gyakran azon test (tér) munkájának is nevezik, amelyik felől az erőhatás érkezik. A gyakorlatban nemcsak az elvégzett munkának van nagy jelentősége, hanem a

* За цією формулою визначають *кінетичну енергію поступального руху тіла*. Якщо тіло ще й обертається, то крім кінетичної енергії поступального руху воно також має *кінетичну енергію обертального руху*.

munkára fordított időnek is. Ezért a munkavégzésre szolgáló mechanizmusok jellemzésére használják a *teljesítmény* fogalmát.

A munkavégzés gyorsaságát jellemző fizikai mennyiséget **teljesítménynek** nevezzük (jele P). A teljesítmény az A munka és az adott munka elvégzéséhez szükséges t idő hányadosával egyenlő:

$$P = \frac{A}{t}$$

A teljesítmény mértékegysége az SI rendszerben a **watt**:

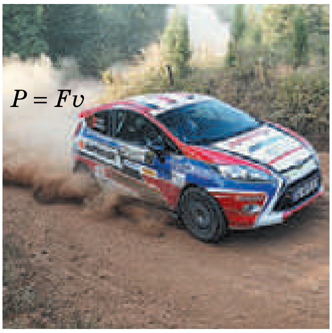
$$[P] = 1\,\text{Вт} = 1\,\frac{\text{Дж}}{\text{с}} \quad \left(1\,\text{W} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{s}}\right).$$

(*James Watt* (1736–1819) tiszteletére nevezték el). Watt a *lóerőt* vezette be a teljesítmény mértékegységeként, amelyet néha napjainkban is használnak: 1 l.e. = 746 W).

A közlekedési eszközök teljesítményét célszerűbb a húzóerőn és sebességen keresztül meghatározni. Ha az adott időintervallumban a test egyenletesen mozog, a húzóerő iránya pedig megegyezik az elmozdulás irányával, akkor a motor teljesítménye a következő képlettel határozható meg:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = Fv.$$

Ez a képlet nem egyenletes mozgás esetében is érvényes: *a motor teljesítménye az adott pillanatban a húzóerő és a pillanatnyi sebesség abszolút értékeinek szorzatával egyenlő*: $P = Fv$ (15.3. ábra).



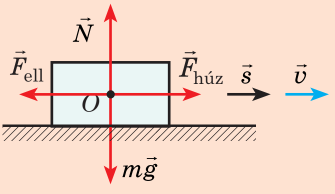
15.3. ábra. Amikor az autó mozgásához *nagyobb húzóerőre* van szükség a vezető *kisebb sebességfokozatra kapcsol vagy rálép a gázpedálra*, megnövelve ezáltal a motor teljesítményét

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Ahhoz, hogy meghatározzuk a mechanikai munkát és teljesítményt, ismernünk kell a testre ható *erőt*, a test *elmozdulását* és a mozgás *idejét*. Ezért a munka és a teljesítmény meghatározását a kinematika és a dinamika feladatainak megoldására vezetjük vissza.

Feladat. A 2 t tömegű gépkocsi 20 m/s sebességgel egyenletesen mozog a vízszintes útvonalon. Milyen erők hatnak a gépkocsira? Határozzátok meg mindegyik erő munkáját, és a motor húzóerejének teljesítményét, ha a mozgás ellenállási együtthatója 0,01, a mozgás ideje pedig 50 s!

Adva: $m = 2 \cdot 10^3$ kg $v = 20$ m/s $\mu = 0{,}01$ $t = 50$ s A — ? P — ?	*Megoldás.* Magyarázó rajzot készítünk, amelyen feltüntetjük a testre ható erőket: az $m\vec{g}$ nehézségi erőt, a gépkocsi $\vec{F}_{\text{húz}}$ húzóerejét, az $\vec{F}_{\text{ell}}$, силу ellenállási erőt, a támaszték $\vec{N}$ normális reakcióerejét. A meghatározás szerint a munka: $$A = Fs\cos\alpha.$$



Az összes erő munkájának a meghatározásához tudnunk kell:
- az erő- és elmozdulásvektorok közötti szöget;
- az erő és az elmozdulás abszolút értékét.

1. A gépkocsi egyenletes mozgást végez, ezért a rá ható erők kiegyenlítik egymást:
— *a nehézségi erőt a támaszték normális reakcióereje egyenlíti ki:* $N = mg$;
— *a húzóerőt az ellenállási erő semlegesíti:* $F_{\text{húz}} = F_{\text{ell}} = \mu N$.

2. A gépkocsi *elmozdulása* egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén a következő képlettel határozható meg: $s = vt$.

3. A *nehézségi erő* és a *támaszték normális reakcióereje* merőleges a gépkocsi mozgásirányára ($\alpha = 90°$, $\cos\alpha = 0$). Tehát e két erő munkája nulla.
A *húzóerő* a test mozgásának irányában hat. Mivel $\alpha = 0$, így $\cos\alpha = 1$, ezért

$$A(F_{\text{húz}}) = F_{\text{húz}} s = \mu mgvt.$$

Az *ellenállási erő* ellentétes a test mozgásirányával: $\alpha = 180°$, $\cos\alpha = -1$, ezért

$$A(F_{\text{ell}}) = -F_{\text{ell}} s = -\mu mgvt.$$

4. A motor húzóerejének teljesítményét a $P = \dfrac{A(F_{\text{тяги}})}{t}$ képlettel határozzuk meg.
Leellenőrizzük a mértékegységeket, kiszámítjuk a keresett mennyiséget:

$$[A] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{s} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}\,;\ [P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}.$$

$A(F_{\text{húz}}) = 0{,}01 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 50 = 200 \cdot 10^3$ (J); $A(F_{\text{ell}}) = -200$ kJ;

$P = \dfrac{200 \cdot 10^3}{50} = 4 \cdot 10^3$ (W).

Felelet: $A(F_{\text{neh}}) = 0$; $A(N) = 0$; $A(mg) = 0$; $A(F_{\text{húz}}) = 200$ kJ; $A(F_{\text{ell}}) = -200$ kJ; $P = 4$ kW.

Összegzés

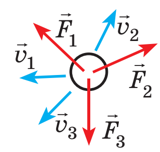
- A mechanikai munka (az erő munkája) olyan fizikai mennyiség, amely jellemzi a test mechanikai állapotváltozását, és az $A = Fs\cos\alpha$. képlet segítségével határozható meg. A munka egysége az SI rendszerben a joule 1 J = 1 N·m.
- A testre ható erők eredőjének munkája egyenlő a test mozgási energiájának a változásával: $A = E_k - E_{k0} = \Delta E_k$.
- A kinetikus energia a mozgó testet jellemző fizikai mennyiség, amely a test m tömegének és a v sebessége négyzetének a félszorzatával egyenlő: $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$.
- A munkavégzés gyorsaságát jellemző fizikai mennyiséget P teljesítménynek nevezzük. A teljesítmény az A munka és az adott munka elvégzéséhez szükséges t idő hányadosával egyenlő: $P = \dfrac{A}{t}$. A teljesítmény a $P = Fv$ képlettel is meghatározható.

Ellenőrző kérdések

1. Definiáljátok a mechanikai munkát! Mi a mértékegysége az SI rendszerben? **2.** Az erő által végzett munka milyen esetekben pozitív? Negatív? Egyenlő nullával? **3.** Mi az erő által végzett munka geometriai értelmezése? **4.** Mit nevezünk kinetikus (mozgási) energiának? **5.** Bizonyítsátok be a kinetikus energiáról szóló tantételt! **6.** Mi a teljesítmény? Mi a mértékegysége? Hogyan határozható meg a pillanatnyi teljesítmény?

15. gyakorlat

1. Mondjatok olyan példákat, amikor a testre ható erő pozitív munkát végez; negatív munkát végez; nem végez munkát!
2. Mekkora munkavégzéssel jár egy 10 kg tömegű test 5 m magasra emelése?
3. Űrrepülések során komoly problémát jelenthet az űrhajónak nagysebességű meteoritokkal történő ütközése. Határozzátok meg az 1 kg tömegű, 60 km/s sebességű meteorit kinetikus energiáját!
4. Az ábrán a testre ható erők láthatók. Állítsatok fel megfeleltetést a test lehetséges mozgásiránya és a munkát végző erő előjele között!.



1 $\vec{v}_1$	A $A_1 > 0$, $A_2 < 0$, $A_3 = 0$
2 $\vec{v}_2$	B $A_1 > 0$, $A_2 > 0$, $A_3 < 0$
3 $\vec{v}_3$	C $A_1 < 0$, $A_2 > 0$, $A_3 > 0$
	D $A_1 = 0$, $A_2 < 0$, $A_3 > 0$

5. Az 1 t tömegű gépkocsi a sebességét 10 m/s-ról 20 m/s-ra növelte. Határozzátok meg a gépkocsira ható erők eredője által végzett munkát!
6. A v_0 sebességgel repülő rakéta megduplázta a sebességét. Az üzemanyag elégése folytán a rakéta tömege a felére csökkent a gyorsulás megkezdése előtti tömegének. Hányszorosára változott meg eközben a rakéta kinetikus energiája?
7. A 2 t tömegű gépkocsi álló helyzetből 2 m/s^2 gyorsulással indult el, és vízszintes útszakaszon 20 m/s sebességet ért el. Határozzátok meg a motor húzóerejét és átlagteljesítményét, ha az ellenállási együttható 0,01!
8. Amikor az ember álló helyzetben nehéz terhet tart a kezében nem végez munkát, mivel a teher elmozdulása nulla. Akkor vajon miért fárad el az ember? Próbáljatok meg önállóan felelni erre a kérdésre! Ha nem sikerül, használjatok kiegészítő információforrásokat!

9. Idézzétek fel, hogy a kinetikus energián kívül milyen mechanikai energiafajtát ismertek! Mondjatok példákat olyan testekre, amelyek ezzel az energiafajtával rendelkeznek!

Fizika és technika Ukrajnában

Antonov állami vállalat (Kijev) ukrán repülőgépgyártó konszern, amely tervezőirodát, laboratóriumokat, tesztpálya-komplexumot és kísérleti üzemet egyesít.

1946-ban Novoszibirszkben DKB-153 néven kísérleti tervezőirodaként hozták létre, vezetőjének *Oleg Antonov* (1906–1984) neves ukrán-szovjet repülőgép konstruktőrt nevezték ki. 1952-ben az üzemet Kijevbe költöztették, ahol megkezdték a híres AN-2 repülőgépek sorozatgyártását.

Napjainkban az üzemben több mint 100-féle repülőgéptípust állítanak elő, légi és földi járműveket terveznek, gyártanak, modernizálnak, nemzetközi légi szállítással foglalkoznak.

16. §. POTENCIÁLIS ENERGIA. A MECHANIKAI ENERGIA MEGMARADÁSÁNAK TÖRVÉNYE

A Föld felszíne fölé emelt nehéz kalapács nem rendelkezik mozgási energiával, mivel mozgássebessége nulla. Viszont ha elengedik a kalapácsot, az munkát végez, például szétlapítja a fémet. A megfeszített íjnak sincs mozgási energiája, viszont elengedve, az alakját visszanyerő íj sebességet kölcsönöz a nyílvesszőnek, vagyis munkát végez. A Föld fölé emelt és a deformált test is képes munkavégzésre, azaz energiával rendelkezik. Milyen típusú energia ez és hogyan kell meghatározni?

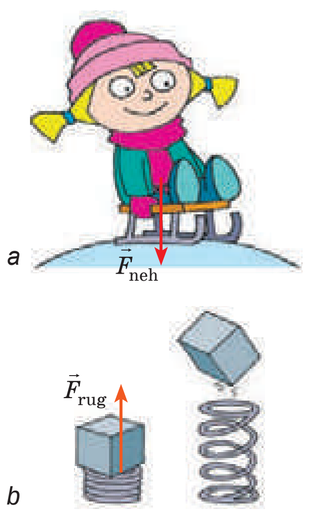
1 Mikor rendelkezik a test helyzeti (potenciális) energiával?

Az E **mechanikai energia** a test (testrendszer) munkavégző képességét jellemző fizikai mennyiség.

A munkához hasonlóan az energia mértékegysége az SI rendszerben a **joule**: $[E] = 1$ J.

Bármely mozgásban lévő test képes munkavégzésre, mivel van mozgási energiája, vagyis élő ereje, ahogyan régen nevezték. Van a mechanikai energiának még egy fajtája, régi kifejezéssel élve *holt erő*, amely a test más testekkel való kölcsönhatása után jön 1étre. Ezt az energiát *helyzeti* (*potenciális*) energiának nevezik (a *potentia* erő, lehetőség latin szóból).

E_p **helyzeti energiának** nevezzük a test más testekkel történő kölcsönhatásából, illetve az adott test egyes részei kölcsönhatásából eredő energiát.



16.1. ábra. A kislány a Földdel történő kölcsönhatás (*a*), az összenyomott rugó pedig a menetei közötti kölcsönhatás (*b*) következtében rendelkezik helyzeti energiával

A lejtő tetején lévő kislány (16.1. *a* ábra) helyzeti energiával rendelkezik, mivel a Földdel való kölcsönhatás következtében mozgásra képes, és ekkor a rá ható nehézségi erő munkát végez. Hogyan lehet meghatározni ezt a munkát, hiszen a lejtő egyenetlen, a mozgás egész ideje alatt a mozgásirány és a nehézségi erő iránya közötti szög állandóan változik.

Az összenyomott rugó (16.1. *b* ábra) szintén rendelkezik helyzeti energiával, mivel a rugó kiegyenesedése során feldobja a téglát, vagyis a rugalmassági erő munkát végez. De vajon hogyan határozható meg ez a munka, hiszen a rugó rugalmassági ereje a mozgás során fokozatosan csökken?

Ez nem is annyira bonyolult, mint amennyire első hallásra tűnik. A nehézségi és a rugalmassági erőnek is van egy csodálatos tulajdonsága: az általuk végzett munka nem függ a mozgáspálya alakjától.

Azokat az erőket, amely erők által elvégzett munka nem függ a mozgáspályától, hanem csak a test (testrendszerek) kezdeti és végső mechanikai állapotától, **konzervatív**, illetve **helyi erőknek** hívják (*conservare* – védeni, óvni latin szóból).

2 A felemelt test helyzeti energiája

Bebizonyítjuk a nehézségi erőről, hogy konzervatív erő. Ehhez meghatározzuk a nehézségi erő munkáját a test K pontból B pontba történő elmozdulása során.

1. eset. Legyen a mozgáspálya lépcsőzetes (16.2. *a* ábra): a test először h0 magasságból h magasságig esik, miközben a nehézségi erő A_1 munkát végez, majd vízszintesen mozog tovább, amikor is a nehézségi erő munkája A_2. Mivel a munka additív (összeadható) mennyiség, tehát $A = A_1 + A_2$. $A_1 = F_{neh} s_1 \cos\alpha$, ahol $F_{neh} = mg$, $s_1 = h_0 - h$, $\cos\alpha = 1$ ($\alpha = 0$), ezért $A_1 = mg(h_0 - h) = mgh_0 - mgh$; mivel a nehézségi erő merőleges az elmozdulás irányára. A következőket kapjuk:

$$A = mgh_0 - mgh\,.$$

2. eset. Mozogjon a test K pontból B pontba az egyenes lejtőn (16.2. *b* ábra). Ebben az esetben a nehézségi erő: $A = mgs\cos\alpha = mg(h_0 - h) =$ $= mgh_0 - mgh$.

Ugyanazt az eredményt kapjuk a test bármilyen mozgáspályája esetén.

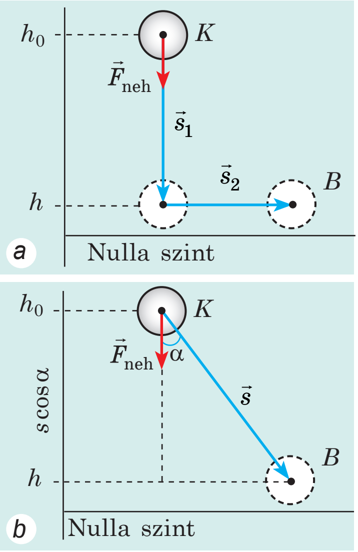
Tehát a *nehézségi erő által végzett munka nem függ a mozgáspálya alakjától, vagyis a nehézségi erő – konzervatív erő.*

Az mgh mennyiséget a felemelt test helyzeti (**potenciális**) **energiájának nevezzük**:

$$E_p = mgh$$

A felemelt test helyzeti energiája függ a magasságtól, *tehát a felemelt test helyzeti energiája a nulla szint kiválasztásától függ.* A nulla szint kiválasztásánál a célszerűségre kell törekedni. A helyiségben a padló felszínét választjuk nulla szintnek, a hegyek magasságának mérésekor pedig a világóceán szintjét.

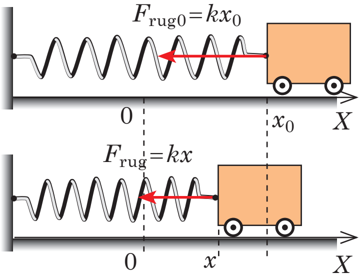
Vegyétek figyelembe! A potenciális energia változása, azaz a nehézségi erő által végzett munka nem függ a nulla szint kiválasztásától.



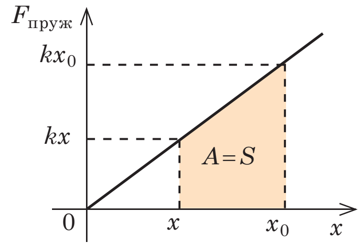
16.2. ábra. A test h_0 magasságból h magasságba történő elmozdulásakor a nehézségi erő munkáját, a mozgáspálya formájától függetlenül, az $A = mgh_0 - mgh$ képlet segítségével számítjuk ki

3 A rugalmasan deformált test helyzeti energiája

Tételezzük fel, hogy van egy rugalmasan deformált testünk, például egy széthúzott rugó. Meghatározzuk a rugalmassági erő munkáját a rugó megnyúlásának x0-ból x-be való csökkenésekor (16.3. ábra).



16.3. ábra. Az összenyomott rugó elengedésekor munkát végez (mozgásba hozza a testet), miközben a deformációja csökken



16.4. ábra. A rugalmassági erő lineárisan függ a megnyúlástól $\left(F_{rug} = kx\right)$, ezért az $F_{rug}(x)$ függvény grafikonja az egyenes egy szakasza, az erő munkája pedig számszerűleg a grafikon alatt lévő trapéz területével egyenlő

Ennek érdekében felhasználjuk a mechanikai munka mértani értelmezését (16.4. ábra):

$$A = \frac{kx_0 + kx}{2}\left(x_0 - x\right) \Rightarrow \boxed{A = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}}.$$

Láthatjuk, *hogy a rugalmassági erő munkáját a rugó kezdeti és végső helyzete határozza meg, tehát a rugalmassági erő – konzervatív erő.* A $kx^2/2$ mennyiséget a **rugalmasan deformált test helyzeti energiájának** nevezik:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

A rugalmassági erő által végzett munka (a nehézségi erőhöz hasonlóan) egyenlő a test helyzeti energiája változásának ellentétes előjellel vett értékével:

$$A = E_{p0} - E_p = -\Delta E_p$$

Az utolsó képlet a **helyzeti energia tételének** felírása a matematika nyelvén: *a testre ható konzervatív erők által végzett munka egyenlő a test helyzeti energiája változásának ellentétes előjellel vett értékével.*

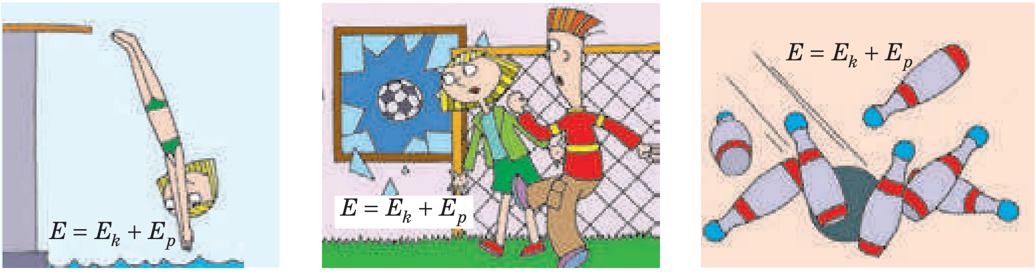
A alacsonyabb helyzeti energiával rendelkező állapot energetikailag célszerűbb; bármilyen zárt rendszer arra törekszik, hogy a legkisebb helyzeti energiával rendelkező állapotba kerüljön – ebben rejlik a **potenciális energia minimumának elve**. Valóban, az elejtett kő sohasem felfelé esik. Addig esik lefelé, ameddig el nem éri a legkisebb helyzeti energiával rendelkező állapotát. A deformálatlan rugó sohasem fog magától összenyomódni, illetve széthúzódni, viszont a deformált a deformálatlan állapotába törekszik.

4 A teljes mechanikai energia megmaradásának törvénye

A testek, illetve azok rendszere gyakran rendelkeznek egyidejűleg helyzeti és mozgási energiával is.

A rendszer helyzeti és mozgási energiáinak összegét a testrendszer **teljes mechanikai energiájának** nevezzük (16.5. ábra):

$$E = E_k + E_p$$



16.5. ábra. A testrendszer E teljes mechanikai energiája egyenlő az $\boldsymbol{E_p}$ helyzeti (a rendszert alkotó testek kölcsönös helyzete határozza meg) és $\boldsymbol{E_k}$ mozgási (a rendszert alkotó testek sebessége határozza meg) energiák összegével

Megvizsgálunk egy zárt rendszert, amelyben a testek csak *konzervatív* (nehézségi és rugalmassági) *erők* segítségével hatnak egymásra. A helyzeti energia tétele szerint az említett erők által végzett munka:. $A = E_{p0} - E_p$. Másrészt a mozgási energia tétele alapján *ugyanez a munka* a következő képlet segítségével határozható meg: $A = E_k - E_{k0}$. Egyenlővé téve az egyenletek jobb oldalait, a **teljes mechanikai energiamegmaradás törvényét** kapjuk:

Zárt rendszerben a csak konzervatív erőkkel egymásra ható testek teljes mechanikai energiája változatlan marad (megmarad):

$$\boxed{E_{p0} + E_{k0} = E_p + E_k}$$

A teljes mechanikai energiamegmaradás törvénye a *mozgási energia helyzeti energiává való átalakulását és e jelenség fordított irányban történő lezajlását tanulmányozza* (16.6. ábra). Vajon megmarad-e eközben a teljes mechanikai energia? A tapasztalat azt mutatja, hogy nem.

Arról van szó, hogy a *teljes mechanikai energia megmaradásának törvénye csakis abban az esetben érvényes, ha a rendszerben nem lép fel* súrlódás. Azonban a természetben nem létezik súrlódás nélküli mozgás. A súrlódási erő a test mozgásirányával ellentétes irányba hat, tehát mozgáskor negatív munkát végez, ennek következtében a rendszer teljes mechanikai energiája csökken:

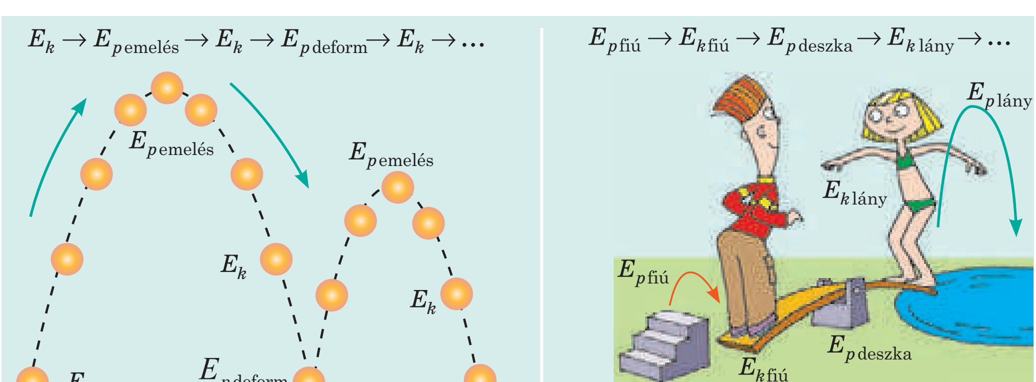
$$\boxed{A_{\text{súrl}} = E - E_0 = \Delta E},$$

ahol $A_{\text{súrl}}$ a súrlódási erő munkája; E a rendszer teljes mechanikai energiája a megfigyelés végén; E_0 a rendszer teljes mechanikai energiája a megfigyelés elején.

Energiaveszteség rugalmatlan ütközéskor is megfigyelhető.

Ez azt jelentené, hogy a súrlódás jelenléte, illetve a rugalmatlan deformáció esetén a teljes energia nyomtalanul elvész? A látszat szerint igen. Viszont a mérések azt mutatják, hogy súrlódás és rugalmatlan ütközés során is a kölcsönható testek hőmérséklete megemelkedik, azaz növekszik azok belső energiája. Tehát a mozgási energia nem vész el, csak átalakul a kölcsönható testek belső energiájává.

Az energia nem vész el és ***a semmiből sem jön létre: csak*** átalakul egyik fajtájából a másikba, átadódik egyik testtől a ***másiknak***.



16.6. ábra. A mechanikai energiák átalakulása mindenütt megfigyelhető

A mechanikai energiamegmaradás törvényének alkalmazását tartalmazó feladatok megoldásának algoritmusa

1. Olvassátok el a feladat feltételeit! Tisztázzátok, hogy zárt-e az adott rendszer, figyelmen kívül hagyható-e az ellenállási erő! Írjátok fel az adatokat!

2. Készítsetek magyarázó rajzot, amelyen feltüntetitek a nulla szintet, a testek (rendszerek) kezdeti és végső állapotát!

3. Írjátok fel a mechanikai energia megmaradásának és átalakulásának törvényét! Az adatok és az energia meghatározására szolgáló képletek segítségével konkretizáljátok a törvényt!

4. Oldjátok meg a kapott egyenletet!

5. Ellenőrizzétek le a mértékegységeket, és határozzátok meg a keresett mennyiséget!

6. Elemezzétek az eredményt, írjatok feleletet!

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Legalább mekkora sebességet kell közölni a cérnára felfüggesztett golyóval ahhoz, hogy az a függőleges síkban egy teljes fordulatot végezzen! A cérna hossza 0,5 m, a légellenállást hagyjátok figyelmen kívül.

A fizikai probléma elemzése

- Mivel a légellenállást nem vesszük figyelembe, ezért a golyó + cérna + Föld rendszert zártnak vehetjük, és alkalmazhatjuk a mechanikai munka megmaradásának törvényét.
- Nulla szintnek a golyó legalacsonyabb helyzetét választjuk.
- A mozgáspálya legmagasabb pontjában a golyó rendelkezik bizonyos sebességgel, mivel ellenkező esetben nem folytatná a mozgását, hanem függőlegesen leesne.
- A golyó sebességének meghatározására a mozgáspálya legmagasabb pontján a centripetális gyorsulás meghatározását, és Newton második törvényét alkalmazzuk.
- A golyó *minimális* sebességét kell meghatározni a lökés pillanatában, ezért érthető, hogy a mozgáspálya legmagasabb pontjában a cérna nem feszül meg, azaz a feszítőereje nulla.

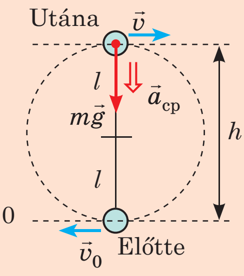
Adva:
$l = 0{,}5$ m
$g = 10$ m/s^2

v_0 — ?

Megoldás. Az ábrán megjelöljük a golyó helyzetét a mozgáspálya legmagasabb és legalacsonyabb pontjaiban; a legmagasabb pontban a golyóra ható erőket; a gyorsulás irányát. A mechanikai energia megmaradásának törvénye alapján:

$$E_{k\,0} + E_{p\,0} = E_k + E_p.$$

$$E_{k\,0} = \frac{mv_0^2}{2}, \quad E_{p\,0} = 0; \qquad\Bigg|\qquad E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad E_p = mgh = mg\cdot 2l;$$



$$\frac{mv_0^2}{2} + 0 = \frac{mv^2}{2} + 2mgl \Rightarrow v_0^2 = v^2 + 4gl \quad (1).$$

Newton második törvénye alapján: $mg = ma_{cp} \Rightarrow g = a_{cp}$.

Mivel $a_{cp} = \dfrac{v^2}{r}$, $r = l$, ezért: $\dfrac{v^2}{l} = g$, azaz $v^2 = lg$ (2).

Behelyettesítjük a (2) kifejezést az (1) kifejezésbe: $v_0^2 = gl + 4gl = 5gl$. Innen, $v_0 = \sqrt{5gl}$.
Leellenőrizzük a mértékegységeket, és kiszámítjuk a keresett mennyiséget:

$$[v_0] = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\text{m}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad v_0 = \sqrt{5\cdot 10\cdot 0{,}5} = \sqrt{25} = 5 \ \ (\text{m/s}).$$

Felelet: $v_0 = 5$ m/s.

Összegzés

- Az E mechanikai energia a test (testrendszer) munkavégző képességét jellemző fizikai mennyiség. A rendszer teljes mechanikai energiáját a rendszert alkotó testek mozgásának kinetikus és kölcsönhatásuk potenciális energiája alkotja: $E = E_k + E_p$.
- E_p helyzeti energiának nevezzük a test más testekkel történő kölcsönhatásából, illetve az adott test egyes részei kölcsönhatásából eredő energiát. A felemelt test helyzeti energiája az $E_p = mgh$ képlettel határozható meg. A rugalmasan deformált test helyzeti energiájának képlete: $E_p = kx^2/2$.
- A rugalmassági és nehézségi erő – konzervatív (potenciális) erők: munkavégzésük nem függ a mozgáspálya alakjától, és egyenlő a test helyzeti energiaváltozásának ellentétes előjellel vett értékével: $A = E_{p0} - E_p = -\Delta E_p$.
- Zárt rendszerben a csak konzervatív erőkkel egymásra ható testek teljes mechanikai energiája változatlan marad (megmarad): $E_{p0} + E_{k0} = E_p + E_k$.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk mechanikai energiának? Helyzeti energiának? **2.** Bizonyítsátok be, hogy a nehézségi erő által végzett munka nem függ a mozgáspálya alakjától! **3.** Milyen képlet segítségével számítható ki a rugalmasan deformált test helyzeti energiája? **4.** Miben rejlik a potenciális energia minimumának elve? Mondjatok példákat annak bizonyítására. **5.** Milyen feltételek mellett teljesül a teljes mechanikai energia megmaradásának törvénye? **6.** Mondjatok példákat olyan esetekre, amikor a teljes mechanikai energia nem marad meg! Mit mondhatunk a rendszer teljes energiájáról?

16. gyakorlat

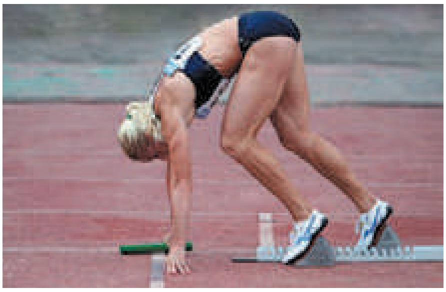
1. A munkás a 15 kg tömegű habarccsal teli vödröt 6 m magasságba cipelte, majd visszavitte eredeti helyére. Végzett-e eközben munkát a nehézségi erő? Ha igen, számítsátok ki annak értékét!
2. Bizonyítsátok be, hogy amikor a test zárt mozgáspályán mozog, a konzervatív erők munkája nulla!
3. Az 1 kg tömegű test 20 J nagyságú helyzeti energiával rendelkezik. Mekkora magasságban van a test a Föld fölött, ha a helyzeti energia nulla szintje a Föld felszínén található pont?
4. Rugós pisztolyból függőlegesen kilőttek egy golyót. Milyen energiaátalakulás megy végbe eközben?
5. Az előzőleg nyugalomban lévő kődarab 20 m magasból esni kezd. Mekkora magasságban lesz a kő sebessége 10 m/s? Mekkora sebességgel ér földet? A légellenállást hagyjátok figyelmen kívül!
6. A 4 cm-re vízszintesen összenyomott rugóhoz egy 400 g tömegű kiskocsit rögzítettek. Határozzátok meg a kiskocsi maximális sebességét a rugó elengedése után, ha a rugó merevsége 250 N/m! Az energiaveszteséget ne vegyétek figyelembe!
7. A 9 km/h-val haladó kerékpáros hirtelen lefékez. Mekkora munkát végez eközben a súrlódási erő? Hová tűnik a kerékpáros mechanikai energiája? Határozzátok meg a jármű féktávolságát, ha a súrlódási erő középértéke 400 N! A kerékpáros és a kerékpár össztömege 80 kg.
8. Létezik a természetnek egy nagyon veszélyes jelensége – a sárlavina. Miért érhetnek el eközben a nehéz szikladarabok óriási sebességet? Kiegészítő információforrások segítségével tudjatok meg többet a sárlavináról!

17. §. A TEST IMPULZUSA. REAKTÍV MOZGÁS. RUGALMAS ÉS RUGALMATLAN ÜTKÖZÉS

Bizonyára sokaknak ismerős az úgynevezett *Newton bölcsője* játék, ami egy állványon vékony damilra felfüggesztett néhány golyóból áll. Ha az első golyót kitérítjük, majd elengedjük, az ütközés után az utolsó golyó mozgásba lendül, és nagyjából ugyanakkora távolságra lendül ki, mint amekkorára az első golyót mozdítottuk el. Visszaérkezve és ütközve a többi golyóval, ismét az első fog kilendülni. A folyamat ismétlődik, miközben a középen lévő golyók mozdulatlanok maradnak. Ezt a jelenséget az energia és impulzusmegmaradás törvénye felhasználásával tudjuk megmagyarázni.

1 A test impulzusa (lendülete). Az impulzusmegmaradás törvénye

A 16.§-ban felidéztétek a mechanikai energia megmaradásának a törvényét. Ebben a paragrafusban még egy olyan fizikai mennyiségről tanultok, amelyre jellemző a megmaradás törvénye. Ez a mennyiség a *test impulzusa* vagy *lendülete.*



17.1. ábra. Minél nagyobb erő hat a testre és minél tovább tart a hatása, annál nagyobb mértékben változik a test impulzusa

A test $\vec{p}$ impulzusa olyan fizikai vektormennyiség, amely a test tömegének és $\vec{v}$ sebességének a szorzatával egyenlő:

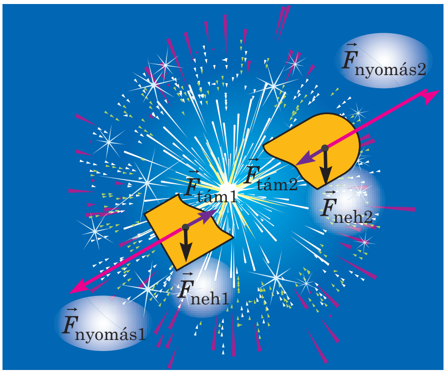
$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Az impulzus mértékegysége az SI rendszerben a **kilogramm-méter per másodperc** $[p] = 1\,\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Felírjuk *Newton második törvényének impulzus által kifejezett alakját:* $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t} = \frac{\vec{F}}{m}$, tehát:

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0, \text{ vagy } \vec{F}t = \vec{p} - \vec{p}_0.$$

Az $\vec{F}t$ mennyiséget erőimpulzusnak nevezik. Tehát *az erőimpulzus egyenlő a test impulzusváltozásával:* $\vec{F}t = \Delta\vec{p}$ (lásd a 17.1. ábrát).



17.2. ábra. A tűzijáték lövedékének felrobbanásakor a rendszer testeinek összimpulzusa megmarad, mivel a robbanás pillanatában a külső erők (nehézségi és támasztási erő) mértéke elhanyagolható a lőporgázok nyomóerejével szemben

? Hogyan változik az impulzusotok, ha futóversenyen a start után 8 m/s sebességre gyorsultok fel? Határozzátok meg annak az erőnek a középértékét, amellyel elrugaszkodtok a talajtól, ha a gyorsulásotok 2 s-ig tart!

Zárt rendszerben – olyan rendszerben, amelyben a testek kölcsönhatásban vannak, külső erők nem hatnak rá, illetve hatásuk jelentéktelen (lásd például a 17.1. ábrát), a *testek impulzusainak összege állandó*, vagyis teljesül az **impulzusmegmaradás törvénye**:

Zárt rendszerben a testek impulzusainak geometriai összege kölcsönhatás előtt megegyezik a testek kölcsönhatás utáni impulzusainak geometriai összegével:

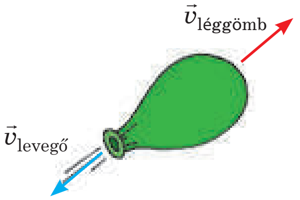
$$\vec{p}_{01}+\vec{p}_{02}+\ldots+\vec{p}_{0n}=\vec{p}_1+\vec{p}_2+\ldots+\vec{p}_n\ ,$$

ahol n a rendszert alkotó testek száma.

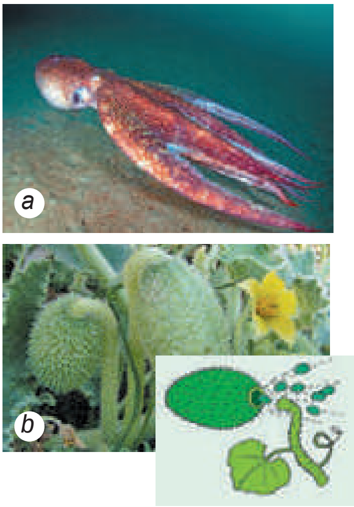
Figyelembe véve, hogy a test impulzusa a test m tömegének és $\vec{v}$ sebességének a szorzatával egyenlő, az impulzusmegmaradás törvénye a következő alakban írható fel:

$$m_1\vec{v}_{01}+m_2\vec{v}_{02}+\ldots+m_n\vec{v}_{0n}=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+\ldots+m_n\vec{v}_n$$

Az impulzusmegmaradás törvényével állandóan találkozunk a természetben, technikában, otthonunkban stb. Megvizsgáljuk a törvény alkalmazásának két példáját: a *reaktív mozgást* és a *testek ütközését*.



17.3. ábra. Léggömb reaktív mozgása



17.4. ábra. A tengerek és óceánok számos lakója mozog reaktív mozgásnak köszönhetően (*a*); a magrúgó (lövőuborka) 12 m távolságra is képes kilőni magvait (*b*)

2 Mitől rugaszkodnak el a rakéták?

Idézzétek fel a lufival végzett kísérletet, ami a nyílásán kiáramló levegőnek köszönhetően mozog (17.3. ábra). Ez az úgynevezett *reaktív mozgás* példája.

A **reaktív mozgás** olyan mozgás, amely akkor jön létre, amikor a test egy része bizonyos sebességgel elhagyja a testet.

A reaktív mozgás a természetben is megfigyelhető (17.4. ábra); széles körben alkalmazzák a technikában: a legegyszerűbb locsolórendszerek, sugárhajtású gépkocsik, turbómotoros hajók, sugárhajtású repülőgépek, és természetesen a rakéták, mivel a reaktív mozgás az egyetlen módja a légüres térben történő helyváltoztatásnak.

A **rakéta** olyan repülő eszköz, amely a térben a saját tömege egy részének leválása során keletkezett reaktív (visszaható) erő segítségével végez mozgást.

A rakéta leváló része (munkaközeg) az a kiáramló forró gázsugár, mely az üzemanyag elégésekor keletkezik. Mikor a gázsugár óriási sebességgel elhagyja a testet, a rakéta jelentős impulzust kap, mely a kiáramló gázsugárral ellentétes irányban hat.

Amennyiben az üzemanyag egy pillanat alatt elégne, a felforrósodott gáz pedig egyszerre hagyná el a rakétát, akkor az impulzusmegmaradás törvénye a „rakétatest – forró gáz” rendszer esetében a következőképpen nézne ki: $0=m_{\text{r}}\vec{v}_{\text{r}}+m_{\text{gáz}}\vec{v}_{\text{gáz}}$ (mivel a start előtte rendszer impulzusa nulla), tehát a rakéta a következő sebességgel rendelkezne: $\vec{v}_{\text{r}}=-\dfrac{m_{\text{gáz}}\vec{v}_{\text{gáz}}}{m_{\text{r}}}$.

2018. április 13-án volt 25 éve, hogy fellőtték az első ukrán rakétahordozót, a *Pivdenne* tervezői iroda és a dnyiprói *Pivdenmas* gyár által közösen létrehozott *Zenit*et. Jelenleg a *Zenit*-3*SL* háromlépcsős rakétahordozó a maga osztályában a világ legfejlettebb és legerősebb repülő szerkezete. Az ökológiailag tiszta (üzemanyaga oxigén és kerozin), olcsó és megbízható. A *Zenit* bármilyen meteorológiai viszonyok között fellőhető, 13 t tömegű műholdat képes földkörüli pályára állítani.
Elon Musk feltaláló és üzletember, a SpaceX vállalat alapítója újságírók kérdésére kedvenc rakétájának a sajátja után a *Zenit*et nevezte meg.

Sajnos az üzemanyag fokozatosan ég el, ezért a gáz egy részét a rakétának tovább kell szállítania; a „rakétatest – forró gáz” rendszer nem tekinthető zártnak (a rakéta sebességének növekedésével jelentősen növekszik a légellenállás). A számítások azt mutatják, hogy ebben az esetben az első kozmikus sebesség eléréséhez (8 km/s) az üzemanyag tömege 200-szorosan haladja meg a rakétatest tömegét. Földkörüli pályára nemcsak a rakétatestet kell állítani, hanem a felszerelést, űrhajósokat, víz- és oxigéntartalékot stb. Ezért dolgozták ki a *többlépcsős rakéta* elvét. Az ilyen rakéta mindegyik fokozata saját üzemanyag tartalékkal és sugárhajtóművel rendelkezik, amelyik addig hajtja a rakétát, ameddig ki nem fogy az üzemanyag. A kiürült üzemanyagtartály (fokozat) leválik a rakéta testéről, csökkenti annak tömegét és pótlólagos impulzust közvetít neki.

A többlépcsős rakéták segítségével tette meg az emberiség az első lépéseket a világűrben: 1957. október 4-én szovjet tudósok földkörüli pályára állították az *első műholdat*, majd 1961. április 12-én – a *Vosztok* űrhajót, *Jurij Gagarinnal*, a világ első űrhajósával a fedélzetén; 1969. július 21-én *Neil Armstrong* és *Edwin Aldrinn amerikai űrhajósok voltak az elsők, akik egy idegen égitestre, a Holdra tették a lábukat.*

60 év telt el és már nem tudjuk elképzelni az életünket a világűr nélkül. Műholdas műsorszórás, műholdas telefonkapcsolat, GPS-rendszerek és műholdas internet, megbízható időjárás előrejelzés és műholdas térképek. Megalkották a többször használatos űrrepülőket, kozmikus berendezéseket telepítettek a Vénuszra, Marsra és a Naprendszer egyéb bolygóira.

3 Rugalmas és rugalmatlan ütközés

Az ütközés a testek rövid ideig tartó kölcsönhatása, amelynek során közvetlenül érintkeznek egymással.

Az egymással ütköző rendszerekben általában nagy (a külső erőkhöz viszonyítva) belső erők jönnek létre, ezért ütközés során a testek rendszere zártnak tekinthető és ütközéskor érvényes az *impulzusmegmaradás törvénye*. Viszont a teljes mechanikai energia nem mindig marad meg. A test helyzeti energiája közvetlenül az ütközés előtt és rögtön utána az esetek többségében azonos, ezért a továbbiakban csak a mozgási energiát vizsgáljuk.

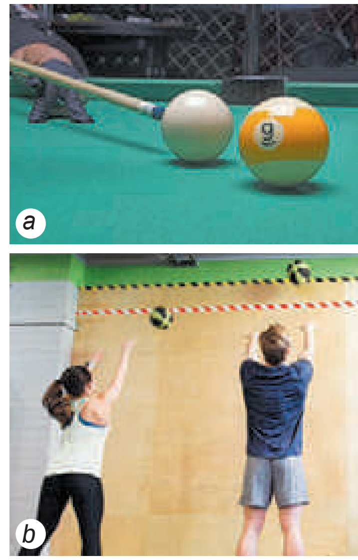
Ha ütközés után a testek teljes mozgási energiája megmarad, akkor ezt az ütközést **rugalmasnak** *nevezzük* (17.5. ábra).

Ha ütközés után a mozgási energia egy része belső energiává alakul át (a testek deformációjára és felmelegedésére használódik el), *akkor ez az ütközés* **rugalmatlan**.

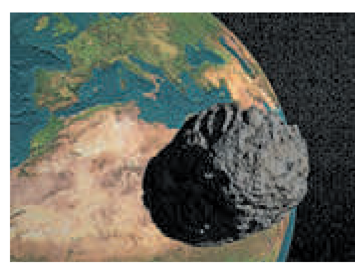
Azt a rugalmatlan ütközést, amely után a testek együtt maradva mozognak tovább, **tökéletesen rugalmatlan ütközésnek** nevezzük (17.6. ábra).

Ha a testek sebességvektora (rugalmas vagy rugalmatlan) ütközés előtt és után a testek tömegközéppontján áthaladó egyenes mentén irányul, az ilyen ütközést **centrálisnak** nevezzük.

A tökéletesen rugalmatlan és rugalmas centrális ütközéseket feladatok megoldása közben vizsgáljuk meg.



17.5. ábra. A billiárdgolyók ütközése (*a*) és a betonfalba dobott labda (*b*) rugalmas ütközésnek tekinthető



17.6. ábra Földünk meteorittal való ütközése tökéletesen rugalmatlan ütközés

4 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

1. feladat. Két darab, 300 és 200 g tömegű, 4 és 2 m/s sebességgel mozgó golyó tökéletesen rugalmatlanul centrálisan ütközik egymással. Határozzátok meg, hogy a golyók mozgási energiájából mennyi alakult át belső energiává, ha: 1) a golyók egymással szemben mozogtak; 2) a golyók egymást követve mozogtak!

Adva:
$m_1 = 0{,}3$ kg
$m_2 = 0{,}2$ kg
$v_{01} = 4$ m/s
$v_{02} = 2$ m/s

$E_{k0} - E_k$ — ?
$E_{k0} - E'_k$ — ?

A fizikai probléma elemzése. Az ütközés tökéletesen rugalmatlan, ezért: 1) ütközés után a golyók egy egészként (együtt maradva) mozognak tovább; 2) a rendszer összimpulzusa megmarad; 3) a rendszer mozgási energiája csökken (az energia egy része belső energiává alakul).

Megoldás

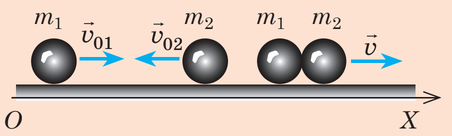
Meghatározzuk a golyók alkotta rendszer ütközés előtti teljes mozgási energiáját:

$$E_{k0} = E_{k01} + E_{k02} = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}; \quad E_{k0} = \frac{0{,}3 \cdot 16}{2} + \frac{0{,}2 \cdot 4}{2} = 2{,}8 \text{ (J)}.$$

Magyarázó rajzot készítünk; az OX tengelyt a golyók mozgásiránya mentén irányítjuk:

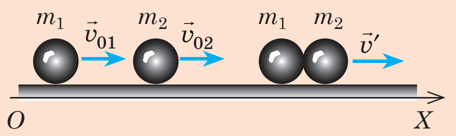
Egymással szembeni mozgás

Ütközés előtt *Ütközés után*



Egymás utáni mozgás

Ütközés előtt *Ütközés után*



Felírjuk az impulzusmegmaradás törvényét vektoros alakban és az OX tengelyre leképezett vetületekkel:

$$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = (m_1 + m_2)\vec{v};$$
$$m_1 v_{01} - m_2 v_{02} = (m_1 + m_2)v.$$

$$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = (m_1 + m_2)\vec{v}';$$
$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = (m_1 + m_2)v'.$$

Meghatározzuk a golyók sebességét az ütközés után:

$$v = \frac{m_1 v_{01} - m_2 v_{02}}{m_1 + m_2};$$
$$v = \frac{0,3 \cdot 4 - 0,2 \cdot 2}{0,3 + 0,2} = \mathbf{1,6} \text{ m/s}.$$

$$v' = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2};$$
$$v' = \frac{0,3 \cdot 4 + 0,2 \cdot 2}{0,3 + 0,2} = \mathbf{3,2} \text{ m/s}.$$

Meghatározzuk a golyók alkotta rendszer teljes mozgási energiáját az ütközés után:

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2};$$
$$E_k = \frac{0,5 \cdot 1,6^2}{2} = \mathbf{0,64} \text{ (J)}.$$

$$E_k' = \frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2};$$
$$E_k' = \frac{0,5 \cdot 3,2^2}{2} = \mathbf{2,56} \text{ (J)}.$$

Meghatározzuk a mozgási energia csökkenését:

$E_{k0} - E_k = 2,8$ J – 0,64 J = 2,16 J.

$E_{k0} - E_k' = 2,8$ J – 2,56 J = 0,24 J.

Felelet: 1) 2,16 J; 2) 0,24 J.

Az eredmény elemzése. Láthatjuk, hogy a golyók frontális ütközése esetén a mechanikai energia nagy része belső energiává alakult át.

? Gondolkozzatok el, hogyan érintik a kapott eredmények a közutakon történő baleseteket.

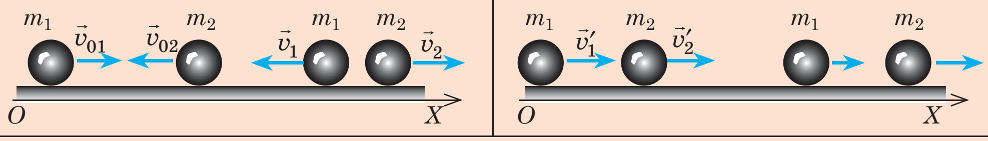
2. feladat. Két azonos tömegű, 4 és 2 m/s sebességgel mozgó golyó centrálisan, rugalmasan ütközik. Határozzátok meg a golyók sebességét az ütközés után, ha: 1) a golyók egymással szemben mozogtak; 2) a golyók egymást követve mozogtak!

Adva:
$m_1 = m_2 = m$
$v_{01} = 4$ m/s
$v_{02} = 2$ m/s

v_1 — ?
v_2 — ?

A fizikai probléma elemzése. Az ütközés rugalmas, ezért: 1) ütközés után a golyók különböző sebességgel mozognak; 2) a rendszer teljes impulzusa megmarad, mivel a golyókra ható külső erők kiegyenlítődnek; 3) a rendszer mozgási energiája változatlan marad. A feladat megoldásához felhasználjuk az impulzusmegmaradás és a mechanikai energia megmaradásának törvényeit.
Magyarázó rajzot készítünk, és az OX tengelyt a golyók mozgásának irányába helyezzük.

Egymással szembeni mozgás	**Egymás utáni mozgás**
Ütközés előtt *Ütközés után*	*Ütközés előtt* *Ütközés után*



Felírjuk az impulzusmegmaradás törvényét az OX tengelyre leképezett vetületekkel és a kinetikus energia megmaradásának törvényét

$m_1v_{01} - m_2v_{02} = -m_1v_1 + m_2v_2$; $\frac{m_1v_{01}^2}{2} + \frac{m_2v_{02}^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$.	$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1' + m_2v_2'$; $\frac{m_1v_{01}^2}{2} + \frac{m_2v_{02}^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}$.

Figyelembe véve, hogy $m_1 = m_2 = m$, és a leegyszerűsítés után a következő egyenletrendszert kapjuk:

$\begin{cases} v_{01} - v_{02} = -v_1 + v_2, \\ v_{01}^2 + v_{02}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$	$\begin{cases} v_{01} + v_{02} = v_1' + v_2', \\ v_{01}^2 + v_{02}^2 = v_1'^2 + v_2'^2. \end{cases}$

Egyszerű átalakítások után:

$\begin{cases} v_{01} + v_1 = v_2 + v_{02}, \\ v_{01}^2 - v_1^2 = v_2^2 - v_{02}^2. \end{cases}$	$\begin{cases} v_{01} - v_1' = v_2' - v_{02}, \\ v_{01}^2 - v_1'^2 = v_2'^2 - v_{02}^2. \end{cases}$

A rendszer második egyenletét elosztjuk az első egyenlettel és még egyszerűbb rendszert kapunk:

$\begin{cases} v_{01} + v_1 = v_2 + v_{02}, \\ v_{01} - v_1 = v_2 - v_{02}. \end{cases}$	$\begin{cases} v_{01} - v_1' = v_2' - v_{02}, \\ v_{01} + v_1' = v_2' + v_{02}. \end{cases}$

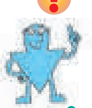
Összeadás módszerével megoldjuk a kapott egyenletrendszert, és meghatározzuk a golyók sebességét az ütközés után:

$v_2 = v_{01}$; $v_1 = v_{02}$.	$v_2' = v_{01}$; $v_1' = v_{02}$.

Felelet: mindkét esetben $v_1 = v_{02} = 2$ м/с; $v_2 = v_{01} = 4$ m/s.

Láthatjuk, *hogy centrális rugalmas ütközés esetén az azonos tömegű testek felcserélik sebességüket.*

Reméljük, most már értitek, miért működik a *Newton bölcsője.*



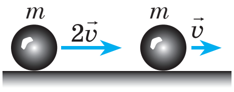
Összegzés

- A test $\vec{p}$ impulzusa olyan fizikai vektormennyiség, amely a test m tömegének és $\vec{v}$ sebességének a szorzatával egyenlő: $\vec{p} = m\vec{v}$. A test impulzusváltozása az erőimpulzussal egyenlő: $\Delta\vec{p} = \vec{F}t$.
- A testek rendszere zártnak tekinthető, ha a rendszerre ható külső erők kiegyenlítettek, vagy elhanyagolhatók a belső erőkhöz képest. Zárt rendszerben teljesül az impulzusmegmaradás törvénye: a testek impulzusainak geometriai összege kölcsönhatás előtt megegyezik a testek kölcsönhatás utáni impulzusainak geometriai összegével: $m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} + \ldots + m_n\vec{v}_{0n} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n$.
- A reaktív mozgás olyan mozgás, amely akkor jön létre, amikor a test egy része bizonyos sebességgel elhagyja a testet; ez a légüres térben való helyváltoztatás egyetlen módja.

Ellenőrző kérdések

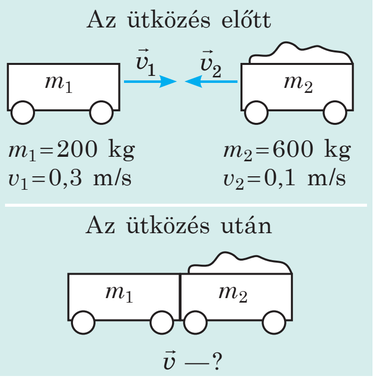
1. Jellemezzétek a test impulzusát, mint fizikai mennyiséget! **2.** Fogalmazzátok meg Newton második törvényét úgy, hogy az impulzus szerepeljen benne! **3.** Fogalmazzátok meg, és írjátok le az impulzusmegmaradás törvényét! **4.** Milyen mozgást neveznek reaktívnak? Mondjatok példákat! **5.** Miért használnak többlépcsős rakétákat az űrhajók földkörüli pályára állításához? **6.** Milyen ütközést neveznek rugalmatlannak? Tökéletesen rugalmatlannak? Rugalmasnak? Centrálisnak? Soroljatok fel példákat! **7.** Mi az eredménye két azonos tömegű test centrális rugalmas ütközésének?

17. gyakorlat

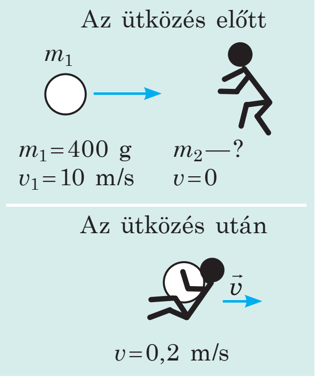


1. ábra

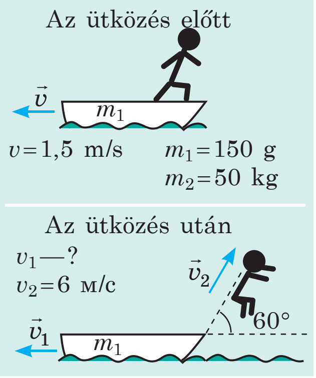
1. Két golyó azonos irányban mozog (1. ábra). Hogyan változik a golyók alkotta rendszer impulzusa az ütközés után? A feleletet magyarázzátok meg!
2. A 2–4. ábrákon három feladat feltételei láthatók. Oldjátok meg a feladatokat az impulzusmegmaradás törvénye segítségével!



2. ábra



3. ábra



4. ábra

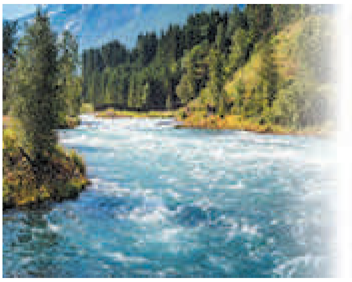
3. Mennyi a golyó tömege, ha egy 1 kg tömegű mozdulatlan golyóval történt centrális rugalmas ütközés után a sebessége 4-ről 2 m/s-ra csökkent? Vizsgáljatok meg mindkét lehetséges esetet!
4. Határozzátok meg, melyik sportoló közöl nagyobb impulzust a sportszerével: a súlylökő a súllyal; a tekéző a tekegolyóval; a golfjátékos a golflabdával! A sportszerek szükséges tömeg- és sebességadatait kiegészítő információforrásokból keressétek ki!

Kísérleti feladat

1. Vegyetek két azonos pénzérmét! Az egyiket helyezzétek egy papírlapra és ceruzával rajzoljátok körbe! A másik érmét úgy pöcköljétek hozzá, hogy az ütközés ne centrális legyen! Rajzoljátok fel az érmék mozgáspályáját, majd mérjétek meg a mozgásirányuk közötti szöget! Végezzétek el a kísérletet különböző sebességekkel! Magyarázzátok meg a kapott eredményeket!
2. Vegyetek két különböző méretű rugalmas labdát, majd a nagyobbikat helyezzétek a kisebbik labdára (5. ábra), és tartsátok azokat szilárd felület felé, majd eresszétek el! Cseréljétek meg a labdák helyét, és végezzétek el újra a kísérletet! Magyarázzátok meg a tapasztalt jelenségeket!

5. ábra

18. §. FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK MOZGÁSA. A SZÁRNY FELHAJTÓEREJE



Vajon megkísérelheti-e átúszni a hegyi folyót egy kezdő úszó? Úgy tűnik, miért ne, főleg, ha nem széles folyóról van szó. Mégse ajánljuk, mert nagyon veszélyes! A probléma nem a folyó szélességéből adódik, hanem abból, hogy a hegyi folyók egyes részein gyors folyású zúgók alakulnak ki, amelyekből nagyon nehéz kiúszni. Magával ragadja és nem „ereszti" el az úszót.

Ebből a paragrafusból megtudhatjátok, mi a kapcsolat a folyó folyása és a repülőgép szárnyának felhajtóereje között.

1 Hol mozog gyorsabban a folyadék?

Veszünk egy különböző keresztmetszettel és dugattyúval rendelkező, vízszintes csövet (például egy tű nélküli fecskendőt), és elvégezzük a következő kísérletet. Megtöltjük vízzel a csövet és valamilyen állandó sebességgel elmozdítjuk a dugattyút (18.1. ábra). Azt tapasztaljuk, hogy a cső vékonyabbik részében a víz sebessége nagyobb, mint a szélesebb részen. A kísérlet eredményét előre meg is jósolhattuk volna.

Megvizsgáljuk egy *ideálisan összenyomhatatlan folyadék stacionárius* áramlását, vagyis olyan áramlást, amelynek sebessége a folyadék minden pontjában állandó, a súrlódási erők pedig elhanyagolhatóan kicsik (18.2. ábra). Legyen v_1 a víz sebessége a cső S_1 keresztmetszetű szélesebbik részében, v_2 pedig a víz sebessége a cső S_2. keresztmetszetű keskenyebbik részében. Meghatározott t idő alatt az említett keresztmetszeteken azonos térfogatú vízmennyiség áramlik át, amelyek a következő képletekkel határozhatók meg

$$V_1 = S_1 \cdot l_1 = S_1 \cdot v_1 t\ ;\ V_2 = S_2 \cdot l_2 = S_2 \cdot v_2 t\,,$$

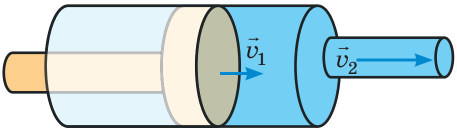
ahol l_1, l_2 a folyadék által t idő alatt megtett távolság.

Mivel $V_1 = V_2$, ezért $S_1 v_1 t = S_2 v_2 t$. Miután t-vel egyszerűsítünk, **a sugár folytonosságának képletét (kontinuitási egyenlet)** kapjuk::

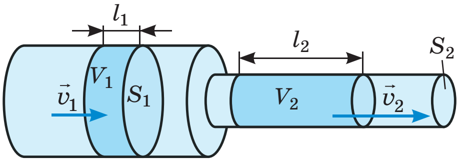
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Tehát a gyakorlati és elméleti kísérletek is bizonyítják: *minél kisebb a keresztmetszet, annál nagyobb a folyadék sebessége.*

Hasonló jelenség figyelhető meg a folyókon: szélesebb és mélyebb részeken az áramlat lassúbb, a folyó keskeny részein pedig jelentősen felgyorsul.



18.1. ábra. Minél kisebb a keresztmetszet területe, annál nagyobb a folyadék sebessége: $v_2 > v_1$



18.2. ábra. Ha a folyadék összenyomhatatlan, az áramlás pedig stacionárius, akkor az S_1 és S_2 keresztmetszeteken t idő alatt átfolyó folyadék V_1 és V_2 térfogata azonos: $V_1 = V_2$

2 Hogyan függ a folyadék belsejében létrejövő nyomás a folyadék sebességétől?

Visszatérünk a 18.2. ábrához. Az áramlás sebessége a cső széles részéből a keskenybe történő átmenet helyén megnövekszik, vagyis a folyadék *felgyorsul*. A gyorsulás megléte arról tanúskodik, hogy az átmenet során a folyadékot erőhatás éri. Mivel a cső vízszintesen fekszik, ezért a gyorsulást elősegítő erő nem jöhet létre a nehézségi erő hatásának következtében. Ez az erő a nyomáskülönbségek eredményeként jön létre, vagyis *a folyadék nyomása a cső szélesebbik felében (ahol lassúbb az áramlás) nagyobb, mint a keskenyebbik részben (ahol az áramlás gyorsabb).*

Ezt a következtetést elsőként Daniel Bernoulli (1700–1782) svájci fizikus és matematikus fogalmazta meg és felállította a stacionárius folyadékáramlásokra vonatkozó **Bernoulli törvényt**:

A folyadékok stacionárius áramlása során a folyadék nyomása ott kisebb, ahol az áramlás nagyobb, és ellenkezőleg, a folyadék nyomása ott a nagyobb, ahol az áramlás kisebb.

? Bernoulli törvényének segítségével magyarázzátok meg, miért nehezebb átúszni a folyók gyorsfolyású szakaszait!

Bernoulli törvénye a mechanikai energiamegmaradás törvényének következménye: az anyag részecskéi közötti rugalmas kölcsönhatás helyzeti energiája csökkenésének köszönhetően a folyadék mozgási energiát vesz fel (megnövekszik a sebessége) (és fordítva). Ha a folyadék áramlása nem vízszintes, akkor a mozgási energia változását a folyadék helyzeti energiájának a nehézségi erő hatására történő változása is befolyásolja.

3 Miért repülnek a repülőgépek?

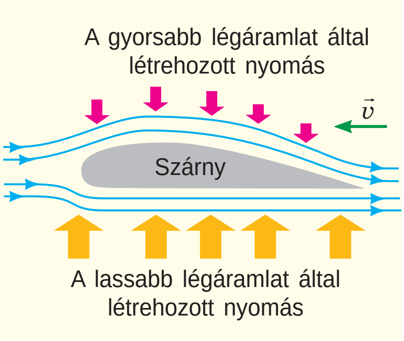
Repülőgépen ülve, vagy a földről megfigyelve bizonyára mindannyian elgondolkodtatok azon, hogy miért képes egy ekkora gép a levegőbe emelkedni, és milyen erő tartja odafenn. Egyesek azt mondhatják, hogy ez az archimédeszi erő (de ez nem igaz, hiszen a mozdulatlan repülőgép nem emelkedik fel). Mások feltételezik, hogy a gép reaktív hajtóművének tolóereje tartja azt a levegőben (ez sem igaz, mert ez az erő kizárólag a gépet gyorsítja fel és fenntartja a sebességét). A repülőgép a *felhajtóerőt* generáló nyomóerő segítségével marad a levegőben.

A felhajtóerő létrejötte Bernoulli törvényével magyarázható, mivel meghatározott feltételek mellett a légáramlásra stacionárius folyadékáramlásként tekinthetünk. Repülés közben a gépszárnyakra állandó légáramlás hat, a repülőgép szárnya két részre választja a levegő áramlását: az egyik rész a szárny felső, a másik a szárny alsó felén halad. A szárnyak többségének olyan a kialakítása, hogy a felső (domború) részét megkerülő légáram ugyanakkora idő alatt nagyobb távolságot tesz meg (nagyobb a sebessége), mint az alsó részt érintő légáram (18.3. ábra). Bernoulli törvénye alapján a nagyobb sebességű áramlatban kisebb a nyomás. Tehát *a szárny felső részére ható nyomóerő kisebb az alsó részre ható nyomóerőnél.*

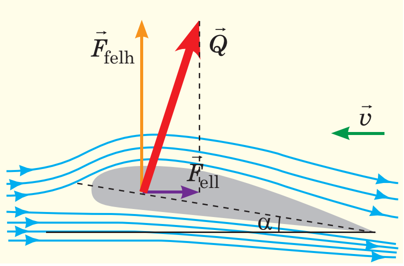
Viszont a felhajtóerő létrejöttének legfőbb oka a támadási szög, ami a repülőgép szárnyai és a légáramlás által bezárt α szög (18.4. ábra). Ebben az esetben a felhajtóerő a szárny feletti nyomás csökkenése és a szárny alatti nyomás növekedése hatására jön létre. A támadási szögnek köszönhetően a szimmetrikus szárnyakkal rendelkező repülőgépek is a levegőbe emelkedhetnek.

A nyomások különbségét *teljes aerodinamikai erőnek* nevezik (18.4. ábra).

Jegyezzétek meg! Ha a légáramlás repülőgéphez viszonyított sebessége megközelíti vagy meghaladja a hangsebességet (340 m/s), akkor nem hagyható figyelmen kívül a levegő összenyomhatósága. Érthető, hogy felhajtóerő is létrejön (egyébként a repülőgépek nem repülnének hangsebességgel), viszont a légáramlat másként viselkedik.



18.3. ábra. A repülőgép szárnya általában *aerodinamikus formájú*: alsó része majdnem lapos, a felső pedig domború. A kék nyilak a légáramlást, a zöldek pedig a gép repülési irányát mutatják



18.4. ábra. Az α támadási szög és a $\vec{Q}$ teljes aerodinamikai erő. A $\vec{Q}$ erő függőleges összetevője az $\vec{F}_{felh}$ felhajtóerő, vízszintes összetevője pedig az $\vec{F}_{ell}$ ellenállási erő

Összegzés

- Stacionárius folyadék vagy gázáramlás esetén teljesül Bernoulli törvénye: a folyadék (gáz) nyomása ott nagyobb, ahol kisebb az áramlás sebessége (és fordítva).
- Bernoulli törvényén alapszik a repülőgépek szárnyaira ható felhajtóerő, a szárny aerodinamikai formájának és dőlésszögének köszönhetően a levegő a szárny felső részén gyorsabban áramlik, ezért a szárny felett kisebb nyomás alakul ki, mint a szárny alatt.

Ellenőrző kérdések

1. Bizonyítsátok be, hogy az áramlás sebessége a cső vékonyabb részében a nagyobb! **2.** Newton második törvénye alapján bizonyítsátok be, hogy a mozgó folyadék nyomása a cső vastagabb részében nagyobb, mint a vékonyabb részében. **3.** Magyarázzátok el Bernoulli törvényét a mechanikai energia megmaradásának törvénye alapján! **4.** Minek köszönhetően jön létre a repülőgép szárnyaira ható felhajtóerő?

18. gyakorlat

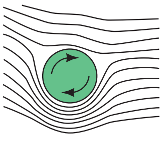
1. Miért vonzódik egymáshoz az egymás mellett nagy sebességgel elhaladó két hajó?

2. Miért szakítja le néha az orkán erejű szél a házak tetejét?

3. Magyarázzátok el a festékszóró működési elvét (1. ábra).

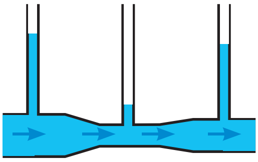
4. Miért tér le a megcsavart labda a mozgáspályájáról (2. ábra)? Egyébként ezt a jelenséget *Magnus-effektusnak* nevezik.

1. ábra



2. ábra

5. Már tudjátok, hogy a mozdulatlan homogén folyadék a közlekedőedény száraiban azonos szinten áll. Miért eltérő a folyadékszint a közlekedő edényben mozgó folyadék esetében (3. ábra)?
6. Elemezzétek a 18. §. végén található, *Fizika a számok nyelvén* című rubrikában lévő információt, és kiegészítő forrásanyagok felhasználásával keressetek ti is hasonló példákat!



3. ábra

Kísérleti feladat

1. Vegyetek egy papírlapot és fújjatok rá a 4. ábrán látható módon! Magyarázzátok meg a megfigyelt jelenséget!
2. Vegyetek egy hajszárítót és egy pingponglabdát! Kapcsoljátok be a hajszárítót és a légáramlatot irányítsátok függőlegesen felfelé, majd helyezzétek rá a labdát! A labda nem esik le, hanem az áramlat közepén fog inogni. Ha a hajszárítót megdöntitek, a labda akkor sem esik le, hanem a légáram beszippantja. Magyarázzátok meg ezt a jelenséget!

Рис. 4

Fizika a számok tükrében

A repülőgépek szárnyainak formája és mérete a gépek rendeltetésétől függ: minél hosszabb a szárny, annál stabilabb a gép, viszont nehézkesen fordul; a könnyebben manőverező repülőgépek rövid szárnyakkal rendelkeznek.

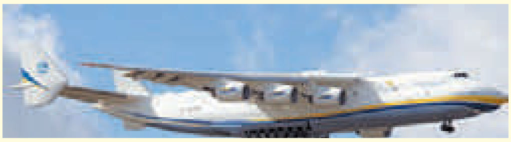
SzU-27

Ukrajna légierejének egyik alapgépe. Fesztávolsága 14,7 m, maximális sebessége pedig 2125 km/h.

A rövid kiszélesedő szárnyak segítségével könnyen manőverezik a levegőben

AN-225 *Mrija*

A világ legnagyobb teherbírású és legnehezebb szállítógépe. A kijevi Antonov tervezőirodában fejlesztették ki, és a kijevi mechanikai gépgyárban az 1980-as években gyártották le. Fesztávolsága 88,4 m, maximális sebessége pedig 850 km/h.



Minél nagyobb a repülőgép teherbírása, annál hosszabbak a szárnyai.

Sikorsky R-4 Hoverfly

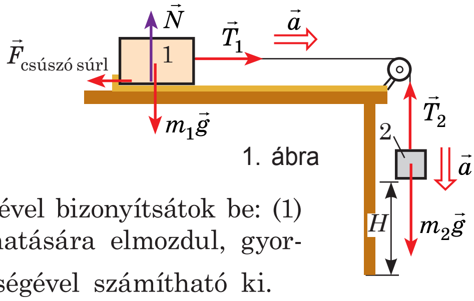
A világ első sorozatgyártású helikoptere (az USA-ban 1943-tól, Nagy-Britanniában 1944-től gyártják). Tervezője *Igor Szikorszkij* (1889-ben Kijevben született, elvégezte a kijevi politechnikai főiskolát). Rotorjának átmérője 11,6 m, maximális sebessége pedig 132 km/h.

A helikopter „szárnyai” forognak, ezért a felhajtóerő létrehozásához nincs szüksége nekifutásra. A helikopter képes a levegőben megállni, lebegni, sőt oldalirányban és hátrafelé is képes mozogni

3. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA

Téma. Összekapcsolt testek mozgásának tanulmányozása.
Cél: meghatározni a fának fán való csúszása súrlódási együtthatóját.
Eszközök: mérőszalag, fahasáb, nehezék vagy dinamométer, stopperóra, mozdulatlan asztallap, tribométer (súrlódásmérő), 100 g-os súlyok, 1,5–2 m hosszú erős fonal.

UTASÍTÁSOK A MUNKÁHOZ



1. ábra

A kísérlet előkészítése

1. Határozzátok meg az 1. hasáb m_1 tömegét!
2. Állítsátok össze a kísérleti szerkezetet (lásd az 1. ábrát)!
3. Az elmozdulás képletének a segítségével bizonyítsátok be: (1) amikor az *1.* hasáb a *2.* nehezék hatására elmozdul, gyorsulásuk az $a = \dfrac{2H}{t^2}$ (1) képlet segítségével számítható ki.
4. Minden test esetében írjátok fel Newton második törvényét, és figyelembe véve, hogy $T_1 = T_2$, és $F_{\text{csúszó súrl}} = \mu N$, bizonyítsátok be, hogy $\mu = \dfrac{m_2 g - (m_1 + m_2)a}{m_1 g}$ (2).

A munka menete

A mérések és számítások eredményeit írjátok be a táblázatba.
1. Helyezzétek a hasábot a tribométer bal szélére, és mérjétek meg a nehezék és a padló közötti H távolságot (lásd az 1. ábrát)!
2. Engedjétek el a hasábot, és mérjétek meg azt a t időt, ami alatt a nehezék eléri a padlót! Nem változtatva az összekapcsolt testek kezdeti helyzetét, még háromszor végezzétek el a kísérletet!

A kísérlet sorszáma	A hasáb tömege m_1, kg	A nehezék tömege m_2, kg	A nehezék esési magassága H, m	Esési idő		A nehezék gyorsulása $a_{\text{átl}}$, m/s²	Csúszó súrlódási együttható $\mu_{\text{átl}}$	Viszonylagos hiba ε, %
				t, s	$t_{\text{átl}}$, s			

A kísérleti eredmények feldolgozása

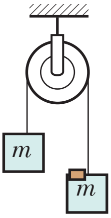
1. Számítsátok ki a nehezék mozgásának átlagidejét ($t_{\text{átl}}$)!
2. Az (1) képlet segítségével határozzátok meg a nehezék átlagos gyorsulását ($a_{\text{átl}}$)!
3. A (2) képlet segítségével számítsátok ki a csúszó súrlódási együttható átlagértékét!
4. Értékeljétek a kísérlet viszonylagos hibáját! Ehhez hasonlítsátok össze a csúszási súrlódási együttható kísérletileg meghatározott $\mu_{\text{átl}}$ átlagértékét a táblázatbeli $\mu_{\text{tábl}}$ értékével: $\varepsilon_\mu = \left|1 - \dfrac{\mu_{\text{átl}}}{\mu_{\text{tábl}}}\right| \cdot 100\%$.

A kísérlet és a kapott eredmények elemzése

Elemezzétek a kísérletet és a kapott eredményeket! A következtetésekben tüntessétek fel: 1) a mért mennyiséget; 2) a mérések eredményeit; 3) a hibák okait!

Alkotói feladat

Írjátok fel annak a kísérletnek a menetét, amelyben meghatározzátok a szabadesés gyorsulásának az értékét a 2. ábrán látható eszköz segítségével! Lehetőség szerint végezzétek el a kísérletet!



2. ábra

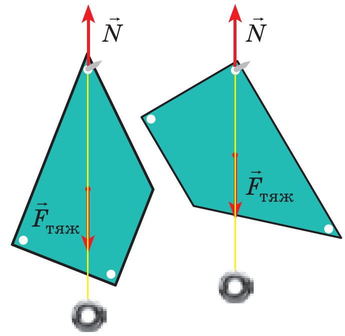
4. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA

Téma. Síkidomok tömegközéppontjának meghatározása.
Cél: megismerkedni a tömegközéppont meghatározására szolgáló módszerekkel; kétféle – kísérleti és szerkesztési – módszerrel meghatározni a síkidom tömegközéppontját!
Eszközök: szorítócsavarral és fogóval ellátott laboratóriumi állvány, kartonlap, olló, lyukasztó, vékony szög, csavaranya (vagy egyéb kisebb nehezék), 30–40 cm hosszú cérna, vonalzó.

UTASÍTÁSOK A MUNKÁHOZ

A kísérlet előkészítése

1. Ollóval vágjatok ki a kartonból egy szabálytalan trapéz alakú síkidomot (lásd az 1. ábrát).
2. A trapéz három csúcsában lyukasztóval csináljatok a szög vastagságánál kissé nagyobb lyukat!
3. Készítsetek nehezéket: a cérna egyik végére a csavaranyát rögzítsétek, a másik végére kössetek hurkot!



1. ábra

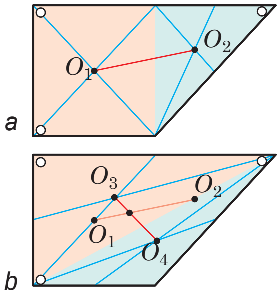
1. kísérlet. A tömegközéppont meghatározása kísérletileg

1. Rögzítsétek az állványra a szöget vízszintesen úgy, hogy a hegyes vége szabadon maradjon; akasszátok a szögre a trapéz alakú kartonlemezt és a nehezéket!
2. Miután megszűnik a lap és a nehezék mozgása, a nehezék által megfeszített cérna mentén ceruzával jelöljetek meg 2–3 pontot a kartonon!
3. Vegyétek le a lapot, és a pontokon keresztül húzzatok egyenest!
4. Ugyanezt végezzétek el még két lyuk esetében. Győződjetek meg róla, hogy mindhárom egyenes egy pontban metszi egymást!

2. kísérlet. Tömegközéppont meghatározása szerkesztéssel

Vegyétek figyelembe: a kísérlethez ugyanazt a kartondarabot használjátok, de a szerkesztéseket a hátoldalán végezzétek.

1. Osszátok fel az alakzatot paralelogrammákra és háromszögekre, majd határozzátok meg azok tömegközéppontjait (az O_1 és O_2 pontok a 2. *a* ábrán)! A paralelogramma tömegközéppontja az átlói metszéspontjában található, a háromszögé pedig a súlyvonalak metszéspontjában.
2. Osszátok az alakzatot két háromszögre, és határozzátok meg azok tömegközéppontjait (O_3 és O_4 pontok a 2. *b* ábrán)!
3. Húzzátok meg az O_1O_2 és O_3O_4 szakaszokat! Metszéspontjuk lesz az alakzat tömegközéppontja.



2. ábra

A kísérlet és a kapott eredmények elemzése

Elemezzétek a kísérletet és a kapott eredményeket! A következtetésekben tüntessétek fel: 1) mit határoztatok meg, és milyen módszerekkel; 2) szerintetek melyik módszer az univerzális? 3) azonosak-e a kapott eredmények; ha nem, akkor mi az oka a hibának?

Alkotói feladat

Ajánljatok legalább két módszert annak leellenőrzésére, hogy az általatok kapott pont valóban a test tömegközéppontja!

A *MECHANIKA* CÍMŰ FEJEZET ÖSSZEGZÉSE
2. rész. Dinamika és a megmaradási törvényekя

1. Felidéztétek a dinamika alaptörvényeit – *Newton három törvényét.*

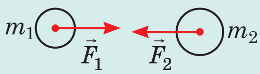
Newton első törvénye	Newton második törvénye	Newton harmadik törvénye
megállapítja az inerciális vonatkoztatási rendszerek létezését	a dinamika alaptörvénye: $\vec{a}=\vec{F}/m$	a kölcsönhatás törvénye: $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$

2. Elmélyítettétek tudásotokat a *mechanikában előforduló különböző erőkről*

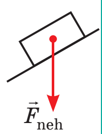
MECHANIKAI ERŐK

Gravitációs

Általános tömegvonzási erő: $F=G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$



Nehézségi erő
$F_{neh}=mg$
$F_{neh}=G\dfrac{mM_F}{(R_F+h)^2}$



Súrlódási erő

Nyugalmi súrlódási erő: $F_{nyug\ súrl}=F_{külső}$

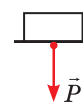
Csúszó súrlódási erő $F_{csúszó\ súrl}=\mu N$

A *közegellenállás ereje* függ a test formájától, méreteitől és sebességétől, a közeg sűrűségétől és viszkozitásától

Elektromágneses

Rugalmassági erő: $F_{rug\ x}=-kx$

A test súlya
- $P=mg$, ha $a=0$
- $P=m(g+a)$, ha $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{g}$
- $P=m(g-a)$, ha $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{g}$
- $P=0$, ha $\vec{a}=\vec{g}$



3. Megvizsgáltátok a *testek egyensúlyának feltételeit*, megismerkedtetek az *egyensúly különböző fajtáival.*

A test egyensúlyának feltétele

A testre ható erők kiegyenlítik egymást:	Az erőnyomatékok összege nulla:
$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n=0$	$M_1+M_2+\ldots+M_n=0$, ahol $M=Fl$

4. Felidéztétek a *mechanikai munka, mechanikai energia* és *teljesítmény* fogalmát.

Mechanikai munka
az erő testre hatásának mértéke: $A=Fs\cos\alpha$

Teljesítmény
A munkavégzés sebessége: $P=\dfrac{A}{t}$; $P=F_xv$

Mechanikai energia
a testek munkavégző képességét jellemzi

Potenciális energia – a kölcsönhatás energiája
- a felemelt test E_p energiája: $E_p=mgh$
- a rugalmasan deformált test E_p energiája $E_p=kx^2/2$

Kinetikus energia – a mozgás energiája: $E_k=\dfrac{mv^2}{2}$

A mechanikai energia megmaradásának törvénye: zárt rendszerben a csak konzervatív erőkkel egymásra ható testek teljes mechanikai energiája változatlan marad (megmarad): $E_{k0}+E_{p0}=E_k+E_p$

5. Megfogalmaztátok Newton második törvényét az impulzus „nyelvén”, és felidéztétek az *impulzusmegmaradás törvényét*

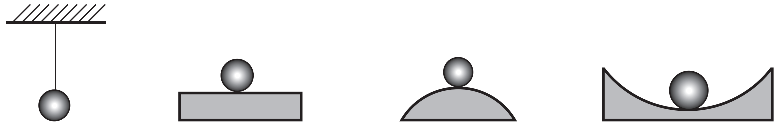
Az impulzusváltozás egyenlő az erőimpulzussal: $\Delta\vec{p}=\vec{F}t$
- a test impulzusa: $\vec{p}=m\vec{v}$
- erőimpulzus: $\vec{F}t$

Az impulzusmegmaradás törvénye: zárt rendszerben az impulzusok mértani összege változatlan marad a rendszer testeinek bármilyen kölcsönhatása után:
$$\vec{p}_{01}+\vec{p}_{02}+\ldots+\vec{p}_{0n}=\vec{p}_1+\vec{p}_2+\ldots+\vec{p}_n$$

ÖNELLENŐRZÉSRE SZOLGÁLÓ FELADATOK A *MECHANIKA* CÍMŰ I. FEJEZETHEZ. 2. rész. Dinamika és a megmaradás törvényei

Az 1., 2., 4–6. feladatok csak egy helyes választ tartalmaznak.

1. *(1 pont)* Az alábbi példák melyikében (1. ábra) van a test bizonytalan egyensúlyban?



1. ábra

2. *(1 pont)* Mely fizikai mennyiségek maradnak változatlanok két test rugalmas ütközése során?

a) testek sebessége; c) testek mozgási energiája;
b) testek impulzusa; d) testek helyzeti energiája és impulzusa.

3. *(2 pont)* Állítsatok fel megfeleltetést a fizikai mennyiségek és képleteik között!
1. Mozgási energia **2.** Rugalmassági erő **3.** Súrlódási erő **4.** Test impulzusa
A μN **B** mv **C** kx **D** $kx^2/2$ **E** $mv^2/2$

4. *(2 pont)* A 4 kg tömegű test az *OX* tengely mentén mozog és koordinátái az $x = 0{,}5 + 2t + 5t^2$ törvény alapján változnak. Határozzátok meg a testre ható erők eredőjét!

a) 2 N; b) 8 N; c) 20 N; d) 40 N.

5. *(2 pont)* A test két kölcsönösen merőleges, 6 és 8 N nagyságú erő hatására 2 m/s^2 gyorsulással mozog. Határozzátok meg a test tömegét!

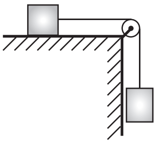
a) 1 kg; b) 5 kg; c) 7 kg; d) 20 kg.

6. *(2 pont)* A lift padlóján egy 20 kg tömegű bőrönd van. A lift 2 m/s^2 gyorsulással emelkedni kezd. Határozzátok meg a bőrönd súlyát!

a) 20 N; b) 160 N; c) 200 N; d) 240 N.

7. *(3 pont)* A rugó 2 cm-es megnyúlása következtében 3 N rugalmassági erő jött benne létre. Határozzátok meg a rugó helyzeti energiáját! A rugó mekkora megnyúlása mellett lesz a rugalmassági erő 15 N?

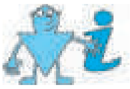
8. *(3 pont)* Az 500 g tömegű hasáb a hozzá kapcsolt 150 g tömegű súly hatására a mozgás kezdetétől számítva 80 cm utat 2 s alatt tett meg (2. ábra). Számítsátok ki a csúszó súrlódási együtthatót!


2. ábra

9. *(4 pont)* A 3 t tömegű gépkocsi a lejtőn felfelé mozogva 3 kN húzóerőt hoz létre. Mekkora gyorsulással halad a gépkocsi, ha az ellenállási tényező 0,04, az út lejtése pedig 0,03?

10. *(4 pont)* A 0,2 kg tömegű, 12 m/s sebességgel mozgó test utoléri a 0,4 kg tömegű, 3 m/s sebességgel mozgó testet. Határozzátok meg a két test tökéletesen rugalmatlan ütközésekor felszabaduló hőmennyiséget!

Válaszaitokat hasonlítsátok össze a könyv végén található megoldásokkal. Jelöljétek meg a helyes válaszokat, számoljátok össze a megszerzett pontokat, és az eredményt osszátok el kettővel. Az így kapott szám megfelel a tanulmányi eredményeteknek.



A számítógéppel ellenőrizhető gyakorló tesztfeladatokat az **Інтерактивне навчання** elnevezésű internetes portálon találhatjátok meg!

3. RÉSZ. MECHANIKAI REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

19. §. A MECHANIKAI REZGÉSEK FAJTÁI

A mechanikai rezgések körülvesznek bennünket: az ágak hajlongása a szélben, a gitár húrjainak rezgése, az úszó mozgása a hullámzó víz felszínén, az óra ingájának mozgása, szívverés stb. A rezgőmozgás, amely az egyik legelterjedtebb természetben, egy sor jellegzetes ismertetőjellel rendelkezik, amelyeket felidéztek ebben a paragrafusban.

1 Milyen fizikai mennyiségek jellemzik a rezgőmozgást?

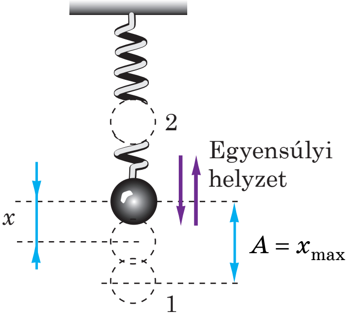
A **mechanikai rezgés** a testek (testrendszerek) olyan mozgása, amely egy egyensúlyi állapot körül megy végbe, és egyenlő időközönként jó közelítéssel ismétlődik.

A rezgőmozgást, mint minden egyéb mozgást, olyan fizikai mennyiségek jellemzik, mint a *sebesség, gyorsulás, koordináta* (*elmozdulás*).

Az x **elmozdulás** az egyensúlyi helyzet és a rezgőmozgást végző test adott pillanatban elfoglalt helyzete közötti távolság.

Rezgések közben a test mechanikai állapota folyamatosan változik. Ha rezgés közben a test koordinátája, sebességének abszolút értéke és iránya bizonyos időközönként azonos értéket vesz fel, *periodikus* rezgésekről beszélünk.

Egy sor fizikai mennyiség létezik, amelyeket periodikus rezgést jellemzi: *amplitúdó, periódusidő, frekvencia* (19.1. ábra).



19.1. ábra. A rugóhoz rögzített nehezék periodikus rezgőmozgást végez (x a nehezék elmozdulása; A a rezgés amplitúdója). Azt az időközt, amely alatt a nehezék az 1. helyzetből a 2. helyzetbe mozdul el, majd visszatért (egy teljes rezgés ideje), a rezgés T periódusidejének nevezik

A rezgés amplitúdója A	**A rezgés periódusideje T**	**A rezgés frekvenciája ν**
A legnagyobb távolság, amelyre a test elmozdul az egyensúlyi állapotától: $A = x_{max}$	Egy rezgés ideje: $T = \frac{t}{N}$	Egységnyi idő alatt végzett rezgések száma: $\nu = \frac{N}{t}$
	t megfigyelés ideje; N a t idő alatt végzett rezgések száma	
A rezgés amplitúdójának mértékegysége az SI rendszerben a **méter**: $[A]=1$ m	*A rezgés periódusidejének mértékegysége az SI rendszerben a* **másodperc**: $[T]=1$ c (s)	*A rezgés frekvenciájának mértékegysége az SI rendszerben a* **hertz**: $[\nu]=1$ Hz.
	A frekvencia és a periódusidő között a következő összefüggés van: $\nu = 1/T$	

2 Csillapítatlan és csillapított rezgések

Megvizsgáljuk a nehezék rezgését a rugón (19.1. ábra). Amennyiben a „nehezék – rugó – Föld" rendszerben nem lenne mechanikai energiaveszteség, akkor a rezgés végtelen ideig tarthatna, az amplitúdója pedig az idő múlásával sem változna.

Az olyan rezgést, melynek amplitúdója az idő múlásával nem változik, csillapítatlan **rezgésnek** nevezik.

Azonban minden rendszerben van mechanikai energiaveszteség. Az energiára szükség van a súrlódási erő leküzdéséhez, a testek rezgés közbeni deformálásához. Ennek eredményeként a mechanikai energia fokozatosan belső energiává alakul át. Ezért, ha a rendszer nem kap külső energiát, a rezgések amplitúdója fokozatosan csökken, és a rezgések egy idő után megszűnnek (csillapodnak).

Az olyan rezgést, melynek amplitúdója az idő múlásával csökken, **csillapodó** rezgésnek nevezik.

3 Szabad és kényszerrezgések, önrezgések

A mechanikai rezgések különböző típusai léteznek.

Vannak olyan rezgések, amelyek külső periodikus hatások nélkül is végbemennek. Ilyen például a cérnára vagy rugóra rögzített golyó lengése, amely a golyó nyugalmi helyzetéből való kitérése, majd elengedése után jön létre. Az ilyen rezgéseket szabad rezgéseknek nevezik.

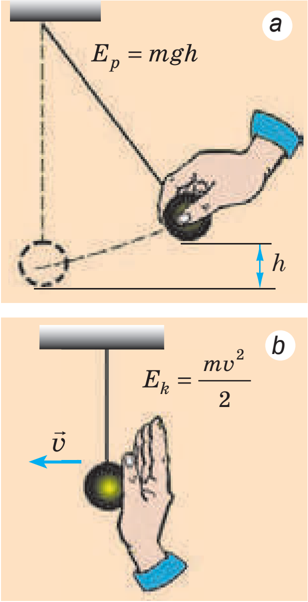
A **szabad rezgések** a rendszer belső erői hatására jönnek létre, miután a rendszert kitérítették nyugalmi állapotából.

A szabad rezgések frekvenciáját a rendszer tulajdonságai határozzák meg (lásd a 20. §-t).

A testek azon rendszerét, amelyben szabad rezgések jöhetnek létre, *rezgő rendszereknek* nevezzük. A rezgő rendszerek jellemzője a *stabil egyensúly állapota*. Csakis az ilyen állapot mellett jöhet létre szabad rezgés. Hogy a rezgő rendszerekben szabad rezgés jöjjön létre, két feltételnek kell teljesülnie:

- a rendszerrel többletenergiát kell közölni (19.2. ábra);
- a rendszer belső súrlódásának kicsinek kell lennie, mivel ellenkező esetben a rezgés gyorsan leáll, illetve el sem kezdődik.

Mivel szabad rezgések során a rendszer nem kap külső energiát, ezért a *szabad rezgések mindig csillapított rezgések*. Minél nagyobb a rendszerben a súrlódási erő, annál gyorsabban csillapodnak a rezgések. Például, ha ugyanazt a testet a levegőben és a vízben is rezgésre kényszerítik, akkor a levegőn tovább tartanak a rezgések, a vízben viszont gyorsan csillapodnak. Egyébként ezen a jelenségen alapszik a gépkocsik hidraulikus lengéscsillapítójának működési elve (19.3. ábra).



19.2. ábra. Ahhoz, hogy a rendszerben szabad rezgések jöjjenek létre, ki kell billenteni azt az egyensúlyi állapotából: helyzeti (*a*) vagy mozgási (*b*) energiát kell közölni vele

Léteznek rezgések (például a levegő mozgása a fúvós hangszerekben, a dugattyúké a belső égésű motorokban), amelyek csak akkor jöhetnek létre, ha a testre külső erők hatnak, amelyek rendszeresen változnak, és a testet rezgőmozgás végzésére késztetik. Az ilyen rezgéseket *kényszerrezgéseknek* nevezzük.

A testre ható periodikusan változó külső erő által előidézett rezgést **kényszerrezgésnek** nevezzük.

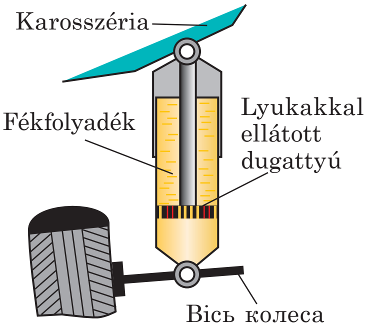
Milyen periodikusan változó erő készteti a tenyereteket kényszerrezgésre (19.4. ábra)?

A kényszerrezgések általában *csillapítatlan rezgések*, melyek frekvenciája egyenlő a testet rezgésre kényszerítő külső erők változásának frekvenciájával.

Léteznek olyan rendszerek, amelyekben a csillapítatlan rezgések nem a periodikus külső hatásoknak, hanem a rendszer azon képességének köszönhetően léteznek, amelynek eredményeképpen a rendszer önállóan szabályozza az energia felvételét egy állandó (nem periodikus) forrásból. Az ilyen rendszereket ön*rezgőnek*, a rendszerben végbemenő csillapítatlan rezgéseket pedig ön*rezgéseknek* nevezzük.

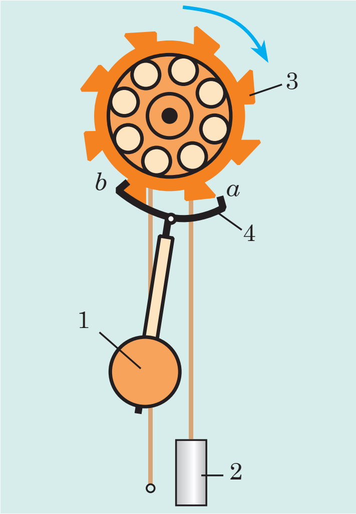
A rendszer által szabályozott egy állandó forrásból érkező energia hatására fennálló csillapítatlan kényszerrezgéseket **önrezgéseknek** nevezzük.

A szabad rezgésekhez hasonlóan az önrezgések frekvenciáját is a rendszer tulajdonságai határozzák meg. A mechanikus önrezgő rendszer egyik példája az ingaóra gátkerekes mechanizmusa (19.5. ábra). Gyakorlatilag minden önrezgő rendszerben három jellemző elem emelhető ki: *rezgő rendszer*, amelyben a szabad rezgések mennek végbe (ebben az esetben az óra *1* ingája), *energiaforrás* (a *3* gátkereket forgató *2* súly), *visszacsatoló eszköz*, amely a forrástól jövő energiát kis porciókban adagolja (a *4* horgony, amely által az inga meghatározza, hogy a nehezék melyik pillanatban adja át az energiát a gátkeréknek).



19.3. ábra. A gépkocsi karosszériáját dugattyúval kötik össze, amely a rezgések idején egy folyadékkal teli hengerben mozog; a folyadék nagy ellenállása a rezgések csillapodását eredményezi

19.4. ábra. A 19.§-ban található feladathoz



19.5. ábra. Amikor az *1* inga a bal szélső helyzetéhez közelít, a *b* emelőkő beakad a *3* gátkerék fogába és az inga energiát felvéve balra mozdul el

4 Harmonikus rezgések

A test elmozdulása (koordinátája) időfüggésének jellege alapján a rezgések lehetnek *harmonikusak* és *nem harmonikusak*. Az esetek többségében az $x(t)$ függvény viszonylag összetett (19.6. ábra).

Megvizsgáljuk a rugóhoz rögzített test rezgésének grafikonját (19.6. *c* ábra). A függvénygörbe szinuszoid.

Azokat a rezgéseket, amely alatt a rezgőmozgást végző test koordinátája idővel a szinusz (vagy koszinusz) függvény szerint változik, **harmonikus rezgéseknek** nevezzük:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0), \text{ vagy } x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

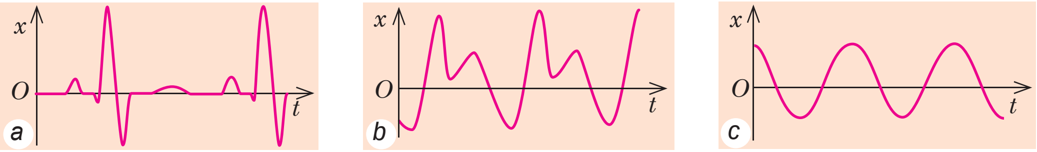
Ezek a kifejezések a *harmonikus rezgések egyenletei*. Tisztázzuk a kifejezésekben lévő mennyiségek jelentését.

A a ***rezgések amplitúdója***: $x_{max} = A$ (mivel a szinusz és koszinusz legnagyobb értéke 1).
$\omega t + \varphi_0$ – a ***rezgések fázisa***: $\varphi = \omega t + \varphi_0$ – a test állapotát az adott pillanatban egyértelműen meghatározó fizikai mennyiség.
φ_0 – a ***rezgések kezdőfázisa*** – a rezgések fázisa a megfigyelés kezdetének pillanatában (ha $t = 0$, akkor $\varphi = \omega t + \varphi_0 = \varphi_0$).
ω – a ***rezgés körfrekvenciája***: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, ahol T a rezgés periódusideje. (A koszinusz és a szinusz is periodikus függvény, vagyis $\cos(\omega t + \varphi_0) = \cos(\omega t + \varphi_0 + 2\pi)$; a rezgések pontosan T periódus múlva ismétlődnek, ezért $\cos(\omega t + \varphi_0) = \cos(\omega(t+T) + \varphi_0)$. Következésképpen: $\omega t + \varphi_0 + 2\pi = \omega t + \omega T + \varphi_0 \Rightarrow \omega = 2\pi/T$.) *A körfrekvencia mértékegysége az SI rendszerben* a radián per másodperc (rad/s, s^{-1}).

Bebizonyítható: amikor a test koordinátája harmonikus (szinusz vagy koszinusz) törvénnyel írható le, a test sebessége és gyorsulása szintén harmonikusan változik. Eközben teljesülnek a következő egyenlőségek:

$$v_{max} = \omega x_{max};\quad a_{max} = \omega^2 x_{max};\quad a_x = -\omega^2 x$$

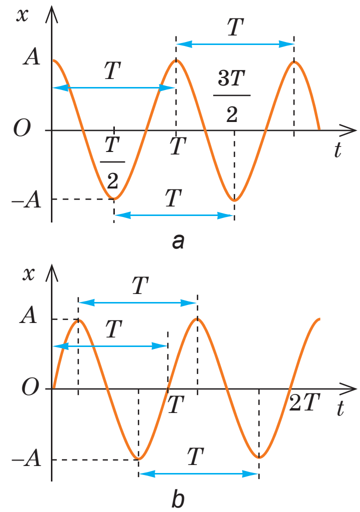
És ez fordítva is igaz: *ha a test mozgásának bármelyik pillanatában a gyorsulás arányos az elmozdulással és azzal ellentétes irányú, akkor az ilyen mozgás harmonikus rezgés.*



19.6. ábra. A test (illetve egy részének) *x* elmozdulása és a *t* rezgésidő közötti összefüggés grafikonja: *a* – mellkas a szívdobogás közben (kardiogram); *b* – hangszóró membránja hanghullámok sugárzásakor; *c* – rugóra függesztett test

Jegyezzétek meg!

- Ha a megfigyelés kezdete $(t=0)$ egybeesik a test maximális kilengésének idejével $(x_0 = x_{max} = A)$, akkor a rezgés egyenlete a következő alakban írható fel: $x_0 = A\cos\omega t$ (19.7. *a* ábra).
- Ha a megfigyelés kezdete $(t=0)$ egybeesik a test egyensúlyának pillanatával $(x_0 = 0)$, akkor a rezgés egyenletét a következő formában célszerű felírni: $x = A\sin\omega t$ (19.7. *b* ábra).
- A rezgések grafikonjából, csakúgy, mint a rezgések egyenletéből, könnyen meghatározható a rezgőmozgást jellemző összes fizikai mennyiség (lásd a 19. §. 5. pontját).



19.7. ábra. Harmonikus rezgések grafikonjai (A amplitúdó; T periódusidő). A rezgő test koordinátája a t időtől függően a következő törvény alapján változik: $x = A\cos\omega t$ (*a*); $x = A\sin\omega t$ (*б*)

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

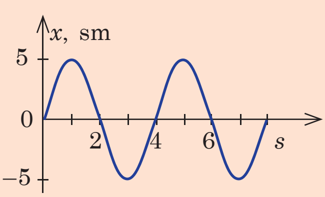
Feladat. Az ábrán látható grafikon alapján határozzátok meg a test rezgésének amplitúdóját és periódusidejét! Számítsátok ki a körfrekvenciát és a test maximális sebességét! Írjátok fel a rezgés egyenletét! Határozzátok meg a test elmozdulását $\frac{\neq}{2}$ fázisban!

Adva:

$\varphi = \frac{\pi}{2}$

A — ?
T — ?
ω — ?
v_{max} — ?
$x(t)$ — ?
$x\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$ — ?

Megoldás. A megfigyelés kezdetén $(t=0)$ a test egyensúlyban van $(x_0 = 0)$, ezért a rezgés egyenlete: $x = A\sin\omega t$.



A grafikonból láthatjuk: a test maximális elmozdulása 5 cm: $A = x_{max} = 5$ cm $= 0{,}05$ m; egy teljes rezgéshez szükséges idő 4 s, tehát $T = 4$ s.

Kiszámítjuk a körfrekvenciát és a test maximális sebességét:

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 0{,}5\pi$ (s^{-1}); $v_{max} = \omega x_{max} = 0{,}025\pi$ (m/s).

Behelyettesítve az $A = 0{,}05$ m és $\omega = 0{,}5\pi$ s^{-1} értékeket a rezgés egyenletébe, a következőt kapjuk: $x = 0{,}05\sin 0{,}5\pi t$ (m).

Ha $\varphi = \frac{\pi}{2}$, akkor $x = A\sin\varphi = 0{,}05\sin\frac{\pi}{2} = 0{,}05$ (m).

Felelet: $A = 0{,}05$ m; $T = 4$ s; $\omega = 0{,}5\pi$ s^{-1}; $v_{max} = 0{,}025\pi$ m/s; $x = 0{,}05\sin 0{,}5\pi t$ (m); $x = 0{,}05$ m.

Összegzés

- A mechanikai rezgés a testek olyan mozgása, amely egyenlő időközönként jó közelítéssel ismétlődik.
- Az olyan rezgést, melynek amplitúdója az idő múlásával nem változik, csillapítatlan rezgésnek nevezik. Az olyan rezgést, melynek amplitúdója az idő múlásával csökken, csillapodó rezgésnek nevezik.

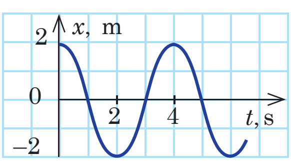
- A testre ható periodikusan változó külső erő által előidézett rezgést kényszerrezgésnek, a kizárólag belső erők hatására létrejövő rezgéseket pedig szabad rezgéseknek nevezzük.
- A rendszer által szabályozott külső állandó forrásból érkező energia hatására fennálló kényszerrezgéseket önrezgéseknek nevezzük.
- Azokat a rezgéseket, amely alatt a rezgőmozgást végző test t időben történt x elmozdulása a szinusz (vagy koszinusz) függvény szerint változik, harmonikus rezgéseknek nevezzük. Általános esetben a harmonikus rezgések egyenlete a következő: $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, vagy $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, ahol A a rezgések amplitúdója; $\omega t + \varphi_0$ – a rezgések φ fázisa; φ_0 kezdeti fázis; ω körfrekvencia.

Ellenőrző kérdések

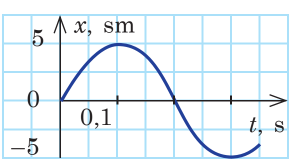
1. Nevezzétek meg a rezgőmozgást jellemző fizikai mennyiségeket! Mondjátok el a meghatározásukat! **2.** Súrlódás jelenléte esetén miért csökken fokozatosan a szabadrezgések amplitúdója? Hogyan nevezzük ezeket a rezgéseket? **3.** Milyen rezgéseket nevezünk szabadrezgéseknek? Kényszerrezgéseknek? Mondjatok példákat! **4.** Milyen feltételek mellett jönnek létre szabadrezgések? **5.** Nevezzétek meg az önrezgő rendszerek jellemző elemeit! **6.** Mi a hasonlóság a szabadrezgések és az önrezgések között? Miben térnek el? **7.** Milyen rezgéseket nevezünk harmonikusaknak? Írjátok fel a harmonikus rezgések egyenletét! **8.** Milyen alakú a harmonikus rezgések grafikonja?

19. gyakorlat

1. Hozzatok fel példákat rezgőmozgásra! Milyen rezgések ezek – csillapított vagy csillapítatlan, szabad vagy kényszerrezgések? Válaszaitokat indokoljátok meg!
2. A rugóra rögzített nehezék rezgésének periódusideje 2 s. Mit jelent ez? 1) Határozzátok meg a nehezék rezgésének frekvenciáját és körfrekvenciáját! 2) Hány rezgést végez a nehezék 10 s alatt? 3) Mekkora utat tesz meg a nehezék 3 s alatt, ha a rezgések amplitúdója 5 cm?
3. A test rezgésének egyenlete $x = 0{,}4\sin\dfrac{2\pi}{3}t$ (m). Határozzátok meg a test rezgésének amplitúdóját, periódusidejét és frekvenciáját! Számítsátok ki a test maximális sebességét és maximális gyorsulását!
4. Írjátok fel a test harmonikus rezgésének egyenletét, ha a rezgés amplitúdója 10 cm, periódusideje 1 s! Tételezzük fel, hogy a megfigyelés kezdetén a testnek maximális volt a kitérése.
5. Az 1. és 2. ábrákon különböző testek harmonikus rezgéseinek grafikonjai láthatók. Határozzátok meg minden test rezgésének: a) amplitúdóját; b) periódusidejét; c) frekvenciáját; d) írjátok fel a rezgések egyenletét!
6. Bizonyítsátok be, hogy az élőlények szíve és tüdeje önrezgő rendszer! Mindennapi életünkben hol találkozhatunk önrezgő rendszerekkel? Szükség esetén használjatok kiegészítő információforrásokat!



1. ábra



2. ábra

20. §. MATEMATIKAI ÉS RUGÓS INGÁK. A REZGŐMOZGÁS ENERGIÁJA

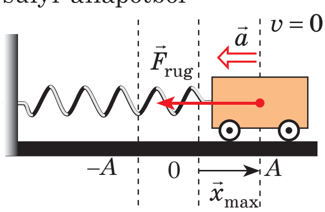
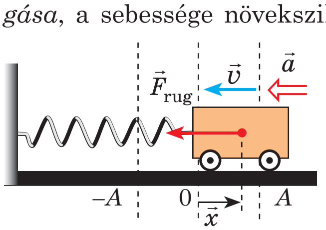
A rezgőmozgások sokfélék lehetnek. A rugós és a matematikai inga rezgései klasszikus rezgőmozgások, melyeket már több száz évvel ezelőtt leírt és tanulmányozott *Galileo Galilei* (1564–1642) és *Christian Huygens* (1629–1695).

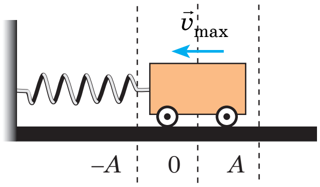
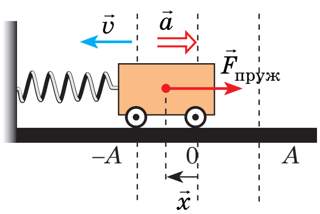
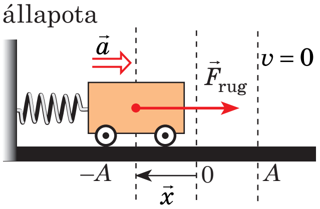
1 A rugós inga rezgése

A **rugós inga** olyan rezgő rendszer, amely rugóhoz rögzített testből áll.

Megvizsgáljuk a *vízszintes rugós inga rezgését*. Egy m tömegű kiskocsit k merevségű rugóval szilárdan rögzítjük valamilyen tartószerkezethez. Megállapodunk abban, hogy a rendszerben ható rugalmassági erők elhanyagolhatóan kicsik, ezért az inga rezgése csillapítatlan lesz (az amplitúdója nem változik, a rendszer teljes mechanikai energiája pedig megmarad).

A rugós inga rezgése

1. Maximális kitérés az egyensúlyi állapotból  $v = 0$; $x = x_{max}$; $E = E_{p\,max}$	A kiskocsit x_{max} távolságra jobbra kitérítjük az egyensúlyi állapotából – a rugó megnyúlik, és a kocsira hatni kezd a balra irányuló rugalmassági erő; ebben a pillanatban ez az erő maximális: $F_{rug} = kx_{max}$	A kiskocsi mozdulatlan, ezért mozgási energiája nulla: $E_k = 0$. A rugó helyzeti energiája maximális, és az inga teljes energiájával egyenlő: $E_p = \frac{kx_{max}^2}{2}$
2. A kiskocsi gyorsuló *mozgása*, a sebessége növekszik  $v\uparrow$; $x\downarrow$; $F_{rug}\downarrow \Rightarrow a\downarrow$; $E = E_k + E_p$	Elengedjük a kocsit, ami a rugalmassági erő hatására balra kezd mozogni. Az $\vec{F}_{rug}$ rugalmassági erő a kiskocsi mozgásirányába hat, ezért a sebessége növekszik. Viszont a rugó x megnyúlása csökken, ezért a rugalmassági erő és a kocsi gyorsulása is csökken	A kiskocsi mozgási energiája növekszik: . A helyzeti energia csökken: $E_k = \frac{mv^2}{2}$. A rendszer teljes energiája változatlan marad, és a helyzeti, illetve $E_p = \frac{kx^2}{2}$. mozgási energiák összegével egyenlő

3. *Egyensúlyi* állapot  $F_{rug} = 0$; $a = 0$; $v = v_{max}$; $x = 0$; $E = E_{k\,max}$	Az egynegyed periódussal $(t = T/4)$ megegyező idő elteltével a kiskocsi egyensúlyi helyzetben kerül. Ebben a pillanatban a rugalmassági erő és a gyorsulás nullával egyenlő, a kocsi sebessége pedig eléri a maximális értéket	A rugó helyzeti energiája nulla: $E_p = 0$. A kiskocsi mozgási energiája maximális, és a rendszer teljes energiájával egyenlő: $E_k = \frac{mv_{max}^2}{2}$
4. A kiskocsi lassuló *mozgása*, csökken a sebessége  $v\downarrow$; $x\uparrow$; $F_{пруж}\uparrow \Rightarrow a\uparrow$; $E = E_k + E_p$	Elérve az egyensúlyi helyzetét, a kocsi nem áll meg, hanem *lendületénél* fogva tovább mozog. A rugó összenyomódik, és a növekvő rugalmassági erő fékezi a kocsit	A kocsi mozgási energiája csökken: $E_k = \frac{mv^2}{2}$. A rugó helyzeti energiája növekszik: $E_p = \frac{kx^2}{2}$. A rendszer teljes energiája a helyzeti és mozgási energiák összegével egyenlő.
5. Maximális elmozdulás állapota  $v = 0$; $\lvert x \rvert = x_{max}$; $F_{rug} = kx_{max}$; $E = E_{p\,max}$	Elérve a fordulópontot (az egyensúlytól mért maximális elmozdulás), a kocsi egy pillanatra megáll. Ebben a pillanatban a rugalmassági erő eléri a maximális értékét. A rezgés kezdetétől eddig egy fél periódus $(t = T/2)$ telt el	A kiskocsi mozdulatlan, ezért mozgási energiája nulla: $E_k = 0$. A rugó helyzeti energiája maximális és az inga teljes energiájával egyenlő: $E_p = \frac{kx_{max}^2}{2}$

A következő fél periódusban a kiskocsi mozgásának jellege hasonlóan, de ellentétes irányban zajlik le: a kocsi jobbra mozdul el az egyensúly pillanatáig, miközben ismét nő a sebessége; $t = \frac{3}{4}T$ idő elteltével újra eléri az egyensúlyi állapotát, és ismét x_{max} távolságra lendül ki. Így fejeződik be egy teljes rezgés $(t = T)$. Utána minden megismétlődik.

Jegyezzétek meg! A rezgés teljes ideje alatt a rugalmassági erő a rugó megnyúlásával ellentétes irányba hatott, vagyis mindig az egyensúlyi helyzete felé tolta a kocsit.

Tehát *a rugós inga szabadrezgésének okai a következők:*

1) *a testre ható erő mindig az egyensúlyi állapot felé hat;*

2) *a rezgő test tehetetlen,* ennél fogva nem áll meg az egyensúly állapotában (amikor az erők eredője nulla), hanem tovább folytatja mozgását a megkezdett irányba.

2 Hogyan határozható meg a rugós inga periódusideje?

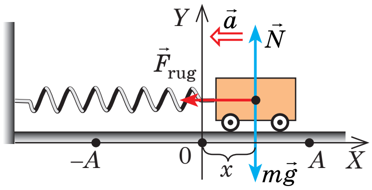
Megvizsgáljuk a vízszintes rugóhoz rögzített kiskocsi rezgését Newton második törvénye szemszögéből (20.1. ábra). Felírjuk Newton második törvényét vektor alakban: $\vec{F}_{\text{rug}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$.

A nehézségi erő és a támaszték normális reakcióereje kiegyenlíti egymást, ezért $\vec{F}_{\text{rug}} = m\vec{a}$. Az utóbbi egyenletet leképezve az OX tengelyre $\left(F_{\text{rug}\,x} = ma_x\right)$ és a Hook-törvényt alkalmazva $\left(F_{\text{rug}\,x} = -kx\right)$, a következőt kapjuk: $a_x = -\frac{k}{m}x$.

Ez az egyenlet a következő alakban is felírható: $a_x = -\omega^2 x$. Ebből az következik hogy *a rugóhoz rögzített kiskocsi rezgése harmonikus rezgés*, a rezgések körfrekvenciája pedig: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Figyelembe véve, hogy $T = \frac{2\pi}{\omega}$, megkapjuk a **rugós inga periódusidejének meghatározására szolgáló képletet**:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



20.1. ábra. Az egyensúlyi helyzetéből kimozdított kiskocsira három erő hat: a támaszték $\vec{N}$ normális reakcióereje, az $m\vec{g}$ nehézségi erő és az $\vec{F}_{\text{rug}}$ rugalmassági erő $\vec{F}_{\text{rug}}$

Jegyezzétek meg! A *rugós inga periódusideje* nem függ sem a rezgések amplitúdójától, sem attól, hol megy végbe a rezgés (a Földön, az űrhajó fedélzetén vagy a Holdon), hanem *kizárólag a „test-rugó" rezgő rendszer jellemzői segítségével határozható meg*. Ha ismeretes a T rezgési periódus és a k rugómerevség, meg lehet határozni a test m tömegét. A tömeg meghatározásának ezt a módszerét a súlytalanság állapotában használják, ahol a közönséges mérleg már nem használható.

3 Mit nevezünk matematikai ingának?

Azt a tömör testet, amely rezeg vagy rezgőmozgást végezhet a felfüggesztési ponton átmenő tengelyhez viszonyítva, *fizikai ingának* nevezzük.

A fizikai ingának tekinthetjük példájául a gépkocsi belsejében felfüggesztett gyerekjátékot. Ha a játékot kibillentjük egyensúlyi állapotából, akkor az himbálózni kezd. Viszont az ilyen típusú rezgést nehéz tanulmányozni: jellege függ a játék méretétől és alakjától, a függeszték tulajdonságaitól és sok egyéb tényezőtől.

Hogy a test méretei ne befolyásolják annak rezgését, olyan fonalat kell választani, amely sokkal hosszabb a test méreténél, viszont tömege elhanyagolható a test tömegéhez képest. Ebben az esetben a testet *anyagi pontnak* tekinthetjük. Hogy a test a lengés teljes ideje alatt egyenlő távolságra legyen a felfüggesztés pontjától, a fonálnak nyúlhatatlannak kell lennie. Ilyen módszerrel megalkothatjuk a *matematikai inga fizikai modelljét.*

A **matematikai inga** anyagi pontból, súlytalan, nem nyúló fonálból és gravitációs térből álló rezgő rendszer fizikai modellje.

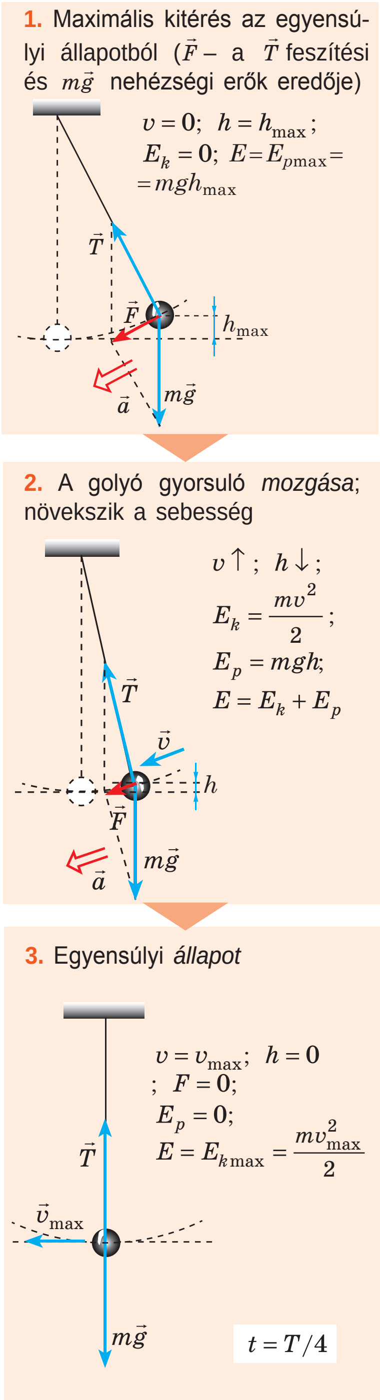
4 A matematikai inga rezgése

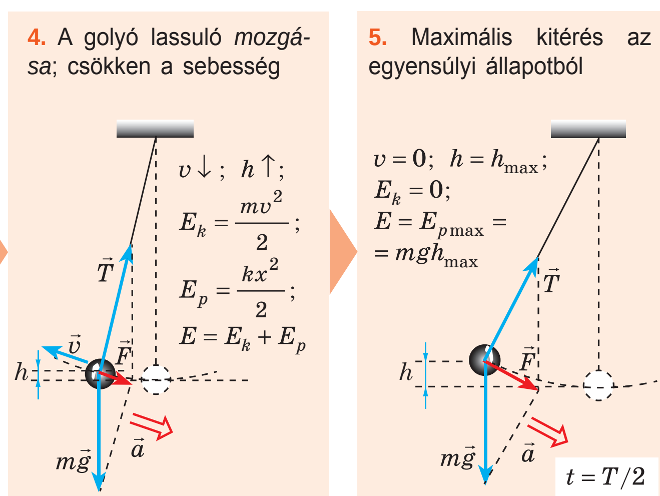
Veszünk egy nem nagy, de eléggé súlyos golyót, és felfüggesztjük egy hosszú, nem nyúló fonálra. Az ilyen rendszer matematikai ingának tekinthető. Ha a golyót kitérítjük egyensúlyi helyzetéből, majd elengedjük, akkor a Föld nehézségi erejének és a fonál húzóerejének hatására a golyó az egyensúlyi állapot körül fog mozogni. Mivel a légellenállás jelentéktelenül kicsi, a rendszerben ható erők pedig konzervatívak, a golyó teljes mechanikai energiája megmarad. Eközben a felemelt golyó helyzeti energiája mozgási energiává alakul át, és fordítva.

Figyeljétek meg a golyó rezgőmozgását (20.2. ábra)! Magyarázzátok meg a mozgásának okait és tisztázzátok, milyen energiaátalakulások mennek eközben véghez!

5 Hogyan számítható ki a matematikai inga periódusideje?

Bebizonyítható, hogy az *egyensúlyi állapotból csupán kissé kibillentett* (3–5°) *matematikai inga harmonikus rezgéseket végez*, vagyis a gyorsulása a teljes idő alatt egyenesen arányos az elmozdulással, és azzal ellentétes irányban hat: $a_x = -\omega^2 x$.





20.2. ábra. A matematikai inga rezgése szabadrezgés, mivel belső erők hatására megy végbe. A matematikai inga rezgésének okai hasonlók, ahogyan a rugós inga esetében: 1) a testre ható erők eredője az egyensúlyi állapot felé irányul; 2) a rezgő testek tehetetlenek

A matematikai inga esetében $\omega^2 = \frac{g}{l}$, ezért a körfrekvencia . Tehát a matematikai inga periódusideje a következő képlettel számítható ki:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

ahol l az inga hossza; g a szabadesés gyorsulása.

Ezt a képletet elsőként a XVII. században *Christiaan Huygens* holland tudós vezette le, ezért tiszteletére **Huygens képletének** nevezték el.

A matematikai inga rezgésének periódusideje nem függ annak tömegétől, csupán a fonal hosszának és az adott helyen mért szabadesés gyorsulás értékének a segítségével határozható meg. Ezért az inga hosszának és rezgésidejének ismeretében meghatározhatjuk a szabadesés gyorsulását az adott helyen (lásd az 5. számú laboratóriumi munkát).

6 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. A rugóra rögzített nehezék rezgésegyenlete $x = 10\cos 2\pi t$ ((cm). Határozzátok meg a rezgések teljes mechanikai energiáját, a nehezék legnagyobb sebességét, a rendszer mozgási és helyzeti energiáját a megfigyelés $\frac{1}{6}$ s másodpercében! A nehezék tömege 1 kg. A rendszert tekintsétek zártnak.

Adva

$x = 0{,}10\cos 2\pi t$ (m)

$t = \frac{1}{6}$ s

$m = 1{,}0$ kg

E — ? $v_{\max}$ — ?

E_k — ? E_p — ?

A fizikai probléma elemzése, megoldás.

A rendszer zárt, ezért érvényes a teljes mechanikai energia megmaradásának törvénye:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = E_k + E_p .$$

Összehasonlítjuk a rezgésegyenlet általános alakját a feladatban megadott egyenlettel: $\left.\begin{array}{l} x = A\cos\omega t, \\ x = 0{,}1\cos 2\pi t \end{array}\right| \Rightarrow A = 0{,}1$ m; $\omega = 2\pi$ s^{-1}.

Mivel $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, ezért $k = \omega^2 m = 4\pi^2 \cdot 1 \approx 40$ (N/m); $E = E_{p\max} = \frac{kA^2}{2} = 0{,}20$ (J);

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{kA^2}{m}} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = A\omega = 0{,}1 \cdot 2\pi \approx 0{,}63 \text{ (m/s)}.$$

Meghatározva a rugó megnyúlását $t = \frac{1}{6}$ s, múlva, meghatározzuk a rugó helyzeti és mozgási energiáit: $x = 0{,}1\cos 2\pi t = 0{,}1\cos 2\pi \cdot \frac{1}{6} = 0{,}1\cos\frac{\pi}{3} = 0{,}05$ (m);

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{40 \cdot 0{,}0025}{2} = 0{,}05 \text{ (J)}; \quad E = E_k + E_p \Rightarrow E_k = E - E_p = 0{,}20 - 0{,}05 = 0{,}15 \text{ (J)}.$$

Felelet: $E = 0{,}20$ J; $v_{\max} = 0{,}63$ m/s; $E_k = 0{,}15$ J; $E_p = 0{,}05$ J.

Összegzés

- A rugós inga olyan rezgő rendszer, amely rugóhoz rögzített testből áll. A rugós inga periódusideje nem függ a rezgések amplitúdójától, és a következő képlettel határozható meg: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

• A matematikai inga anyagi pontból, súlytalan, nem nyúló fonálból és gravitációs térből álló rezgő rendszer fizikai modellje. A matematikai inga periódusideje nem függ sem annak tömegétől, sem a rezgések amplitúdójától és a következő képlettel határozható meg: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

• Az inga szabadrezgése során annak helyzeti és mozgási energiája szüntelenül változik. A helyzeti energia a fordulópontokban a legnagyobb, az egyensúly pillanatában pedig nulla. A mozgási energia a fordulópontokban nulla, és az egyensúlyi állapot pillanatában éri el maximális értékét.

Ellenőrző kérdések

1. Írjátok le a rugós inga rezgésének folyamatát! Miért nem áll meg a test, amikor az egyensúlyi helyzetén halad át? **2.** Milyen képlet segítségével határozható meg a rugós inga rezgésének periódusideje? **3.** Definiáljátok a matematikai inga fogalmát! **4.** Írjátok le a matematikai inga rezgésének folyamatát! Milyen képlet segítségével határozható meg a rezgés periódusideje? **5.** Milyen energiaátalakulások mennek végbe a rugós inga rezgése folyamán? A matematikai inga rezgése során? **6.** Az inga helyzeti energiája melyik helyzetében éri el a maximális értéket? Mi mondható el a mozgási energiáról ebben a pillanatban?

20. gyakorlat

1. A „kiskocsi – rugó” rendszerben szabadrezgések mennek végbe. Növekszik-e vagy csökken a rezgések periódusa, ha: 1) megnövelik a rezgések amplitúdóját? 2) Csökkentik a kiskocsi tömegét? 3) Növelik a rugó merevségét?
2. Végez-e rezgést a matematikai inga a súlytalanság állapotában? A válaszokat indokoljátok meg!
3. Hogyan változik az ingaóra járása, ha meleg szobából egy hideg kamrába viszik át? Ha a felhőkarcoló első emeletéről a tetejére viszik fel?
4. Mekkora a 40 N/m merevségű rugóra rögzített test tömege, ha az egyensúlyi helyzetéből való kitérése után 8 rezgést végez 12 s alatt?
5. Mekkora maximális magasságra tér ki a matematikai inga, ha az egyensúlyi állapotának pillanatában a sebessége 0,2 m/s? Mennyi az inga hossza, ha rezgésének periódusa 2 s?
6. Az 5 kg tömegű rugós inga rezgésének egyenlete $x = 0{,}2\cos 10\pi t$. . Határozzátok meg: 1) az inga rezgésének körfrekvenciáját és periódusát; 2) az inga rugójának merevségét; 3) a rezgések teljes mechanikai energiáját; 4) az inga kilengését, mozgási és helyzeti energiáját a megfigyelés 0,025 másodpercében!
7. A pisai dóm csillárját megfigyelve, amely a huzat hatására lendült ki egyensúlyi állapotából, Galileo Galilei megmérte a rezgésidejét és megállapította, hogy … . Kiegészítő információforrás segítségével tudjátok meg: 1) mit állapított meg Galilei; 2) hogyan mérte meg a rezgésidőt óra nélkül; 3) mennyi a nagy csillár rezgésének periódusideje (ennek érdekében találjatok információt a függeszték hosszáról).

Kísérleti feladat

Készítsetek ingát! Hosszú fonalra rögzítsetek egy viszonylag nehéz testet, és mérjétek meg otthonotokban a szabadesés gyorsulását! Győződjetek meg róla, hogy az értéke valóban 9,8 m/s^2!

21. §. REZONANCIA

1850-ben a franciaországi Angers városkában egy 102 hosszú lánchídon katonák menetelve keltek át. Ennek következményeként a híd kilengése annyira felerősödött, hogy a láncok elszakadtak, és a híd a folyóba zuhant. 1830-ban hasonló okok miatt szakadt le az angliai Manchester város egyik függőhídja. 1940-ben erős széllökések okozták a Tacoma (Egyesült Államok) híd leomlását. Ezek az események hűen szemléltetik a rezgő rendszerek rezonanciáját. Mi is az a rezonancia? Milyen estekben hasznos a jelenléte és mikor káros?

1 Miért van szükség energiára a rendszerek rezgésének fenntartásához?

Ha a rezgő rendszert kimozdítjuk egyensúlyi állapotából, benne szabad rezgések jönnek létre, melyek frekvenciája nem függ az amplitúdótól. *A szabad rezgések frekvenciáját a rezgő rendszer saját frekvenciájának nevezzük.* Az energiaveszteség miatt a *szabadrezgések mindig csillapodó rezgések*. Ahhoz, hogy a rezgések ne csillapodjanak, a rezgő rendszernek állandóan külső energiára van szüksége.

Megvizsgálunk egy példát. Bizonyára mindannyian hintáztatok már. Mikor kicsik voltatok a felnőttek hintáztattak benneteket, nagyobb korotokban már megtanultátok a hintában ülve meglendíteni magatokat. A hintán lendítve magatokat (a hinta szintén egy fizikai inga) az izmaitok munkájának köszönhetően a „hinta" rezgő rendszernek energiát adtok át.

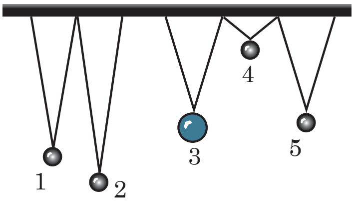
Ha a rendszernek átadott energia nem elegendő ahhoz, hogy a súrlódás miatti veszteséget kiküszöböljük, úgy a hinta mozgásának amplitúdója fokozatosan addig csökken, míg a hinta *rezgése nem állandósul*. Állandósult *rezgés esetén a rendszer energiavesztesége egyenlő a rendszer által kívülről kapott energia mennyiségével* (jelen esetben az izmaitok munkája által jön létre). Ha a kívülről kapott energia mennyisége nagyobb annál, amennyire a súrlódás leküzdéséhez szükség van, úgy a rezgések amplitúdója növekedni fog. Viszont az amplitúdó növekedésével növekszik az energiaveszteség is, ezért bizonyos idő múlva a hinta újra állandó amplitúdóval fog kilengeni, mely az előző állandó amplitúdónál nagyobb lesz.

A hintát más módszerrel is ki lehet lendíteni: a földön állva a hintát kézzel fogva mozgatjátok előre-hátra olyan frekvenciával, amely nem egyezik meg a hinta saját frekvenciájával. A hinta *kényszerrezgéseket fog végezni, amelyek frekvenciája egyenlő a rá ható lendítőerő frekvenciájának változásával* (a kezetek részéről ható rugalmassági erő), viszont kérdéses, hogy lesz-e elég erőtök nagy amplitúdójú rezgés eléréséhez.

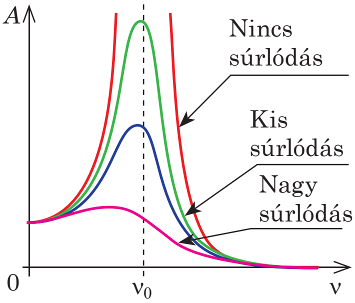
2 Miért jön létre rezonancia?

A hintát előre-hátra változó ütemben lendítgetni talán csak a kísérlet kedvéért próbáljátok meg, mivel már tapasztalatból tudjátok, hogyha a hintát saját ütemének megfelelően lendítitek, akkor nagyobb kilengést érhettek el. A lengések tágassága rohamosan növekszik, ha a külső változó erő frekvenciája egybeesik a hinta szabad rezgésének frekvenciájával.

Azt a jelenséget, amikor a periodikusan változó külső erők frekvenciája megegyezik a rezgő rendszer saját frekvenciájával, rezonanciának nevezzük.



21.1. ábra. A rezonancia jelenségét tanulmányozó kísérlet. A 3. (a legnehezebbik) és 5. golyó azonos hosszúságú fonalra van rögzítve



21.2. ábra. A rezgések A amplitúdója és a külső változó erő ν frekvenciája közötti összefüggés grafikonja különböző súrlódási erők függvényében; ν_0 a rendszer rezgésének saját frekvenciája

A rezonancia megfigyelésére elvégzünk egy kísérletet. Vékony lécre felfüggesztünk négy könynyű és egy nehezebb golyót (21.1. ábra). Így őt ingát kaptunk. A nehéz golyót kilendítjük az egyensúlyából, ami ennek következtében rezgésbe kezd. A nehéz inga rezgése átadódik a lécnek, ami ugyanolyan frekvenciájú kényszerrezgéseket kezd végezni és a többi ingára periodikusan változó erővel hat. Ennek eredményeképpen azok szintén rezgőmozgásba kezdenek. A legnagyobb mértékben az 5. inga leng ki, amelynek fonalhossza (egyben rezgésének frekvenciája is) megegyezik a 3. nehéz golyó fonalhosszával.

Kiderítjük az ingák ilyen viselkedésének okait. Arról van szó, hogy amikor a külső erő változásának frekvenciája nem esik egybe a rezgőrendszer saját frekvenciájával ($\nu \neq \nu_0$), a külső erő hol előre lendíti az ingát (pozitív munkát végez), hol gátolja a mozgásában (negatív munkát végez). Ennek eredményeként a külső erők munkája jelentéktelen, ezért kicsi lesz az állandósult rezgések amplitúdója is.

Ha a külső erők változásának frekvenciája megegyezik a rendszer rezgésének frekvenciájával ($\nu = \nu_0$), akkor a rezgések teljes időtartama alatt a külső erő hatásának iránya egybeesik az inga mozgásának az irányával, ezért a külső erő által végzett munka egész idő alatt pozitív lesz. A rendszer energiája gyorsan nőni kezd és ennek eredményeként gyorsan nő a rezgések amplitúdója is.

A rezonancia jelenségének leírása grafikon segítségével a legszemléletesebb.

A kényszerrezgések amplitúdója és a külső erők változásának frekvenciája közötti összefüggés grafikonját **rezonanciagörbének** nevezzük.

A 21.2. ábra különböző mértékű súrlódási erők hatása alatti rezonanciagörbét ábrázol. Elemezve a grafikonokat, az alábbi következtetésre jutunk: 1) a külső erő hatására elérhető amplitúdó akkor lesz a legnagyobb, ha a külső változó erő frekvenciája egybeesik a rendszer saját frekvenciájával ($\nu = \nu_0$); 2) minél nagyobb a rendszerben ható súrlódási erő, annál kisebb a rezonanciagörbe csúcspontja, azaz annál kevésbé érződik a rezonancia.

3 Hogyan küszöbölhető ki és hol hasznosítható a rezonancia?

Minden fizikai test képes szabad rezgést végezni. Az ilyen objektumokra periodikusan ismétlődő külső hatások rezonanciát idézhetnek elő, ami az objektumok összeomlásához vezethet. A paragrafus elején már említettük, hogyan szakadtak le a hidak rezonancia hatására. Ismeretesek olyan repülőgép katasztrófák is, amikor a szárnyak rezgésének amplitúdója a légörvény-turbolencia hatására hirtelen megnőtt. A vonatok mozgásakor a kerekek kattogásának frekvenciája a sínösszetételeknél néha egybeesik a lengéscsillapítók szabad rezgésének a frekvenciájával, melynek következtében a vagonok vészesen kilenghetnek, ami balesethez vezethet.

Hogyan küszöbölhető ki a rezonancia káros hatása? A 21.2. ábra grafikonjait elemezve azt látjuk, hogy a súrlódás növelésével például csökkenthető a rezonancia, azonban ez fölösleges energiaveszteséghez vezet. Ezért más módszerekhez folyamodnak: megváltoztatják a rendszer rezgésének vagy a kívülről ható változó erőnek a frekvenciáját. Például a fenti példában a repülőgépeknél egyszerűen megnövelték a szárnyak súlyát, minek hatására azok rezgési frekvenciája eltért a rá ható külső erők frekvenciájától. A vonatok részére meghatározzák az elkerülendő sebességet; a hidakon átkelve megtiltották a díszmenetben való vonulást; házak építésénél szem előtt tartják a földkéreg rezgésének frekvenciáját földrengések idején stb.

? Ha vederben vizet visztek, akkor egy bizonyos sebességnél a víz kilöttyen. Mit kell tenni ennek megszüntetésére?

A rezonancia jelensége hasznos is lehet. Rezonancia segítségével egyszerűbb meglendíteni a hintát, könnyebb kitolni az elakadt autót. A rezonanciát felhasználják a bányászatban a vibrációs fejtőgépeknél, az akusztikában, orvostudományban, a rádiójelek vételénél és továbbításánál. A fizika további tanulmányozása során több alkalommal találkozhattok majd a rezonancia felhasználásával.

Összegzés

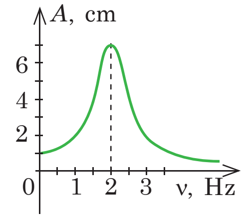
- A kényszerrezgések amplitúdójának hirtelen megnövekedését, amikor a periodikusan változó külső erők frekvenciája megegyezik a rezgő rendszer saját frekvenciájával, rezonanciának nevezzük.
- A kényszerrezgések amplitúdója és a külső erők változásának frekvenciája közötti összefüggést rezonanciagörbének nevezzük. Minél nagyobb a rendszerben a súrlódás, annál alacsonyabb (lapultabb) lesz a rezonanciagörbe csúcspontja, vagyis annál kevésbé nyilvánul meg a rezonancia.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk rezonanciának? Mondjatok rá példákat! **2.** Mi a rezonanciagörbe? Milyen következtetéseket vonhatunk le a tanulmányozása során? **3.** Hogyan küszöbölhető ki a nemkívánatos rezonancia? Hol hasznosítják a rezonanciát?

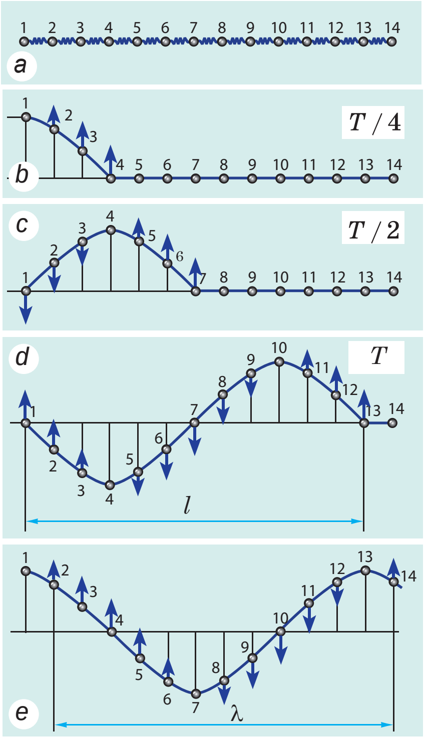
21. gyakorlat

1. Miért remeg az ablaktábla, amikor a ház előtt jármű halad el?
2. A rugós inga 0,5 kg tömegű nehezékére 10 Hz frekvenciájú változó erő hat. Létrejön-e rezonancia abban az esetben, ha a rugó merevsége 200 N/m?
3. A vonat milyen minimális sebességénél jön létre rezonancia, ha egy síndarab hossza 25 m, a vagon saját rezgésének periódusa 1,25 s?
4. Az ábrán egy 1 kg tömegű rugós inga rezonanciagörbéje látható. Határozzátok meg a rugó merevségét!
5. A vagon belsejében 40 cm hosszú fonalra egy kistömegű nehezéket rögzítettek. Mekkora a vonat sebessége abban a pillanatban, amikor a nehezék intenzíven kezd kilengeni? A síndarab hossza 25 m.



22. §. MECHANIKAI HULLÁMOK

Amikor az egyik helyen létrejött rezgés a térben továbbterjed, akkor *hullámmozgásról – hullámról* – beszélünk. Földalatti mozgások következtében a földkéregben szeizmikus hullámok terjednek, aminek következtében földrengés és szökőár alakulhat ki; a hangszóró membránjának rezgése hanghullámokat hoz létre, amiket hangként érzékelünk; a szívverés eredményezi a verőér falának a rezgését (pulzus). Felidézzük a hullámmozgás jellegzetességeit.



22.1. ábra. Keresztirányú (transzverzális) hullám terjedési mechanizmusa. A kék nyilak a mozgás irányát mutatják, és annak nagyságát érzékeltetik (minél hosszabb a nyíl, annál nagyobb a sebesség); λ hullámhossz

1 Hogyan terjed a mechanikai hullám?

Az anyag vagy mező rezgésének terjedését a térben **hullámnak** nevezzük.

Fizikai természetük alapján a hullámoknak két típusát különböztetik meg: *elektromágneses hullámok* (például rádióhullámok, fény) és *mechanikus hullámok*.

A **mechanikai hullám** a rezgések terjedése rugalmas közegben.

A közeget *rugalmasnak* nevezik, ha alakváltozása során a deformációt akadályozó erők – rugalmassági erők – jönnek létre.

Ha egy gumikötél egyik végét rezgésbe hozzák, akkor a hullámzás fokozatosan átadódik a kötél további részének – a kötélen hullám fut végig. Megvizsgáljuk modellen az ilyen hullám terjedését: a zsinórt egyforma, súlytalan rugóval összekötött golyócskák sorával helyettesítjük (a golyók a zsinór részeit* jelképezik), amely a részecskék rugalmas kölcsönhatását modellezi (22.1. *a* ábra).

Ha az 1. golyót kimozdítják nyugalmi állapotából, akkor a rugó széthúzódik és a 2. golyóra rugalmassági erő kezd hatni; ennek eredményeként a 2. rugó is mozgásba kezd. Mivel a golyó tehetetlen, ezért egy kis idő elteltével követi az 1. mozgását.

Ha az 1. golyó rezgőmozgásba kezd, a 2. golyó szintén rezegni kezd, de bizonyos időeltolódással; a 2. golyó rezgésének eredményeként a 3. golyó is mozgásba jön, majd a 4. stb. (22.1. *b–e* ábrák). Végül az összes golyó az 1. golyóval azonos frekvenciával, de fáziseltolódással fog mozogni.

* A mechanikai hullámok vizsgálata során *nem az atomokat, molekulákat és ionokat fogjuk részecskéknek tekinteni, hanem a közeg kisebb részeit.*

Általános esetben a rugalmas hullám terjedésének mechanizmusa a következő. A rugalmas közegben rezgő test – *a hullám forrása* – deformálja a közeg hozzá közel eső rétegeit (rezgésének ütemében összenyomja vagy széthúzza, esetleg elmozdítja azokat). A deformáció során létrejövő *rugalmassági erők* a közeg következő rétegeire hatva *kényszerrezgésekre* késztetik őket. A közeg rétegei fokozatosan hullámmozgásba kezdenek, vagyis a közegben hullám jön létre.

2 A hullámmozgás jellemzői

1. *A hullám a közegben véges sebességgel terjed*: a hullámmozgás egyik pontból a másikba nem azonnal, hanem bizonyos idő elteltével adódik át.

2. *A mechanikus hullámok forrása mindig egy rezgő test*: mivel a közeg részecskéinek rezgése a hullám terjedése során kényszerrezgés, ezért annak *frekvenciája megegyezik a forrás frekvenciájával.*

3. *A mechanikai hullámok a vákuumban nem terjednek.*

4. *Hullámmozgás esetén nem történik anyagátvitel* – minden egyes részecske egy egyensúlyi helyzet körül rezeg.

5. Hullámzáskor a közeg részecskéi mozogni kezdenek (mozgási energiát vesznek fel). Ez azt jelenti, *hogy hullámmozgáskor energiaátvitel történik*. ***Az anyagátvitel nélküli energiaátvitel – bármilyen hullám legfontosabb tulajdonsága***.

22.2. ábra. A 22.§-ban található feladathoz

Idézzétek fel a tenger felszínén látható hullámmozgást (22.2. ábra)! Vajon az ember is együtt mozog a hullámokkal, például a part felé? Vagy hogyan mozog? Miért?

3 A hullámokat jellemzőfizikai mennyiségek

Mivel a hullám – a rezgés terjedése, ezért a rezgéseket jellemző fizikai mennyiségek (ν *frekvencia*, T *periódusidő*, A rezgés *amplitúdója*) a hullámokat is jellemzik. A hullámoknak ezeken kívül még két fontos jellemzőjük van: a λ *hullámhossz és a hullám* v *terjedési sebessége.*

A hullám terjedési sebességének az azonos rezgésfázissal rendelkező pontok terjedését nevezik (például a hullámtaraj terjedési sebessége). A hullám terjedési sebessége nem azonos a közeg részecskéinek sebességével: a részecskék egy egyensúlyi állapot körül rezegnek, a hullámok pedig meghatározott irányban terjednek.

Visszatérünk a 22.1. ábrához. Tételezzük fel, hogy az 1. golyó egy rezgést végzett, vagyis mozgásideje egy periódussal egyenlő $(t = T)$. Ez alatt az idő alatt a hullám elért a 13. golyóhoz. Könnyű belátni, hogy a továbbiakban az 1. és a 13. golyó azonosan – szinkronban, egy fázisban rezeg tovább. Kézenfekvő, hogy hasonlóképpen azonosan rezeg a 2. és 14., 3. és 15. stb golyó is.

A **hullám λ hosszának** az azonos fázisban rezgő egymáshoz legközelebb álló két pont közötti távolságot nevezzük; azt a távolságot, amelyet a hullám egy T periódusnyi idő alatt tesz meg:

$$\lambda = vT$$

A hullámhossz mértékegysége az SI rendszerben – a **méter**: $[\lambda] = 1$ m.

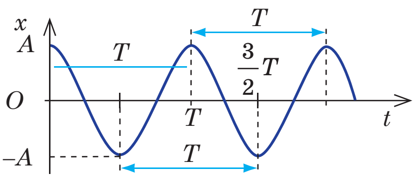
Figyelembe véve, hogy $T = 1/\nu$, megkapjuk a **hullám egyenletét** – a *hullám hossza, frekvenciája és terjedési sebessége közötti összefüggést:*

$$v = \lambda\nu$$

Jegyezzétek meg! A hullám terjedési sebességét a közeg rugalmassági tulajdonsága határozza meg, ezért *ha a hullám az egyik közegből a másikba megy át, terjedési sebessége megváltozik, frekvenciája viszont változatlan marad*, mivel azt a hullámforrás frekvenciája határozza meg. A hullám egyenlete alapján állíthatjuk, hogy a hullám egyik közegből a másikba történő átmenete során a *hullám hossza megváltozik*.

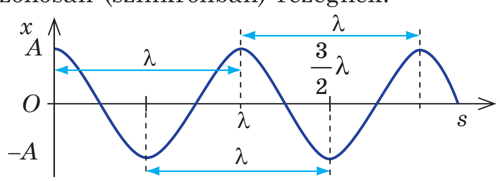
A hullám térbeli és időbeli periodikusságot mutat. Mit jelent ez?

A közeg bármelyik részecskéje időbeli periodikus rezgést végez: *T idő elteltével a részecske rezgése megismétlődik*.



A T periódus – a hullám időbeli periodikusságának a jellemzője.

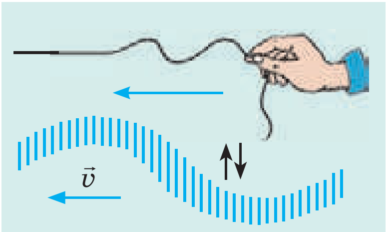
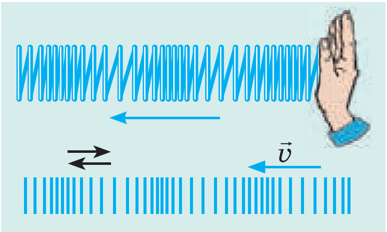
Ha kiválasztunk egy meghatározott időpontot, akkor *a hullám λ hosszának megfelelő távolság megtétele után a hullám alakja megismétlődik*. A λ távolságnyira lévő részecskék azonosan (szinkronban) rezegnek.



A hullám λ hossza – a hullám térbeli periodikusságának jellemzője.

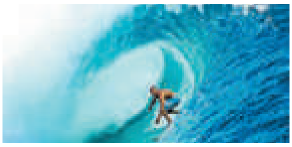
4 Milyen típusú mechanikai hullámok léteznek?

A 9. osztályos fizika tananyagából már tudjátok, hogy a közeg részecskéinek a hullám terjedési irányához viszonyított mozgásiránya alapján megkülönböztetünk *hosszanti* és *keresztirányú hullámokat*.

Keresztirányú (transzverzális) hullám – olyan hullám, amelyben részecskék rezgésének iránya merőleges a hullámterjedés irányára.	**Hosszanti (longitudinális) hullám** – a részecskék rezgésének iránya egybeesik a hullámterjedés irányával.
	

Keresztirányú hullámzáskor a tér egyik rétegének a másikhoz viszonyított *elcsúszása* történik. A *rétegek elcsúszása* a szilárd testekben rugalmassági erők létrejöttét eredményezi, ezért a *keresztirányú hullámok csak a szilárd testekben terjednek.*	*Hosszanti hullámok* esetén a közeg rétegeinek váltakozó összenyomódása *(sűrűsödése)* vagy *széthúzódása (ritkulása)* megy végbe. Az ilyen deformáció eredményeként bármilyen közegben rugalmassági erők jönnek létre, ezért a *hosszanti hullámok bármilyen* közegben terjedhetnek (cseppfolyós, szilárd, gáznemű).

A víz felszínén látható hullámok se nem keresztirányúak, se nem hosszantiak. Ezek a hullámok összetett típusúak. A víz részecskéi a hullámirányra merőlegesen és vele azonos irányban is mozoghatnak. Általános esetben a részecskék ellipszis mentén mozognak.



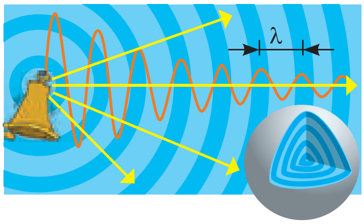
A zsinegben, szalagban vagy rugóban terjedő hullámok csak két irányban terjedhetnek – a zsineg (szalag, rugó) mentén. Viszont ha a hullámforrás a közeg belsejében rezeg, a hullám minden irányban terjed és eközben a közeg egyre több pontját rántja magával, amelyek egy felületet alkotnak. *Azt a felületet, amelyhez a hullám az adott pillanatban elért,* **hullámfrontnak (hullám elejének, oldalának)** *nevezzük.*

A front mindegyik részecskéje azonos fázisban mozog. *Az egyfázisú felületet* **hullámfelszínnek (hullámfelületnek)** *nevezzük.* Tehát a hullámfront – határos hullámfelszín. A hullámfelszínek lehetnek *gömb- és henger alakúak, laposak.*

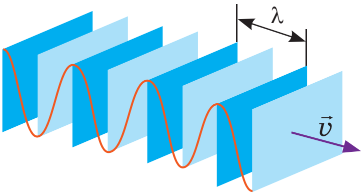
Gömbhullám (22.3. ábra) akkor jön létre, ha a hullámforrás pulzáló anyagi pont vagy gömb. Ebben az esetben a közeg szomszédos rétegei által felvett energia egyre nagyobb területen terjed szét, ezért a forrástól való eltávolodással a hullámok amplitúdója csökken. Ugyanez érvényes a **henger alakú hullámokra (hengerhullám)** is (ilyen hullámot hoz létre például a pulzáló vasmag).

Más a helyzet **síkhullámok** esetén (22.4. ábra). Síkhullám úgy hozható létre, ha egy lemezt a felületére merőlegesen rezegtetünk. Ebben az esetben az energia ugyanakkora területen oszlik el, ezért ha a súrlódási erők elhanyagolhatóan kicsik, a hullám amplitúdója változatlan marad.

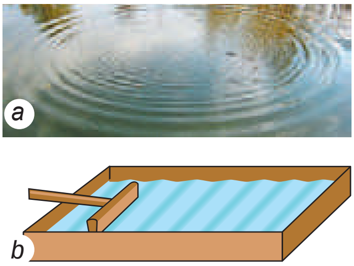
❓ Hogyan változik a hullám amplitúdója a folyadék felszínén (22.5. ábra) körhullám esetén? síkhullám esetén?



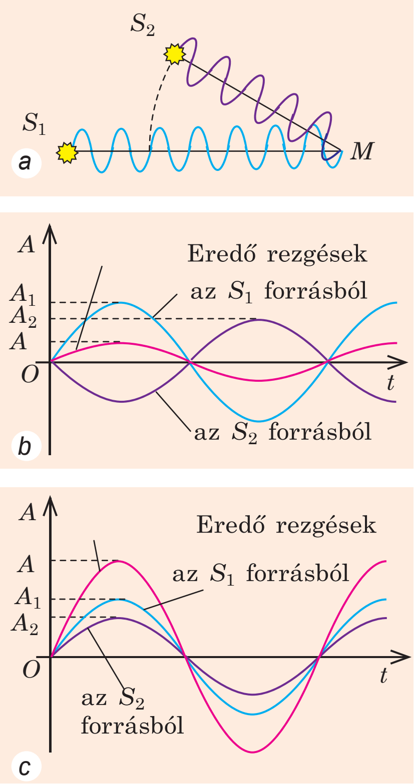
22.3. ábra. A gömbhullám felszíne – gömb; a forrástól való eltávolodással csökken a hullám amplitúdója



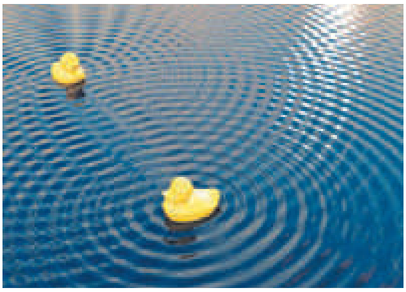
22.4. ábra. A síkhullámok felszíne. Kékkel ábrázolták a közeg legnagyobb mértékű összenyomódását, égszínkékkel pedig a legkisebb mértékűt



22.5. ábra. Hullámok a folyadék felszínén: körhullám (*a*); síkhullám (*b*)



22.6. ábra. Ha a hullámok ellentétes fázisban érnek az M pontba, az eredő rezgések amplitúdója csökken: $A = A_1 - A_2$ (*b*), ha viszont azonos fázisban érnek oda, az eredő rezgések amplitúdója növekszik: $A = A_1 + A_2$ (*c*)



22.7. ábra. Pontforrásokból származó körhullámok interferenciaképe. A víz felszínén láthatók olyan részek, ahol szinte nem alakul ki hullámmozgás

5 Hulláminterferencia

A nem nagyon nagy amplitúdójú hullámok esetén teljesül a *szuperpozíció elve*: *ha a tér egy bizonyos pontjába több forrásból származó hullám érkezik, akkor ezek a hullámok lefedik egymást*. Az ilyen fedés következtében a tér egyes pontjaiban a hullámzás erősödése, míg másokban a hullámzás gyengülése figyelhető meg. Tisztázzuk, hogyan és miért történik így. Tételezzük fel, hogy az M pontban két *koherens* – két különböző, *szinkronban rezgő, tehát azonos fázisú és frekvenciájú*, S_1 és S_2 forrásból származó – hullám találkozik (22.6. *a* ábra).

Ha a hullámok az M pontba ellentétes fázisokban érkeznek (ugyanabban a pillanatban az egyik hullán az M pontot „felemeli", míg a másik „lenyomja"), akkor a hullámok mindenkor kioltják egymást (22.6. *b* ábra).

Ha viszont a hullámok az M pontba azonos fázisban érkeztek, az M pontban *mindig* megnövekedett amplitúdójú rezgés figyelhető meg (22.6. *c* ábra).

A hullámok átfedésének azt a jelenségét, amelynek következtében a tér egyes pontjaiban az eredő hullámok időbeni stabil erősödése vagy gyengülése figyelhető meg, **interferenciának** nevezzük.

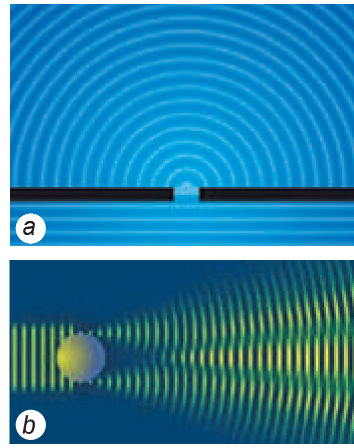
Tekintsétek meg a 22.7. ábrát, és idézzétek fel, mikor figyeltetek meg hasonló jelenséget! Vajon akkor is látunk interferenciaképet, ha a kacsák eltérő frekvenciával rezegnek?

6 A hullámok elhajlása (diffrakció)

A tengeren úszó hajó a víz felszínén hullámokat gerjeszt. Ha a hullám terjedése során a vízből kiálló sziklába vagy fába ütközik, akkor a szikla mögött árnyék jön létre (vagyis közvetlenül a szikla mögé a hullám nem jut el), ami a fa esetében nem figyelhető meg (a hullám egyszerűen megkerüli).

Azt a jelenséget, amikor a hullámok megkerülik az előttük lévő akadályokat, **diffrakciónak** vagy elhajlásnak **nevezzük** (latin *difractus* – megtört) (22.8. ábra).

A fenti példákban a fa esetében megfigyelhető diffrakció, míg a szikla esetében nem. Viszont ez nincs mindig így. Ha a szikla nagy távolságra van a parttól, akkor a sziklától bizonyos távolságra megszűnik az árnyék – a hullán a sziklát is megkerüli. Arról van szó, hogy az elhajlás két esetben figyelhető meg: 1) ha az akadály lineáris méretei (vagy a rés mérete, amin keresztül a hullám terjed), a hullámhosszal összemérhetők; 2) ha az akadály és a megfigyelési pont közötti távolság jelentősen nagyobb az akadály méreténél.



22.8. ábra. Mechanikai hullámok diffrakciója résen (*a*); akadályon (*b*)

Összegzés

• Az anyag vagy mező rezgésének kiterjedését a térben hullámnak nevezzük. A mechanikai hullám a rezgések terjedése rugalmas közegben.

• A hullám a közegben nem azonnal, hanem véges sebességgel terjed. A hullám terjedése során anyagátvitel nélküli energiaátvitel történik. A hullámok átfedése következtében a tér egyes pontjaiban az eredő hullámok időbeni stabil erősödése vagy gyengülése figyelhető meg – ez a jelenség az interferencia. A hullámok megkerülhetik az útjukba kerülő akadályokat – ez a diffrakció jelensége.

• Keresztirányú (transzverzális) hullám olyan hullám, amelyben a közeg részecskéinek rezgése merőleges a hullámterjedés irányára. Ha a közeg részecskéinek rezgése egybeesik a hullámterjedés irányával, akkor hosszanti (longitudinális) hullámról beszélünk.

• A hullám időben és térben periodikus. A hullám időbeli periodikusságát a hullám összes pontjának rezgése jellemzi. A hullám térbeli periodikusságát a hullámhossz jellemzi. A hullám hossza az a távolság, amelyet a hullám egy periódusnyi idő alatt tesz meg. A hullám λ hossza és ν frekvenciája között a következő az összefüggés: $v = \lambda\nu$, ahol v a hullám terjedési sebessége.

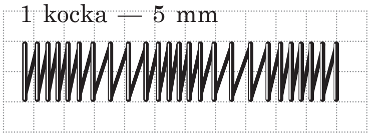
Ellenőrző kérdések

1. Határozzátok meg a mechanikus hullám fogalmát! Írjátok le létrejöttének mechanizmusát! **2.** Nevezzétek meg a hullámmozgás fő jellegzetességeit! **3.** Milyen fizikai mennyiségek jellemzik a hullámot? **4.** Mit nevezünk a hullám hosszának? Mitől függ? **5.** Milyen összefüggés van a hullám hossza, frekvenciája és terjedési sebessége között? **6.** Mit jelent az a kifejezés, hogy a „hullám időben és térben periodikus”? **7.** Milyen hullámokat nevezünk hosszantinak? Keresztirányúnak? **8.** Milyen hullámokat nevezünk gömbhullámoknak? Síkhullámoknak? Hogyan változik a hullámok energiája a forrásoktól való távolodásuk során? **9.** Miben rejlik az interferencia jelensége? Milyen esetekben erősítik a hullámok egymást? Milyen esetekben gyengítik egymást? **10.** Hozzatok fel példákat a mechanikai hullámok diffrakciójára!

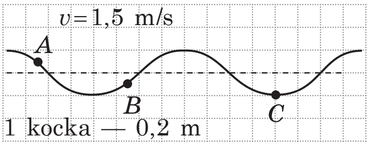
22. gyakorlat

1. A test a víz felszínén 36 s alatt 90 rezgést végez. A test irányából 1,5 m/s sebességgel terjed a mechanikus hullám. Állítsatok fel megfeleltetést a fizikai mennyiségek és azok SI-rendszerbeli jelölésük között.

1 Hullámhossz — **A** 0,4
2 A hullám frekvenciája — **B** 0,6
3 A hullámforrás rezgési periódusa — **C** 2,4
D 2,5



1. ábra



2. ábra

2. Az 1. ábrán hullám terjedése látható egy rugón. Határozzátok meg a hullám hosszát! Rezgésiránya szerint a hullám Keresztirányú vagy hosszanti irányú-e az adott hullám?
3. A zsinóron keresztirányú hullám terjed. A 2. ábrán látható időpontban a *B* pont felfelé mozog. Határozzátok meg: 1) a hullám amplitúdóját, hosszát és frekvenciáját; 2) a hullám terjedési irányát; 3) azt az irányt, amelybe az adott pillanatban a hullám *A* és *C* pontjai mozognak; 4) az *A* és *C* pontok gyorsulásának az irányát!
4. Kiegészítő információforrás segítségével derítsétek ki, hogyan jönnek létre és hogyan terjednek a szeizmikus hullámok földrengések során! Milyen lehet ezeknek a hullámoknak a hossza, frekvenciája és terjedési sebessége? Hogyan jelezhető előre a földrengés? A megtalált adatok alapján állítsatok össze feladatot!
5. Mint tudjátok a hanghullámok mechanikus hullámok. Idézzétek fel a 9. osztályos fizika tananyagát, és soroljatok fel néhány hanghullámforrást!

Kísérleti feladat

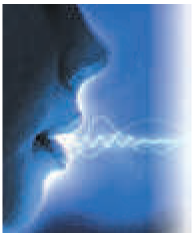
Készítsétek el a 22.5. *b* ábrán látható berendezést, amelynek segítségével kör- és síkhullámok hozhatók létre a fürdőkádban lévő víz felszínén! Készítsetek videofelvételt a hullámokról, és határozzátok meg azok tulajdonságait! Figyeljétek meg két forrásból származó hullámok interferenciáját (gondoljátok ki, hogyan lehet azokat létrehozni), hullámok diffrakcióját résen és akadályon át!

Fizika és technika Ukrajnában

Az **Ukrán Nemzeti Tudományos Akadémia G. Sz. Piszarenko nevét viselő szilárdságkutató intézetét** (Kijev) 1966-ban hozták létre; alapítója és első igazgatója *Georgij Sztepanovics Piszarenko* akadémikus.

Az intézet tudományos tevékenységének fő irányai – szerkezetek fenntarthatósága és megsemmisülésének mechanikája, nem konzervatív mechanikai rendszerek rezgése – világhírt hoztak az intézmény számára (felidézzük az épületszerkezettan egyik feladatát: milyen vastagságúaknak kell lenni a házak falainak, hogy ne csak a normális külső hatásoknak álljanak ellen, hanem az esetleges földmozgásoknak is). Az intézet kutatói jelentős sikereket értek el elméleti és kísérleti téren a szilárdság kritériumainak megállapításában, valamint a technikai konstrukciós elemek teherbírásának a megnövelésére szolgáló módszerek kidolgozásában.

23. §. HANGHULLÁMOK



A fuvola hangja, a megapoliszok zaja, a fű susogása, a vízesés morajlása, zenei dallam, különféle zajok, emberi beszéd, akusztikus rezonancia … Mindezek a jelenségek egy mechanikus hullámtípus – a *hanghullámok* térbeli terjedésével kapcsolatosak, melyeket a *hangról szóló tudomány* – az **akusztika** tanulmányoz. Az akusztika egyes elemeivel a 9. osztályos fizika tananyagából már megismerkedhettetek.
Most ezt is felidézzük, valamint újdonságokkal is megismerkedhettek.

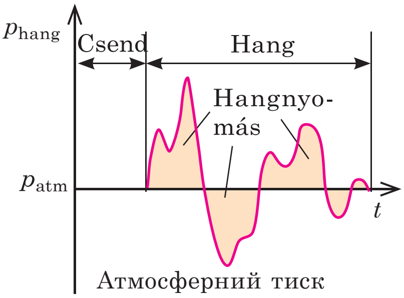
1 Felidézzük a hanghullámokat

A hanghullámok (akusztikus hullámok) – a 20 Hz és 20 kHz közötti frekvenciával rendelkező mechanikai hullámok.

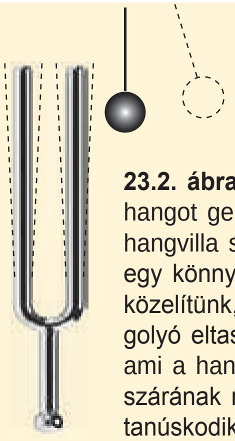
A hanghullámok a fülünkbe általában a levegőn keresztül jutnak el – váltott sűrűsödés és ritkulás formájában (vagyis a hanghullám a levegőben hosszanti hullám). Az sűrűsödés (ritkulás) környezetében a nyomás *kissé* nagyobb (kisebb) a légnyomásnál (23.1. ábra).

Mivel a hang mechanikai hullám, ezért a hullámmozgás mindegyik tulajdonsága a hanghullámokra is érvényes.

- *A hang a közegben véges sebességgel terjed, amely függ a közeg hőmérsékletétől, sűrűségétől, összetételétől és egyéb jellemzőitől.* A folyadékokban a hang gyorsabban terjed, mint a gázokban, viszont lassabban, mint a szilárd testekben. A hang terjedési sebessége (hangsebesség) a közeg hőmérsékletének a növekedésével általában növekszik (a 0 °C fokos levegőben a hangsebesség 330 m/s, 20 °C-os levegőben pedig 340 m/s). Ezenkívül, minél kisebb a közeg molekuláinak a tömege, annál nagyobb a hangsebesség.
- *A hang forrása – rezgő test* (23.2. ábra). Az ilyen rezgések lehetnek *kényszerrezgések* (a hangszóró membránja), *szabadrezgések* (a gitár húrjai), önrezgések (a vonós hangszerek húrjai).
- A hanghullámok a *vákuumban nem terjednek.*
- *A hangok terjedése során anyagátvitel nem történik, viszont energiaátvitel igen.*
- *A hanghullámok lefedhetik (interferencia) egymást, és megkerülhetik az akadályokat (diffrakció).*



23.1. ábra. Az emberi fül a megközelítőleg 20 μPa (0 decibel – a hallhatóság alsó határa) és 20 Pa (120 decibel – fájdalomküszöb) közötti többletnyomású hanghullámokat érzékeli. Összehasonlításképpen:
p_{atm} = 100 000 Pa



23.2. ábra. Ha a hangot generáló hangvilla szárához egy könnyű golyót közelítünk, akkor a golyó eltaszítódik, ami a hangvilla szárának rezgéséről tanúskodik

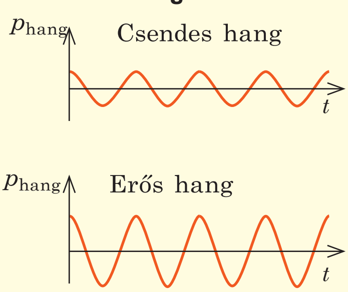
Milyen kísérletekkel és megfigyelésekkel támaszthatók alá a hang fentebb említett tulajdonságai?

2 Mi a kapcsolat a hang objektív és szubjektív jellemzői között?

A mechanikai hullámokat jellemző összes fizikai mennyiség (*amplitúdó, frekvencia, hullámhossz, energia*) a hanghullámokat is jellemzi. Ezek a mennyiségek nem függnek attól, hogy az ember milyen módon érzékeli a hangokat, ezért ezeket a hang *objektív*, vagy *fizikai* jellemzőinek nevezzük. A hang szubjektív jellemzői (*a hang erőssége, magassága, hangszín*) az emberi hallás jellegzetességein alapszik, ezért ezeket *fiziológiai* jellemzőknek nevezzük. Érthető, hogy a fizikai és fiziológiai jellemzők kapcsolatban vannak egymással (lásd a táblázatot).

A hang szubjektív (fiziológiai) jellemzői

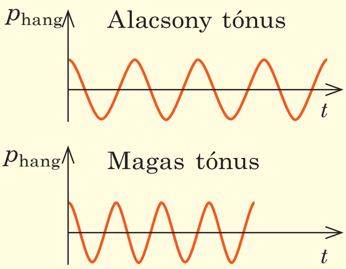
Hangerő



A **hangerőt elsősorban** a *hanghullám amplitúdója* (tehát a hangnyomás) határozza meg, viszont a hanghullám frekvenciájától is függ. Az emberi fül rosszul érzékeli az alacsony (megközelítőleg 20 Hz) és magas (közel 20 kHz) frekvenciájú hangokat, legjobban a közepes frekvenciájukat (1–3 kHz) érzékeli.
A hangerőt *decibelekben* mérik (dB). Például az 1 kHz frekvenciájú és 20 Pa hangnyomású hangerő 120 dB – *ez a hang fájdalomküszöbe* – a legerősebb hang, amit az ember fájdalom nélkül érzékelhet (ilyen erősségű hangot ad ki a reaktív repülőgép hajtóműve).

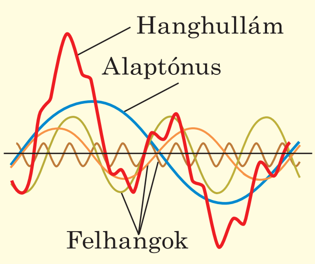
Jegyezzétek meg! Az erős (hangos) hang az embereknél halláskárosodást, sőt süketséget okozhat. Ez főként a fülhallgatóval hallgatott hangos zenére érvényes. *Fülhallgatóval csakis minimális hangerőre állított zenét szabad hallgatni!*

Hangmagasság

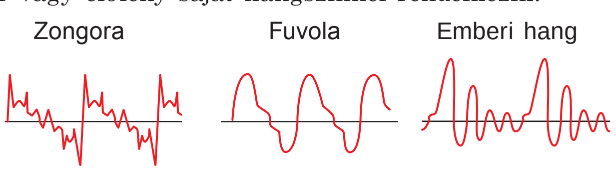


A **hangmagasságot általában** a *hanghullám frekvenciája határozza meg*: minél nagyobb a frekvencia, annál nagyobb a hang tónusa.
Például az első oktávú „*a*” hang 440 Hz frekvenciának felel meg, a második oktávú „*a*” pedig 880 Hz-nek.
Az ember fülének az a tulajdonsága, hogy képes megkülönböztetni a hangokat azok frekvenciája szerint, a hangok intenzitásától is függ. Az intenzitás növekedésével a hangmagasság alacsony tónusúnak tűnik.

Hangszín

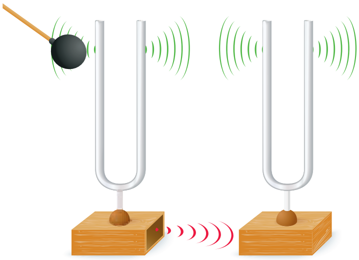


A **hangszínt** a *hanghullám összetétele* határozza meg: az alapfrekvencián kívül (amely alapján értékeljük a hangmagasságot) mindegyik hang tartalmaz néhány gyengébb és erősebb pótfrekvenciát – *felhangokat*. A hangszínnek köszönhetően ismerjük meg az embereket a hangjuk alapján, különböztetjük meg a más-más hangszerek hangjait stb. Minden hangszer, minden ember vagy élőlény saját hangszínnel rendelkezik.



3 Mi a hangrezonancia?

A hanghullámok terjedési távolságán belül található bármilyen testre a hullám frekvenciájával megegyező frekvenciájú periodikus erő hat. Ennek az erőnek a hatására a test kényszerrezgésekbe kezd. Ha a test saját rezgéseinek a frekvenciája azonos a hanghullám frekvenciájával, akkor a test rezgéseinek amplitúdója megnövekszik és hangot kezd kisugározni – *hangrezonancia* jön létre.



23.3. ábra. Az egyik hangvilla megszólaltatása által a másik hangvilla is megszólal

A **hangrezonancia** jelensége a hanghullám amplitúdójának hirtelen megnövekedése abban az esetben, amikor a gerjesztő jel frekvenciájának értéke megközelíti a rendszer saját rezgési frekvenciájának értékét.

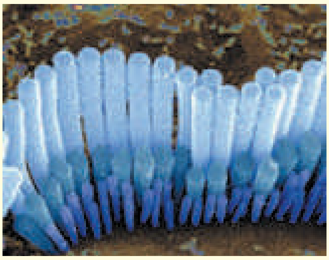
A hangrezonancia két azonos frekvenciájú hangvilla segítségével szemléltethető (23.3. ábra).

A hangrezonanciát egyes hangkeltő eszközök (húr, a hangvilla szárai, az emberi hangszalagok stb.) által létrehozott hangok felerősítésére használják. Például a hangvilla hangjának felerősítése érdekében a hangvillát olyan fadobozra (rezonátor) rögzítik, amelyben a levegő rezgésének saját frekvenciája megegyezik a hangvilla frekvenciájával. A rezonátorhoz rögzített hangvilla jóval hangosabban szól, mint az, amelyiket a kezünkben tartunk.

? Melyik esetben ad ki hosszabb ideig hangot a hangvilla: rezonátorral vagy anélkül?

AA hangrezonanciát számos hangszerben alkalmazzák. Az orgona sípjaiban, a hárfa, a bandura, a gitár és egyéb hangszer testében lévő levegő rezonál a rezgő testek által létrehozott alaphangokkal és felhangjaival, ezáltal felerősítve azokat. A szájüreg a hangszálak rezgései által gerjesztett hanghullámok számára szolgál rezonátorként.

Hogyan hallunk?



A fület elérve a hanghullámok egy sor átalakuláson mennek keresztül. Először a *dobhártyát* kényszeríti rezgésre. Minél hangosabb a hang, annál erősebben rezeg a dobhártya, miközben közvetíti a hanghullámokat a *középfülnek*, ahol az felerősödik.

A felerősített hang a *csigát* magába foglaló *belső fülbe* jut. A csiga felületét rendkívül érzékeny *szőrsejtek* borítják, melyek száma eléri a 15 ezret. Mindegyik szőrsejt saját frekvenciatartományban rezeg. Amikor megtalálja a „saját” frekvenciáját, a sejt rezgésbe kezd, és ezzel a hallóidegeken keresztül idegi impulzusokat küld az agyba – az ember hallja a hangokat.

Az életkor előrehaladtával csökken a szőrsejtek száma (a gyerekeknél található 15 ezerről az idősebbeknél meglévő 4 ezerig). Elsőként a magas frekvenciákért felelős sejtek halnak el, ezért a felnőtt ember nem hallja a magas hangokat (a serdülőkorúak a hangokat 22 kHz-ig érzékelik, míg az idősebbek csak 12 kHz-ig).

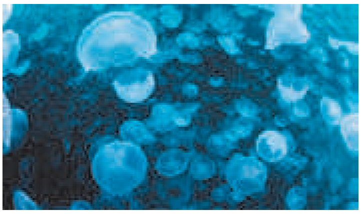


Рис. 23.4. Медузи відчувають інфразвук від шторму, що наближається, за 15 годин до його початку, тому заздалегідь відпливають від берега

4 Felidézzük az infra- és ultrahangot

Az **infrahangok** (a latin *infra* szóból, ami alacsonyabbat jelent) a 20 Hz alatti frekvenciával rendelkező mechanikai hullámok.

Infrahang sokféle természeti jelenség során keletkezik: viharos időjárás során, földrengéskor, szökőárkor, vulkánkitöréskor, a tenger hullámzásakor. Egyes élőlények képesek érzékelni az infrahangot (23.4. ábra). Az infrahang forrásaként különböző, ember által létrehozott objektum is szolgálhat: turbinák, belső égésű motorok stb. A városokban az infrahang a nagy forgalmú utak mentén a legerősebb.

Az infrahang nagyon veszélyes az ember és egyéb élőlény számára: tengeri betegséget, szédülést, látászavart okozhat, agressziót válthat ki. Hosszan tartó infrahanghatás szívleállást is okozhat. Eközben az ember nem érti, hogy mi történik vele, mivel nem hallja az infrahangot.

A 20 kHz-nél nagyobb frekvenciájú mechanikai hullámokat **ultrahangnak nevezzük** (a latin *ultra* szóból, ami meghaladó, valamin túl jelent).

Az ultrahang megtalálható a szél és a vízesés zajában, egyes élőlények által kibocsátott hangokban. Kiderítették, hogy a 100 kHz alatti frekvenciájú ultrahangot számos rovar, rágcsáló, valamint a kutya is érzékeli. Az ultrahangot az iparban és gyógyászatban is alkalmazzák.

A gyenge ultrahangot **lokalizációra** – *objektumok helyének és mozgási jellegének meghatározásra használják*. A denevérek és a delfinek például ultrahangot kibocsátva, majd annak visszaverődését érzékelve teljes sötétségben is biztonságosan tájékozódnak, és megtalálják a zsákmányt. Az ultrahangos vizsgálat segítségével „látható” a még meg nem született magzat, megvizsgálhatók a belső szervek és idegen szövetek kimutatására is alkalmas. Az ultrahangos helymeghatározást tengerjáró hajókon is alkalmazzák – vízi objektumok felderítésére (*szonárok*) és a tengerfenék feltérképezésére (*visszhangos vízmélységmérőket*); a kohászatban – a készítmények belsejében előforduló hibák helyének és méretének meghatározására (*defektoszkópok*).

Az erős ultrahangot felhasználják az *iparban* (szilárd anyagok megmunkálására, hegesztésre, felületek szennyeződéstől való tisztítására); *gyógyászatban* (szervezetben előforduló kövek összezúzására, amivel elkerülhető a műtét); élelmiszeriparban (sajtok, szószok előállítására); *szépségápolásban* (kenőcsök, fogkrémek előállítására).

Összegzés

- A 20 Hz és 20 kHz közötti frekvenciájú mechanikai hullámokat hanghullámoknak (hangnak) nevezzük. A hang szubjektív jellemzői: hangmagasság (a hanghullám frekvenciája határozza meg); hangerő (a hanghullám amplitúdója és frekvenciája határozza meg); hangszín (a hanghullám összetétele határozza meg).

- A hangrezonancia jelensége a hanghullám amplitúdójának hirtelen megnövekedése abban az esetben, amikor a gerjesztő jel frekvenciájának értéke megközelíti a rendszer saját rezgési frekvenciájának értékét. Szinte az összes hangszer rendelkezik hangrezonátorral.
- Az infrahangok a 20 Hz alatti frekvenciával rendelkező mechanikai hullámok. A 20 kHz-nél nagyobb frekvenciájú mechanikai hullámokat ultrahangnak nevezzük.

Ellenőrző kérdések

1. 1. Mit nevezünk hangnak? **2.** Mondjatok példákat hangforrásokra és hangérzékelőkre! **3.** Mitől függ a hang terjedési sebessége? **4.** Milyen fizikai mennyiség határozza meg a hangmagasságot? A hangerősséget? **5.** Hol hasznosítják a hangrezonanciát? **6.** Mit nevezünk infrahangnak? Milyen hatást gyakorol az emberi szervezetre? **7.** Mit nevezünk ultrahangnak? Soroljatok fel példákat az ultrahang felhasználására a természetben, gyógyászatban, iparban!

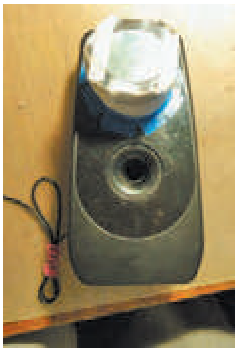
23. gyakorlat

A hang terjedési sebességét a levegőben tekintsétek 340 m/s-*nak*, *a vízben* 1500 m/s-*nak*, *az acélban* 5000 m/s-*nak*.

1. A normál zenei „*a*” hang frekvenciája 440 Hz. Határozzátok meg ennek a hangnak a hullámhosszát a levegőben; vízben; acélban!
2. Mekkora a tenger mélysége, ha a tengerfenékről visszaverődő ultrahang 0,8 s alatt ér vissza a hangforráshoz?
3. Hogyan és hányszorosára változik a hanghullám hossza vízből a levegőbe történő átmenete alkalmával?
4. Miért halljuk tisztán egymás hangját az erdőben, amikor a hang útjában a hangot elnyelő fák állnak?
5. A hangvilla rezonátora miért egy egyszerű doboz, miközben a cselló, hegedű, zongora rezonátorának bonyolult formája van? Válaszotokat ellenőrizzétek le kiegészítő információforrás felhasználásával!
6. Mint ismeretes, a földfelszín közelében a hang nagyobb távolságra terjed éjjel, mint napközben. Kiegészítő információforrás felhasználásával találjatok magyarázatot erre a jelenségre!

Kísérleti feladat

Házilag barkácsolt fényzene. A kísérlet elvégzéséhez a következő tárgyakra lesz szükségetek: tartós műanyag vagy papírpohár, élelmiszeripari fólia, szigetelő vagy ragasztószalag, kisebb tükröződő felület (1×1 cm méretű tükör vagy CD-lemez darabja), lakk, lézeres mutatópálca, olló.

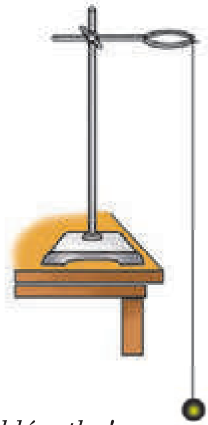


Előkészület a kísérlethez. Vágjátok le a pohár alját, a felső szélesebb részét fedjétek le a fóliával, majd rögzítsétek ragasztószalaggal. A fólia belsejébe lakk segítségével rögzítsétek a tükördarabot.

Kísérlet. Helyezzétek a poharat nyitott végével a magnó vagy számítógép hangszórója elé. Kapcsoljátok be a zenét és irányítsátok a lézernyalábot a tükörre. A visszaverődő lézercsík a zene ütemére „táncolni” kezd.

Magyarázzátok meg a megfigyelt jelenséget!

5. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA



Téma. Fonálinga mozgásának tanulmányozása, a szabadesés gyorsulásának meghatározása.

A munka célja: fonálinga készítése, majd a szabadesés gyorsulásának meghatározása az inga segítségével; megbizonyosodni Huygens képletének helyességéről.

Eszközök: rögzítőcsavarral és akasztóval ellátott állvány, fémgolyó (vagy nehezék) akasztóval, 1,5–2 m hosszú fonál, mérőszalag, stopperóra.

A MUNKA MENETE

A kísérlet előkészítése

Készítsétek el az ingát (lásd az ábrát)! Az inga fonala legyen olyan hosszú, hogy a golyó néhány centiméterre legyen a padlótól.

Kísérlet

A mérések és számítások eredményeit azonnal írjátok be a táblázatba!

1. Mérjétek meg az inga hosszát (a felfüggesztési pont és a golyó középpontja közötti távolság)!
2. Lendítsétek ki az ingát 5–8 cm-re az egyensúlyi állapotából, majd engedjétek el!
3. Mérjétek le azt az időt, amely alatt az inga 20 lengést végez!
4. Ismételjétek meg még háromszor a kísérletet úgy, hogy az utolsó (negyedik) alkalommal csökkentitek a fonal hosszát!

Kísérlet sorszáma	A fonál hossza l, m	A rezgések száma N	A rezgés ideje		A rezgés periódusideje T, s
			t, s	$t_{átl}$, s	

A kísérlet eredményeinek elemzése

1. rész. A szabadesés gyorsulásának meghatározása

1. Az 1–3. kísérlet adatai alapján határozzátok meg: 1) 20 rezgés átlagidejét: $t_{átl}=(t_1+t_2+t_3)/3$; 2) az inga rezgésének periódusát: $T=t_{átl}/N$; 3) a szabadesés gyorsulását: $g_{вим}=\dfrac{4\pi^2 l}{T^2}$!
2. Értékeljétek a relatív hibát a szabadesés gyorsulásának mért ($g_{mért}$) és táblázati ($g_{tábl}$) értékének összehasonlításával: $\varepsilon_g=\left|1-\dfrac{g_{вим}}{g_{табл}}\right|\cdot 100\,\%$!

2. rész. Huygens képletének ellenőrzése

1. A 4. kísérlet esetében számítsátok ki az inga periódusidejét kétféleképpen: 1) a periódus meghatározásának a felhasználásával: $T=\dfrac{t}{N}$; 2) Huygens képletének a segítségével: $T'=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$; ahol $g=9{,}8$ m/s^2!
2. Értékeljétek a kísérlet viszonylagos hibáját: $\varepsilon_T=\left|1-\dfrac{T}{T'}\right|\cdot 100\,\%$!

A kísérlet eredményeinek elemzése

Elemezzétek a kísérletet és eredményeit! Vonjatok le következtetést, amelyben leírjátok: 1) milyen mennyiségeket határoztatok meg; 2) függtek-e ezek a mennyiségek a fonál hosszától (ha igen, akkor miként); 3) a hibák okait!

A *MECHANIKA* CÍMŰ FEJEZET ÖSSZEGZÉSE
3. rész. Mechanikai rezgések és hullámok

1. Elmélyítettétek tudásotokat a *mechanikai rezgésekről.*

MECHANIKAI REZGÉSEK

Szabad rezgések
a rendszer belső erői hatására történnek

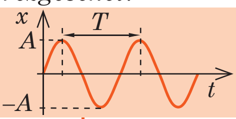
Olyan rendszerben léteznek, ahol a mozgást csökkentő erő csekély vagy hiányzik, az eredő erő pedig a testet egyensúlyi helyzetbe hozza

Kényszerrezgések
periodikusan változó külső erő hatására történnek

Önrezgések
a rendszerben egy állandó, a rendszer által szabályozott energiaforrás hatására jönnek létre

2. Megismertétek az ideális rezgőmozgást – a *harmonikus rezgéseket*.

Az olyan rezgőmozgást, ahol a rezgő pontok koordinátái a szinusz (vagy koszinusz) függvény szerint változnak, **harmonikus rezgéseknek** nevezzük: $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ vagy $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$



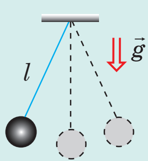
Amplitúdó A, **m**	**Periódusidő** T, **s**	**Frekvencia** ν, **Hz**	**Körfrekvencia** ω, $\mathbf{s^{-1}}$
$A = x_{max}$ maximális kitérés	$T = \dfrac{t}{N}$ egy teljes rezgéshez szükséges idő	$\nu = \dfrac{N}{t}$ egy időegység alatti rezgések száma	$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ a $2\neq$ másodperc alatti rezgések száma

3. Megismertétek a *matematikai és rugós ingák szabadrezgését.*

Matematikai inga

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

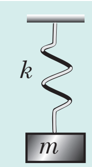
$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + mgh$$



Rugós inga

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$



4. Tisztáztátok a *rezonancia* jelenségét, amely a rezgő rendszerekben jöhet létre.

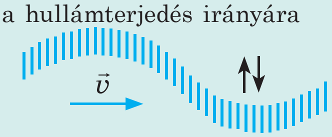
Rezonancia – a kényszerrezgések amplitúdójának hirtelen növekedése. A jelenség akkor jön létre, amikor a külső gerjesztő erő frekvenciája megegyezik a rezgő rendszer saját frekvenciájával.

5. Felidéztétek a **mechanikai hullámokat** (*mechanikus rezgések terjedését rugalmas közegben*), *azok különböző típusait és a hullám egyenletét.*

Hosszanti (longitudinális) hullámok: a közeg részecskéinek a rezgése egybeesik a hullámterjedés irányával

A hullám képlete:
$v = \lambda\nu$

Keresztirányú (transzverzális) hullámok: a közeg részecskéinek rezgése merőleges a hullámterjedés irányára



6. Felidéztétek a *hanghullámokat*, azok objektív és szubjektív jellemzőit.

HANGHULLÁMOK

Infrahang
(1 mHz – 20 Hz)

Ultrahang
(20 kHz fölött)

Hallható hang (20 Hz – 20 kHz). A *hangmagasságot* a hanghullám frekvenciája határozza meg; a *hangerősséget* a rezgések amplitúdója (a hangnyomás értékével); a *hangszínt* a hanghullám összetétele (a felhangok számával és frekvenciájával).

ÖNELLENŐRZÉSRE SZOLGÁLÓ FELADATOK a *Mechanika* c. I. fejezethez 3. rész. Mechanikai rezgések és hullámok

Az 1., 2. és 5. feladatok csak egy helyes választ tartalmaznak.

1. (*1 pont*) Milyen élőlények érzékelik az infrahangot?
a) delfinek; b) denevérek; c) medúzák; d) pingvinek.

2. (*1 pont*) A hullámelhajlás jelenségét:
a) interferenciának; b) diffrakciónak; c) rezonanciának; d) hanglokációnak nevezzük.

3. (*2 pont*) Állítsatok fel megfeleltetést a meghatározások és a hullámokat jellemző fizikai mennyiségek között!

1 Maximális kitérés az egyensúlyi helyzetből
2 Időegység alatti rezgések száma
3 Két legközelebbi azonosan rezgő pont közötti távolság
4 Egy rezgés ideje

A Hullámhossz
B Rezgések frekvenciája
C Rezgések periódusideje
D Rezgések energiája
E Rezgések amplitúdója

4. (*2 pont*) Állítsatok fel megfeleltetést a rezgések és a rezgéseket végző testek között!

1 Szabadrezgések
2 Kényszerrezgések
3 Önrezgések

A Szívverés
B A horgászúszó rezgése a víz felszínén
C A nap és éjszaka periodikus váltakozása
D A gitár húrjainak rezgése

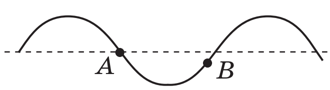
5. (*2 pont*) A hangvilla szára az „a” hang első oktávját sugározza. Határozzátok meg a hanghullám hosszát, ha a hang terjedési sebessége 330 m/s!
a) 75 cm; b) 37,5 cm; c) 29 cm; d) 14,5 cm.

6. (*3 pont*) Az 1. ábrán rugalmas zsinóron végigfutó keresztirányú hullám látható. Milyen az *A* és *B* pontok sebességének és gyorsulásának az iránya az adott pillanatban?

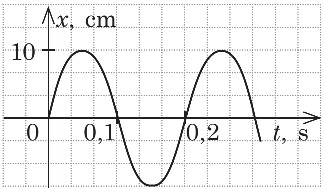
7. (*3 pont*) A test rezgéseinek grafikonja alapján (2. ábra) írjátok fel a rezgések egyenletét!

8. (*3 pont*) A rugóra rögzített testet lefelé 5 cm-re kimozdították a nyugalmi helyzetéből, majd elengedték. Mekkora utat tesz meg a test 10 s alatt, és mekkora lesz az elmozdulása ez alatt az idő alatt, ha rezgéseinek frekvenciája 0,625 Hz?

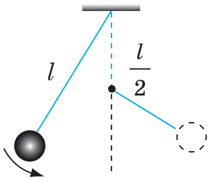
9. *3 pont*) Határozzátok meg az inga rezgésének periódusidejét (3. ábra), ha a fonal hossza $l = 1{,}6$ m!



1. ábra



2. ábra



3. ábra

10. (*4 pont*) A rugóhoz rögzített nehezék rezgési egyenlete a következő képlettel adható meg: $x = 0{,}05\cos 2\pi t$ (m). Határozzátok meg a rugó merevségét, a nehezék rezgésének maximális sebességét és a rugó helyzeti energiáját $\pi/4$ fázisban, ha a nehezék tömege 200 g!

Válaszaitokat hasonlítsátok össze a könyv végén található megoldásokkal! Jelöljétek meg a helyes válaszokat, számoljátok *össze a megszerzett pontokat, és az eredményt osszátok el kettővel! Az így kapott szám megfelel a tanulmányi eredményeteknek.*

A számítógéppel ellenőrizhető gyakorló tesztfeladatokat az Інтерактивне навчання elnevezésű internetes portálon találhatjátok meg.

A fantaszták álmai életre kelnek

2017 közepén az egész világon élénk vita folyt arról a videóról, amely egy szaltót végző robotot mutatott be. Vajon hogyan kapcsolódik ez a pazar látvány a mechanika fogalmához?

Először is – szép! Technikailag és esztétikailag is szép megoldás. A természet az élő szervezetekbe számtalan „technikai megoldást” ültetett, melyeket napjainkban a mérnökök alkotnak újra. Például a markológép működési elve az emberi kéz mozgására emlékeztet, a siklóernyősök az égen a madarakhoz hasonlítanak. Még egy új technikai ág is létrejött – a *bionika,* amely új technikai megoldások létrehozásához a természet ötleteit használja. Érthető, hogy az emberszabású robotok ennek az ágnak a legfejlettebb példái.

A „másodszor” a közvetlen mechanikát érinti. Az ember egy viszonylag gyenge élőlény. Még az edzett emberek sem képesek 40 km/h sebességnél gyorsabban futni, 250 kg-nál nehezebb terhet felemelni. Az ember a lehetőségeinek megnövelése érdekében már az ősidők óta vagy állatokat (lovakat, elefántokat, ökröket stb.), vagy egyszerű gépeket (emelő, kerék stb.) alkalmazott. Sok ezer éven át inkább az állatok alkalmazását részesítették előnyben. Az emberek gyalog vándoroltak, de hogy gyorsabban érjenek célt lóra vagy hintóra ültek. Szántásra is az állatokat használták.

A helyzet körülbelül 150 évvel ezelőtt kezdett megváltozni. A mechanika fejlődése lehetőséget nyújtott arra, hogy a lovakat vonatokkal és autókkal cseréljék le. Figyeljétek meg a dátumokat: a gépkocsi a XIX. és XX. század fordulójában – valamivel több, mint száz éve – kezdett gyorsabban közlekedni a gepárdnál (a világ leggyorsabb élőlénye,

amely 110–115 km/h sebesség elérésére is képes). Nagyjából ugyanekkor (1903 decembere) szállt fel a levegőbe a madarakhoz hasonlóan a repülőgép – a levegőnél nehezebb mechanikai szerkezet. Viszont a leggyorsabb madarat (a vándorsólyom több mint 322 km/h sebességre gyorsul fel) a repülőgép csak az 1920-as évek közepén tudta „legyőzni”, amikor első alkalommal sikerült 350–400 km/h sebességet elérni (ez viszonylag nem is volt olyan régen, déd és ükszülőitek akkor még iskolások lehettek). Természetesen napjainkban a helyzet gyökeresen megváltozott: senki sem csodálkozik az utasszállító repülőgépek 800 km/h-nál nagyobb sebességén, a gépkocsiknál pedig a biztonság érdekében még sebességkorlátozást is bevezettek.

Viszont még a legfejlettebb mechanikai szerkezetek sem működhetnek az ember nélkül. Valójában a modern mechanizmusokban a mechanika két összetevője működik: a mérnökök által létrehozott eszköz és a kezelését ellátó ember tapasztalata, amely szintén a mechanika törvényein alapszik.

Visszatérünk a szaltót végző robothoz. Ez az első példák egyike a valóban szép technikai megoldás (a felvételeken a robot nagyon hasonlít egy szkafanderbe öltözött emberhez) és a kreatív „agy” egyesítésének: a mechanika egyenletei alapján a mérnökök „megtanították” a mechanizmusokat a helyes mozgásra.

Várjuk a jövő felfedezéseit!

II. FEJEZET. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ELEMEI

24. §. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET POSZTULÁTUMAI A SEBESSÉGEK ÖSSZEADÁSÁNAK RELATIVISZTIKUS TÖRVÉNYE

„Amióta a matematikusok megtámadták a relativitáselméletet, azóta én magam sem értem”- ismerte el Albert Einstein. A relativitáselmélet körül közel 100 éve nem csitulnak azoknak a heves vitái, akik „nem értik” azt. Vajon mi volt ennek az első látásra kimondottan elméleti fizikához tartozó elmélet létrejöttének az oka? Kiderült, hogy mint általában a fizikában, először volt a kísérlet.

1 A Galilei-Newton-féle relativitási elv

A mechanika – a mozgás tudománya. A Newton-féle mechanikában mindennemű mozgást inerciális vonatkoztatási rendszerekhez viszonyítva vizsgálnak. A mechanikai mozgás tanulmányozásához kiválasztják a legkézenfekvőbb *inerciális vonatkoztatási rendszert,* melyet mozdulatlannak vesznek. Viszont ez nem jelenti azt, hogy az adott feladat megoldásához ez az egyetlen helyes vonatkoztatási rendszer. Kiválaszthatunk más inerciális vonatkoztatási rendszert – a feladat helyes megoldása ezáltal nem változik.

Az inerciális vonatkoztatási rendszerekre érvényes a **mechanikus relativitási elv (Galilei-Newton-féle relativitási elv)**:

Bármilyen mechanikus folyamat valamennyi inerciarendszerben azonosan megy végbe, azaz a rendszer belsejében semmiféle mechanikai kísérlet segítségével sem lehet megállapítani, hogy végez-e a rendszer egyenes vonalú egyenletes mozgást vagy nyugalomban van.

Az inerciális vonatkoztatási rendszerekben teljesül a ***sebességek összeadásának klasszikus törvénye:*** *a test* $\vec{v}$ *sebessége a mozdulatlan vonatkoztatási rendszerhez viszonyítva egyenlő a test mozgó vonatkoztatási rendszerhez viszonyított* $\vec{v}_1$ *sebességének és a mozgó vonatkoztatási rendszer mozdulatlanhoz viszonyított* $\vec{v}_2$ *sebességének az összegével*: $\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2$.

2 Mik voltak a speciális relativitáselmélet megalkotásának előfeltételei?

Miután a XIX. század közepén *James Maxwell* (1831-1879) megfogalmazta az elektrodinamika alaptörvényeit, felmerült a kérdés: vajon kiterjed-e a Galilei-Newton-féle relativitási elv az elektromágneses jelenségekre? Más szavakkal: azonosan mennek-e végbe az elektromágneses folyamatok (elektromos töltések kölcsönhatása, elektromágneses indukció jelensége, az elektromágneses hullámok terjedése stb.) valamennyi inerciarendszerben? Úgy tűnik, hogy már egyszerű eszmefuttatással negatív választ kapnánk.

Például az elektrodinamika törvényei szerint az *elektromágneses hullámok terjedési sebessége a vákuumban*, egyebek között a fény sebessége is, minden irányban azonos és 299 792 458 m/s-mal egyenlő (számítások során általában kerekített értéket használnak: $c=3\cdot10^8$ m/s). Viszont a sebességek összeadhatóságának klasszikus törvénye szerint a fény sebessége a különböző vonatkoztatási rendszerekben más és más.

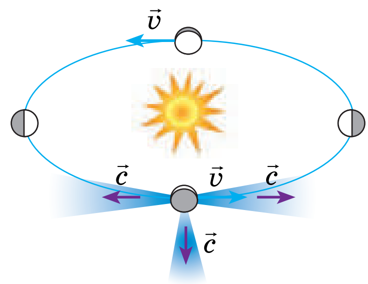
Valóban így van? A fény sebessége valóban függ a vonatkoztatási rendszer kiválasztásától? Ennek bizonyítására *Albert Michelson* (1852–1931) és *Edward Morley* (1838–1923) amerikai tudósok 1887-ben elvégeztek egy kísérletet.

A kísérlet elve e következő volt. Ha fényforrásból a fényt először a Föld mozgásirányába, majd arra merőlegesen irányítják, akkor a feltételezésük szerint a fény sebessége a mozdulatlan viszonyítási rendszerhez képest minden esetben más értéket mutat.

Valóban, a sebességek összeadásának klasszikus törvénye szerint a Föld mozgásirányával megegyező c_1 fénysebességet a mozdulatlan megfigyelő számára a következő kifejezéssel kellene kiszámítani:

$$c_1 = c + v,$$

ahol $v = 2{,}96 \cdot 10^4$ m/s – a Föld Nap körüli sebessége.



24.1. ábra. A fény terjedési sebessége független a vonatkoztatási rendszer kiválasztásától. A fény sebessége a Föld mozgásának irányában és arra merőlegesen is állandó és megegyezik a fény sebességével a vákuumban: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Ha a fény a Föld forgásával ellentétes irányban terjed, akkor annak c_2 sebességét a következő képlettel kellene kifejezni: $c_2 = c - v$. Ennek megfelelően a Föld mozgásirányára merőleges fénysugár sebességét a $c_3 = \sqrt{c^2 + v^2}$ képlettel kellene meghatározni.

Michelson és Morley kísérletekkel bebizonyították, hogy a fény terjedési sebessége minden esetben azonos (24.1. ábra). Ez a tény a XIX. század végén és a XX. század elején alkotó vezető fizikusokat alaposan „sarokba szorította", hiszen a *kapott eredmény ellenkezik a sebességek összeadásának klasszikus törvényével.*

Tehát melyik elmélet a helyes: a Newton-féle klasszikus mechanika vagy Maxwell elektromágneses elmélete? A probléma megoldásán a kor jelentős fizikusai dolgoztak, olyanok, mint *Anton Lorentz* (1853–1928), *Henry Poincaré* (1854–1912), *Hermann Minkowszki* (1864-1909), *Albert Einstein* (1879–1955). Világossá vált, hogy a megoldást csak a tér és az idő újszerű fizikai megközelítése segítségével találhatják meg. Ilyen elképzelésekkel már a XIX. század végén kezdtek foglalkozni, de végleges megfogalmazásuk Einstein nevéhez fűződik, aki „A mozgó testek elektrodinamikájáról" című művében közölte elméletét. Einstein és Poincaré egymástól függetlenül fogalmazták meg azokat a posztulátumokat, amelyek a *speciális relativitáselmélet vagy relativisztikus mechanika* (a latin *relativus* szóból – jelentése viszonylagos) alapját képezik.

A speciális relativitáselmélet a fizikai folyamatok kölcsönhatását kizárólag *inerciális vonatkoztatási rendszerekben* vizsgálja, vagyis olyan vonatkoztatási rendszerekben, melyek egymáshoz viszonyítva egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek.

3 A speciális relativitáselmélet posztulátumai

Első posztulátum:

Bármely inerciális vonatkoztatási rendszerben valamennyi természeti folyamat egyformán megy végbe.

Ez azt jelenti, hogy *minden inerciális vonatkoztatási rendszer egyenértékű* (*ekvivalens*). Két inerciális vonatkoztatási rendszer létezésekor nincs értelme tisztázni, melyik mozog és melyik van nyugalomban. *A fizika bármelyik ágában* (elektromosság és mágnesesség, molekuláris fizika, atomfizika, mechanika és egyebek) *végzett kísérletek sem tudják egyértelműen meghatározni az abszolút inerciális vonatkoztatási rendszert*.

Második posztulátum:

A fény terjedési sebessége a vákuumban azonos valamennyi inerciális vonatkoztatási rendszerben.

Ez azt jelenti, hogy a fény terjedési sebessége a vákuumban *invariáns* (változatlan) – nem függ sem a fényforrás, sem a fényjelet vevő készülék sebességétől.

A fény terjedési sebességének állandósága – a természet alaptulajdonsága. A második posztulátum szerint – a *fénysebesség mindenfajta kölcsönhatás terjedésének maximális sebessége*. Anyagi test nem rendelkezhet a fénysebességnél nagyobb sebességgel.

4 Abszolút-e az idő?

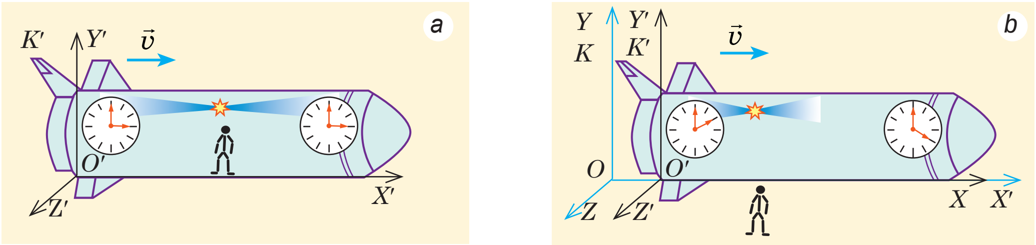
A fény terjedési sebessége után a speciális relativitáselmélet másik fontos fogalma az *esemény*.

Eseménynek a tér adott pontjában és az adott pillanatban végbemenő jelenséget nevezzük.

Az anyagi pont számára egy eseményt adottnak tekintünk, ha ismert *az esemény színhelyének (x, y, z)* koordinátája, valamint az *esemény történésének t ideje*. Mértani szempontból az esemény meghatározására elegendő a *négydimenziós „koordináta-idő” térben megadni egy pontot*.

Newton klasszikus mechanikájában az idő ugyanakkora bármilyen inerciális vonatkoztatási rendszerben, vagyis a „most”, „előzőleg”, „később”, „egyidejűleg” fogalmak nem függenek a vonatkoztatási rendszer kiválasztásától. *A relativisztikus mechanikában az idő a vonatkoztatási rendszer kiválasztásától függ*. Az egyik vonatkoztatási rendszerben egyidejűleg végbemenő események egy másik vonatkoztatási rendszerben bizonyos időintervallum múlva mehetnek végbe, vagyis a **két esemény egyidejűsége viszonylagos**. Ezt egy elképzelt kísérlettel bizonyítjuk be.

Tegyük fel, hogy a külső megfigyelőhöz képest v sebességgel mozgó űrhajó belsejében (24.2. ábra) lévő fényforrás felvillant. A hajó belsejében lévő megfigyelő számára a *fény egyidejűleg éri el a hajó orrát és tatját*, azaz az űrhajóval kapcsolatos K' vonatkoztatási rendszerben a két esemény egyidejű (lásd a 24.2. *a* ábrát). A hajón kívül álló megfigyelő szerint a *fény a hajó tatját*



24.2. ábra. Események egyidejűségének relativitása: *a* – az űrhajó közepén álló megfigyelő számára a fény egyidejűleg éri el a hajó orrát és tatját; *b* – a hajón kívül álló megfigyelő szerint a fény a hajó orrát később éri el, mint a tatját *hamarább éri el, mint az orrát*, mivel a tat közeledik a megfigyelőhöz, az orr viszont távolodik tőle, azaz a külső megfigyelőhöz rendelt K vonatkoztatási rendszerben az *események nem egyidejűleg történnek meg* (lásd a 24.2. *b* ábrát).

5 A sebességek összeadásának relativisztikus törvénye

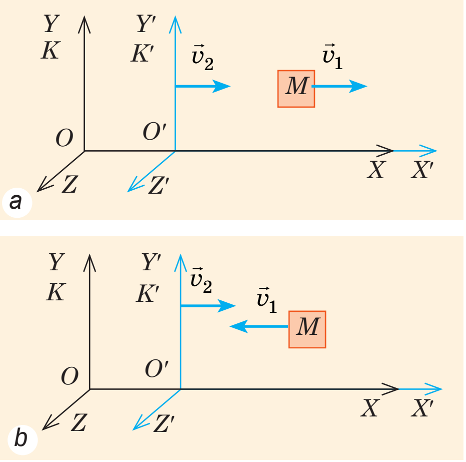
A speciális relativitáselmélet második posztulátuma szerint a fény sebessége a vákuumban állandó és nem függ sem a fényforrás, sem a fényjelet vevő készülék sebességétől. Ez azt jelenti, hogy a sebességek összeadásának klasszikus törvénye a relativisztikus mechanikában nem érvényes. A speciális relativitáselméletben a *sebességek összeadásának relativisztikus törvényét* használják. Felírjuk a törvényt egy részesetre, egy egyenes, például az OX tengely mentén irányuló sebességek esetére (24.3. ábra). Ebben az esetben a *sebességek összeadásának relativisztikus törvénye* a következőképpen néz ki:

$$v_x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \frac{v_{1x} v_{2x}}{c^2}},$$

ahol v_x – a test sebességének vetülete a K mozdulatlan vonatkoztatási rendszerhez képest; v_{1x} – a test sebességének vetülete a K'; v_{2x} mozgó vonatkoztatási rendszerhez képest; a K' mozgó vonatkoztatási rendszer sebességének vetülete a K rendszerhez képest.

Összehasonlítjuk a sebességek összeadásának relativisztikus és klasszikus törvényeit. A fénysebességnél jelentősen kisebb sebességek esetében ($v_1 \ll c$, $v_2 \ll c$), mo $1 + \frac{v_{1x} v_{2x}}{c^2} \approx 1$ és a *sebességek összeadásának relativisztikus törvénye a sebességek összeadásának klasszikus alakját veszi fel*: $v_x = v_{1x} + v_{2x}$.

? Alkalmazható-e a sebességek összeadásának relativisztikus törvénye a gépkocsi vonathoz viszonyított mozgásának tanulmányozása esetén? Vajon van-e ennek értelme?



24.3. ábra. Az M test a K' vonatkoztatási rendszerhez képest $\vec{v}_1$ sebességgel mozog, amely viszont a K vonatkoztatási rendszerhez viszonyítva mozog $\vec{v}_2$ sebességgel: *a* – a test sebességének iránya egybeesik az $O'X'$; tengely irányával; *b* – a test sebességének az iránya ellentétes az $O'X'$ tengely irányával

6 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. A sebességek összeadásának relativisztikus törvénye alapján bizonyítsátok be, hogy a fény sebessége nem változik az egyik inerciarendszerből a másikba való átmenetkor.

A fizikai probléma elemzése, megoldás. A megoldáshoz magyarázó rajzot készítünk (felhasználjuk a 24.3 ábrát). Mozogjon az M fénykvantum sebességgel $\vec{v}_1$ ($v_1 = c$) a K' vonatkoztatási rendszer $O'X'$ tengelye mentén, amely $\vec{v}_2$ sebességgel mozog a K rendszer OX tengelye irányában. Meg kell határoznunk a fénykvantum sebességét a K rendszerhez képest.

Megoldás. Megvizsgálunk *két lehetőséget.*

1. lehetőség: a fénykvantum az $O'X'$ tengely mentén mozog (24.3, *a* ábra).

2. lehetőség: a fénykvantum az $O'X'$ tengellyel ellentétes irányban mozog (24.3, *b* ábra).

Felírjuk a sebességek összeadásának relativisztikus törvényét: $v_x = \dfrac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \dfrac{v_{1x}v_{2x}}{c^2}}$ (*).

Meghatározzuk a sebességek vetületét az OX tengelyre:

1. lehetőség: $v_{1x} = v_1 = c\,,\ \ v_{2x} = v_2\,.$

2. lehetőség: $v_{1x} = -v_1 = -c\,,\ \ v_{2x} = v_2\,.$

A kapott kifejezéseket behelyettesítjük a (*), képletbe:

$$v_x = \frac{c + v_2}{1 + \dfrac{cv_2}{c^2}} = \frac{c + v_2}{1 + \dfrac{v_2}{c}} = \frac{c + v_2}{\dfrac{c + v_2}{c}} = c.$$

$$v_x = \frac{v_2 - c}{1 - \dfrac{cv_2}{c^2}} = \frac{v_2 - c}{1 - \dfrac{v_2}{c}} = \frac{v_2 - c}{\dfrac{c - v_2}{c}} = -c.$$

Tehát, a fénykvantum sebessége a K vonatkoztatási rendszerhez viszonyítva minden esetben c; a „–” jel azt jelenti, hogy a kvantum az OX tengely irányával ellentétes irányba mozog.

Felelet: a fény terjedési sebessége nem függ a vonatkoztatási rendszer kiválasztásától.

Összegezés

- A speciális relativitáselméletet két posztulátum alkotja: 1) bármely inerciális vonatkoztatási rendszerben valamennyi természeti folyamat egyformán megy végbe; 2) a fény terjedési sebessége a vákuumban azonos valamennyi inerciális vonatkoztatási rendszerben; ez a Világegyetem kölcsönhatásai mozgásának és terjedésének lehető legnagyobb sebessége.
- Két esemény egyidejűsége viszonylagos: az egyik inerciarendszerben egy időben végbemenő események nem egy idejűek az első rendszerhez képest bizonyos sebességgel mozgó másik vonatkoztatási rendszerben.
- A speciális relativitáselméletben a sebesség meghatározására a sebességek összeadásának relativisztikus törvényét alkalmazzák: $v_x = \dfrac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \dfrac{v_{1x}v_{2x}}{c^2}}$. A sebességek összeadásának relativisztikus törvénye a fénysebességnél jelentősen kisebb sebességek esetén klasszikus alakban íródik fel. Általános esetben Newton klasszikus mechanikája a speciális relativitáselmélet részesete.

Ellenőrző kérdések

1. Michelson és Morley kísérleteinek eredményei miért ellenkeztek a sebességek összeadása klasszikus törvényeivel? **2.** Fogalmazzátok meg a speciális relativitáselmélet posztulátumait és magyarázzátok meg azok értelmét. **3.** Miben tér el az első posztulátum Newton klasszikus mechanikájának relativitási elveitől? **4.** Mivel egyenlő a fényterjedési sebessége a vákuumban? **5.** Mi az esemény? Mikor tekinthetjük az eseményt adottnak? **6.** Mit jelent a „két esemény egyidejűsége viszonylagos” kifejezés? **7.** A sebességek összeadásának relativisztikus törvénye milyen sebességek esetén írható fel klasszikus alakban?

24. gyakorlat

1. Két autó egymással szemben mozog. Mivel egyenlő az egyik autó lámpájából kisugárzódó fény sebessége a másik autóhoz rendelt vonatkoztatási rendszerben?

2. A részecskegyorsítóból 0,5 c sebességgel kirepülő ionizált atom (c – a fény sebessége) a mozgásának irányába fotont bocsátott ki. Mekkora a foton sebessége a részecskegyorsítóhoz viszonyítva?
3. Az űrhajó a megfigyelőtől 0,8 c sebességgel távolodik. Mekkora lesz az űrhajóból 0,6 c sebességgel a mozgás irányába kibocsátott lövedék sebessége a Földhöz viszonyítva? Mekkora ugyanennek a lövedéknek a sebessége a Földhöz viszonyítva, ha az az űrhajó mozgásával ellentétes irányba lett kilőve?
4. Két űrhajó a mozdulatlan megfigyelőhöz képest 0,7 c sebességgel távolodik egymástól. Határozzátok meg: a) az űrhajók egymáshoz viszonyított sebességét; b) mennyire növekszik másodpercenként az űrhajók közötti távolság a megfigyelőhöz viszonyítva?
5. Kiegészítő forrásanyag felhasználásával tudjátok meg, miért léteznek fekete lyukak.

25. §. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET POSZTULÁTUMAINAK KÖVETKEZMÉNYEI

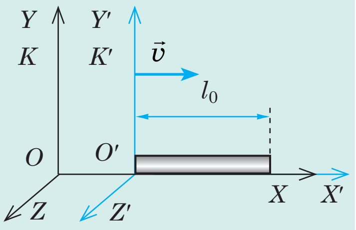
„A dolgok létezésének kora független azok mozgási sebességétől, ami lehet tetszőleges, illetve egyáltalán nem észlelhető mozgás" - írta Newton. A klasszikus mechanika művelői magától értetődőnek vették, hogy az idő és a testek mérete abszolút és nem függ azok mozgási sebességétől. Megvizsgáljuk a relativisztikus mechanika szemszögéből, hogy ez valóban így van-e.

1 Megváltoznak-e mozgáskor a testek lineáris méretei?

A rúd hosszának a két vége közötti *azonos időben* (olyan óra szerint, amely a mérés elvégzésének rendszerében van) lemért távolságot nevezzük. Mivel a két esemény egyidejűsége viszonylagos, ezért azt állíthatjuk, hogy különböző vonatkoztatási rendszerekben a rúd hossza eltérő.

Legyen a kemény rúd nyugalomban a K', vonatkoztatási rendszerben, amely viszont a K vonatkoztatási rendszerhez képest v sebességgel mozog. Ha a rúd a K' rendszer mozgásirányában helyezkedik el, akkor érvényes a *Lorentz-féle hosszúsági csökkenés* (25.1 ábra):

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$



25.1. ábra. A rúd l hossza a K, vonatkoztatási rendszerben, melyhez képest a rúd mozog, kisebb a rúd „saját" l_0 hosszánál – a rúd hosszánál a K' vonatkoztatási rendszerben, amelyben a rúd nyugalomban van

ahol l_0 – a rúd hossza a K' vonatkoztatási rendszerben, amelyben nyugalomban van; l – a rúd hossza a K vonatkoztatási rendszerben, amelyben a rúd mozog.

Jegyezzétek meg!

1. *A test méretei csak a mozgás irányában csökkennek*: ha a rúd saját mozgásának irányába helyezkedik el, akkor a hossza csökken, viszont átmérője változatlan marad.

2. *A hosszúság csökkenésének relativisztikus effektusa csak abban az esetben érzékelhető, ha a test sebessége összemérhető a fény terjedési sebességével*: ha az űrhajó második kozmikus sebességgel halad (v=11,2 km/s – a legkisebb

sebesség, amellyel az űrhajó legyőzi a Föld vonzóerejét és a Nap műholdjává válik), akkor annak hossza alig változik; viszont a gyorsítóban $v = 0{,}99c$,sebességre felgyorsított részecskék esetében a hosszúság csökkenése erősen érzékelhető.

Az utolsó állítást megfelelő számítások elvégzésével bizonyítsátok be önállóan!

2 Miben nyilvánul meg az idő lassulásának hatása?

Megvizsgáljuk, hogyan változik két egymást követő esemény közötti időintervallum az egyik vonatkoztatási rendszerből a másikba való átmenetkor. A vizsgálathoz úgynevezett *fényórát* használunk, melynek következő a felépítése: az L_0, hosszúságú rúd végeire (a rúddal párhuzamosan) két tükör van erősítve (lásd a 25.2. *a* ábrát). A fényimpulzus egyik tükörtől a másikig mozog és a fény visszaverődését egy speciális műszer rögzíti. A megfigyelő, melyhez képest az óra nyugalomban van, azt rögzíti, hogy két egymást követő visszaverődés közötti idő a $\tau_0 = \dfrac{L_0}{c}$ képlettel határozható meg.

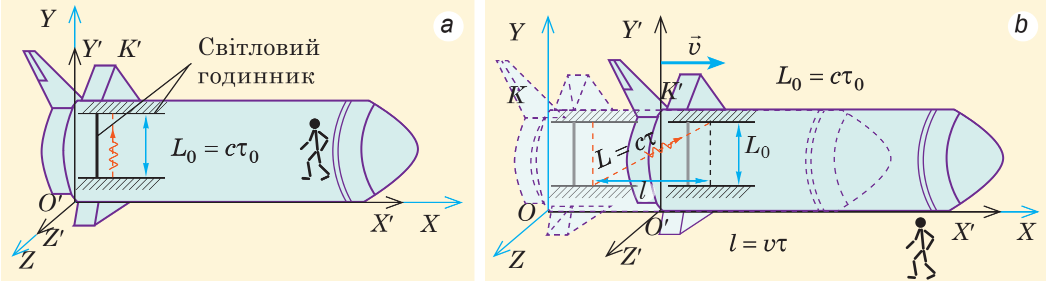
Ahhoz a megfigyelőhöz képest, akihez az óra v sebességgel mozog, a fényimpulzus $L > L_0$ távolságot tesz meg (25.2. *b* ábra), ezért ő két egymást követő visszaverődés között a $\tau = \dfrac{L}{c}$ képlettel meghatározható időt állapít meg.

Felhasználva Püthagorasz tételét, a következő kifejezést kapjuk: $L^2 = l^2 + L_0^2$, illetve: $(c\tau)^2 = (v\tau)^2 + (c\tau_0)^2 \Rightarrow \tau^2\left(c^2 - v^2\right) = c^2\tau_0{}^2 \Rightarrow \dfrac{\tau_0^2}{\tau^2} = \dfrac{c^2 - v^2}{c^2} \Rightarrow \dfrac{\tau_0^2}{\tau^2} = 1 - \dfrac{v^2}{c^2}$.

Innen a τ, idő, amit az a megfigyelő mért, melyhez képest az óra mozgott:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

Abban a viszonyítási rendszerben mért τ_0 időintervallum, melyhez képest az óra nyugalomban van (az esemény saját ideje) kisebb, mint az a τ időintervallum, melyet abban a rendszerben mértek, amihez képest az óra mozog. Más szóval, az idő a mozgó vonatkoztatási rendszerben lelassul.



25.2. ábra. Időintervallumok mérése fényóra segítségével: *a* – az esemény saját τ_0 idejének mérése, mikor a megfigyelő együtt mozog az órával; *b* – a mozdulatlan megfigyelő által mért τ idő – az ő számára a fény nagyobb távolságot tesz meg, tehát az időintervallum is nagyobb: $L > L_0 \Rightarrow \tau > \tau_0$

Jegyezzétek meg! Az idő lelassulását *bármely* óra kimutatja a mozgó vonatkoztatási rendszerben. A mozgó vonatkoztatási rendszerben minden fizikai folyamat, egyebek közt az öregedés is lelassul.

Az idő lelassulása kísérletileg például radioaktív maghasadáskor figyelhető meg. Legyen a mag hasadásának ideje a vonatkoztatási rendszerben, melyhez képest a mag nyugalomban van, $\tau_0 = 0{,}1$ s. Ha részecskegyorsító segítségével a magnak akkora sebességet adunk, hogy $1 - \frac{v^2}{c^2} = 0{,}01$ (vagyis $v^2 = 0{,}99\,c^2$), akkor a maghasadás ideje: $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0{,}1\text{ c}}{0{,}1} = 1\text{ c}.$

*Tehát, a mozdulatlan megfigyelő szemszögéből a felgyorsított atommagok radioaktív maghasadása lassúbb az ugyanilyen, de nyugalomban lévő magok hasadás*ánál.

3 Hogyan függ össze a tömeg és az energia?

Rátérünk a speciális relativitáselmélet egyik fontos következményére: mégpedig megvizsgáljuk a test E energiájának függését annak sebességétől. A speciális relativitáselmélet szemszögéből nézve, ha az m tömegű test v sebességgel mozog egy vonatkoztatási rendszerhez képest, akkor a test E energiája az adott rendszerhez képest:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (*)$$

Ez a képlet többszörösen beigazolódott az atommagok, protonok és elektronok gyorsításakor végzett kísérletekben. Az adott képletből több fontos *következtetés* ered.

1. *Bármely tömeggel bíró test (részecske) energiatartalékkal rendelkezik.* Valóban, ha a test (elemi részecske) sebessége a nullához közelít ($v = 0$), akkor az (*) képlet szerint a test energiájának nagysága:

$$E = mc^2$$

Ezt az energiát ***nyugalmi energiának*** nevezik.

«Парадокс близнюків»

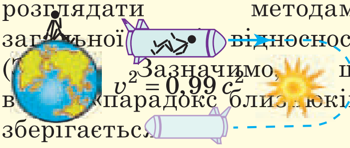
Для унаочнення уповільнення темпів процесів у системах, які рухаються з великими швидкостями, А. Ейнштейн запропонував яскравий уявний експеримент.

Посадимо одного з близнюків у ракету й розженемо її до швидкості $v^2 = 0{,}99\,c^2$. Повернемо його на Землю через *один рік* за годинником, який працює в ракеті: $\tau_0 = 1$ рік. Годинник на Землі покаже, що між двома подіями — відльотом і прибуттям ракети — минуло:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1\text{ рік}}{0{,}1} = 10 \text{ років.}$$

Отже, близнюк, який залишився на Землі, постаріє більше, ніж близнюк, який рухається зі швидкістю, близькою до швидкості світла.

Зробимо важливе зауваження: СТВ розглядає тільки інерціальні СВ. СВ, пов'язана з ракетою, яка відлітає із Землі й потім на неї повертається, не є інерціальною: ракета щонайменше тричі прискорюється — під час відльоту, під час розвороту й під час посадки. Із цієї причини безпосередньо застосовувати формулу уповільнення часу для ситуації з близнюками не можна. Її необхідно розглядати методами за[illegible]ої [illegible] відносності ([illegible]). Зазначимо, що в [illegible] «парадокс близнюків» зберігається.



Győződjetek meg róla, hogy a nyugalmi energia óriási: számítsátok ki, mekkora energia „rejlik” 1 g vízben és hasonlítsátok össze a kapott eredményt egy 5 t tömegű, 30 m/s sebességgel haladó tehergépkocsi mozgási energiájával!

2. *A test energiájának változása egyenesen arányos tömegének változásával:* $\Delta E = \Delta mc^2$. A mozdulatlan testtel való energiaközlés minden esetben tömegnövekedéssel jár, és ellenkezőleg: energia leadásakor csökken a test tömege. Például, ha a testet felmelegítik, növekszik a tömege, lehűtéskor – csökken.

Az energia és a tömeg összefüggésének képletét legteljesebb mértékben az 1940-es években értékelték, amikor az atombomba létrehozásán dolgoztak. Arról van szó, hogy az urán-235 magja a lassú neutronokkal való ütközéskor osztódik, minek következtében óriási mennyiségű energia szabadul fel. A számítások bebizonyították, hogy az uránmag tömege a hasadás előtt nagyobb, mint az annak következtében létrejövő részecskék össztömege. Tehát ez a *tömegdefektus* (*tömeghiány*) (Δm) válik ki energia formájában.

3. Azokban az esetekben, amikor a test (részecske) a fénysebességnél jelentősen kisebb sebességgel mozog ($v \ll c$), az (*) képletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$E(v) = mc^2 + \frac{mv^2}{2},$$

ahol mc^2 – *nyugalmi energia*; $\frac{mv^2}{2}$ – a test (részecske) mozgási energiája (a test (részecske) mozgása következtében létrejövő pótlólagos energia).

Összegezés

- A test hossza különböző vonatkoztatási rendszerekben különböző. A test mérete a nyugalmi állapotban lévő vonatkoztatási rendszerben a legnagyobb.
- Az idő eltérő vonatkoztatási rendszerekben különbözőképpen viselkedik. A mozgó rendszerekben lassabban telik, mint a nyugalmi állapotban lévőkben.
- A mozgásban lévő test (részecske) energiája függ annak sebességétől: $E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Ha a test (részecske) v sebessége nulla, akkor az $E = mc^2$ – a test (részecske) nyugalmi energiája.

Ellenőrző kérdések

1. Hogyan változik meg az állandó sebességgel mozgó test hossza? **2.** Milyen időt neveznek az esemény saját idejének? **3.** Hogyan változik az állandó sebességgel mozgó test számára az időintervallum? **4.** Melyik kísérlet igazolja az idő lassulásának effektusát? **5.** Írjátok fel a test mozgási energiája és sebessége közötti összefüggés képletét. Milyen alakban írható fel ez a képlet kis sebességek ($v \ll c$)? esetén? **6.** Mi az értelme az mc^2 mennyiségnek?

25. gyakorlat

1. A Földhöz képest 0,8c sebességgel mozgó űrhajóban eltelt 2 év. Mennyi idő telik el ez alatt a Földön lévő megfigyelő számításai szerint?

2. A Földön lévő megfigyelő számára nyugalomban lévő rúd hossza 2 m. Mekkora lesz a rúd hossza, ha 0,6c sebességgel fog mozogni?
3. Hányszorosára lassul le az idő a Földhöz képest $2{,}6\cdot10^8$ m/s sebességgel mozgó űrhajóban?
4. A Nap másodpercenként $3{,}83\cdot10^{26}$ J energiát sugároz ki a világűrbe. Mennyivel csökken a Nap tömege egy év alatt?
5. Kiegészítő információforrás segítségével tudjátok meg, hogy a technika melyik ágaiban kell okvetlenül figyelembe venni az idő lassulásának tényét?

„A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ELEMEI" C. II. FEJEZET ÖSSZEGEZÉSE

1. Megismerkedtetek a *relativisztikus mechanika alapeszméivel*; *a speciális relativitáselmélet posztulátumaival.*

A speciális relativitáselmélet posztulátumai

I. Bármely inerciális vonatkoztatási rendszerben valamennyi természeti folyamat egyformán megy végbe.	II. A fény terjedési sebessége a vákuumban azonos valamennyi inerciális vonatkoztatási rendszerben.

2. Megérthettétek, hogy a *fény terjedési sebessége a vákuumban mindenfajta kölcsönhatás terjedésének maximális sebessége*:

$$c = 299\ 792\ 458\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3\cdot10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. Megtanulhattátok az *események egyidejűségének viszonylagosságát*.

A tér különböző pontjaiban történő két esemény egyidejűsége viszonylagos: az egyik inerciarendszerben egyidejű események nem egyidejűek azokban a vonatkoztatási rendszerekben, amelyek az első rendszerhez képest bizonyos sebességgel mozognak.

4. *Megismerkedtetek a relativisztikus mechanika törvényeivel és megbizonyosodtatok a speciális relativitáselmélet posztulátumainak következményeiről*

A tömeg és energia összefüggésének törvénye:

$$E_0 = mc^2;\qquad E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

A sebességek összeadásának törvénye az egydimenziós vonatkoztatási rendszerben:

$$v_x = \frac{v_{1x}+v_{2x}}{1+\dfrac{v_{1x}v_{2x}}{c^2}}$$

A speciális relativitáselmélet posztulátumainak következményei

A Lorenz-féle hosszúsági csökkenés

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Az idő lelassulásának effektusa

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

III. FEJEZET. MOLEKULÁRIS FIZIKA ÉS TERMODINAMIKA

1. RÉSZ. MOLEKULÁRIS FIZIKA

26. §. A MOLEKULÁRIS-KINETIKAI ELMÉLET ALAPELVEI

„Ha <...> az összes felhalmozott tudás megsemmisülne és a következő generációkhoz csak egy kifejezés jutna el, akkor vajon melyik állítás tartalmazná a legtöbb információt? Úgy gondolom, hogy ez az atom hipotézis: minden test parányi testecskékből, atomokból áll, amelyek folytonos mozgásban vannak, kis távolságokról vonzzák egymást, viszont taszítás jön létre közöttük, ha az egyik túl közel nyomakodik a másikhoz”. Ezeket a szavakat *Richard Feynman* amerikai elméleti fizikus mondta, aki munkásságáért 1965-ben fizikai Nobel-díjat kapott. Szavai szinte szóról szóra megegyeznek *Démokritosz* görög filozófus 25 évszázaddal azelőtti elveivel.

1 A molekuláris-kinetikai elmélet alapelvei

A **molekuláris-kinetikai elmélet** az anyagok felépítését három alapelv szemszögéből vizsgáló elmélet.

1. *Minden anyag részecskékből* – atomokból, molekulákból, ionokból – áll, azaz diszkrét felépítéssel rendelkezik; a részecskék között hézagok vannak (26.1 ábra).

2. *A részecskék folytonos rendezetlen (kaotikus) mozgásban vannak*; ezt a mozgást hőmozgásnak nevezik.

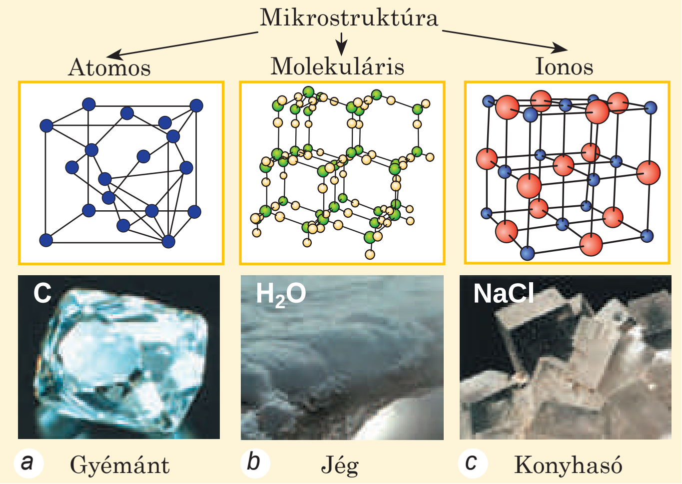
3. *A részecskék egymással kölcsönhat*ásban vannak (vonzzák és taszítják egymást).

Felidézzük az anyagok fő szerkezeti egységeinek meghatározását.

Atom – a kémiai elem tulajdonságait hordozó legkisebb részecske.

Minden kémiai elemnek egy meghatározott atom felel meg, amelyet az elem szimbólumával jelölnek (a hidrogén atom H, uránatom U).

Az atom szerkezete összetett, amely elektronfelhővel körülvett magból tevődik össze. Az atomban lévő elektronok száma megegyezik a magban található protonok számával. Az atom töltésének abszolút értéke azonos a proton töltésével, ezért az atom elektromosan semleges. Egyesülve, az atomok molekulákat alkotnak.



26.1. ábra. Egyes anyagok mikrostruktúrája kristályos állapotban

A molekula az adott anyag kémiai tulajdonságaival rendelkező legkisebb részecske, amely atomokból áll.

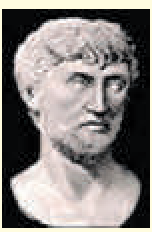
A különböző anyagok molekulái eltérő számú atomokból állnak. Az anyagok óriási sokszínűségét az atomok a molekulákban található különféle kötése eredményezi.

Ha az atom vagy molekula elveszíti egy vagy néhány elektronját, **pozitív ionná** alakul; ha viszont az atomhoz (molekulához) csatlakozik egy vagy több elektron, **negatív ion** jön létre.

2 Milyen tények igazolják az atomok és molekulák létezését?

Az anyagok részecskéi mikroszkopikus méreteik miatt nem láthatók, viszont az ókori filozófusok számos közvetett bizonyítékot hoztak fel létezésük igazolására.

? Olvassátok el *Titus Lucretius Carus* (i. e. 99–55) görög költő és filozófus alábbi sorait, amelyben megfogalmazza az ókori atomista filozófusok nézeteit! Az atomok és molekulák létezésének milyen bizonyítékait említi Lucretius?

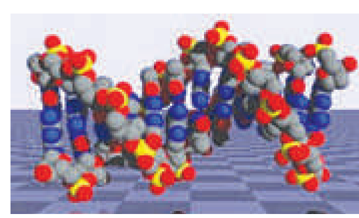


OÍme: ha öltönyödet víz szélénél felakasztod,
Nyirkos lesz, míg újra a napra kitéve kiszárad.
S nem láthattuk, a nedvesség hogy járta keresztül,
Vagy hogy a hőségtől ismét mint száll ki belőle.
Mert hisz a nedvesség oly csöpp részekre oszolva
Száll, hogy a szem sehogyan sem tudja követni az útját.
Sőt a lepergő esztendőknek hosszú során át
Hordott gyűrű is kopik apránként a kezünkön,
Vájja a hulló csepp a követ, s elvásik a földben,
Észre se véve, a földművesnek görbe ekéje

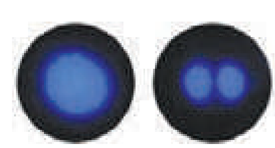
(*Idézet Lucretius A dolgok természete c. művéből, Tóth Béla fordítása, Alföldi Magvető, 1957*)

Idővel az anyagok részecskéinek létezéséről konkrét mennyiségi számításokon alapuló közvetett bizonyítékok is megjelentek. Például a XVIII. században fogalmazták meg a többszörös kapcsolatok törvényét: ha két egymással reakcióban lévő elem néhány kapcsolatot alkot, akkor az egyik kapcsolódó elemnek a másik elem állandó tömegével kapcsolódó különböző tömegei kis egész számokként viszonyulnak egymáshoz. Például, a nitrogén és az oxigén háromféle kötést hoz létre: N_2O, N_2O_2, N_2O_5. Ezek létrejöttekor a nitrogén állandó tömegével a vele reakcióba lépő oxigén tömege a kapcsolatok sorrendjében következőképpen viszonyul egymáshoz: 1:2:5. Erről könnyen megbizonyosodhatunk a létrejött anyagok molekulái összetételének összehasonlításával.

Napjainkban a fizikusok számos olyan műszert hoztak létre (ionvetítők, elektron- és pásztázó alagútmikroszkópok), amelyek segítségével nem csak a molekulák összetétele (26.2. ábra), hanem az atomok belső felépítése (26.3. ábra) is tanulmányozható.



26.2. ábra. DNS molekulák struktúrája, melyet pásztázó alagútmikroszkóp által kapott adatok segítségével számítottak ki



26.3. ábra. Szénatom elektronfelhőinek ábrázolása; elsőként a Harkovi fizikai-technikai főiskolán hozták létre

A molekulák mérete

A molekulák méretei annyira parányiak, hogy még elképzelni is nehéz. Ha a vízmolekulát ($d \approx 3 \cdot 10^{-10}$ m) milliószorosára nagyítanák, akkora lenne a mérete, mint egy vízcseppnek (≈ 0,3 mm). Ekkora nagyítás hatására a hajszáj vastagsága (0,1 mm) elérné a 100 m-t, a meggy átmérője (1 cm) – a 10 km-t, az ember átlagmagassága (170 cm) – az 1700 km-t.

A molekulák óriási mennyiségének a demonstrálására *William Thomson* (lord *Kelvin*) angol fizikus a következő elképzelt kísérletet ajánlotta: „Tegyük fel, hogy van egy pohár „megjelölt" vízmolekulánk, amit kiöntöttünk a Világóceánba és abban gyorsan elkevertük. Utána a Föld másik pontjában megmerítettünk az óceánból egy üveg vizet és megszámoltuk a benne lévő „megjelölt" molekulákat. Az üvegben közel ezret számolnánk össze!"

Próbáljátok meg ellenőrizni Thomson számításait! A Világóceán térfogata – $1{,}34 \cdot 10^{18}$ m^3.

3 Mennyire parányi egy molekula?

Viszonylag pontosan megállapították, hogy *a molekulák többségének a mérete és az összes atom átmérője* 10^{-10} m *nagyságrendű*. Érthető, hogy az atomok és molekulák tömege szintén nagyon kicsi (10^{-26} kg). Ezért mérésük nem egyszerű olyan egységekben, mint a kilogramm. Ezért bevezettek egy *rendszeren kívüli egységet* – az **atomi tömegegységet**, amely a ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ szénizotóp tömegének 1/12-ed része:

$$1\,\text{a. t. e.} = \frac{1}{12} m_0\left({}^{12}_{6}\mathrm{C}\right) \approx 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

A molekulák (atomok) atomi tömegegységben megadott tömegét M_r **relatív molekulatömegnek (relatív atomtömegnek)** nevezik:

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_0\left({}^{12}_{6}\mathrm{C}\right)}$$

A relatív molekulatömeg azt mutatja, hogy a molekula m_0 tömege hányszorosa a ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ szénizotóp tömege 1/12-ed részének.

4 Milyen egységekben számolják a molekulákat?

A makroszkopikus testek óriási számú részecskékből állnak. Meghatározzuk, például, a pohár vízben (m=0,2 kg). található molekulák számát. A vízmolekula tömege $m_0 \approx 3{,}0 \cdot 10^{-26}$ kg. Tehát, egy pohár vízben $N = \frac{m}{m_0} \approx 7 \cdot 10^{24}$ számú molekula található. A mikrorészecskék ekkora nagy számát „adagokban" – mólokban számolják. *Bármilyen anyag egy mólja azonos mennyiségű atomot vagy molekulát tartalmaz,* – annyit, amennyi szénatom található 12 g szénben. Ezt a számot **Avogadro-állandónak** nevezik:

$$N_A \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}.$$

Az anyag részecskéinek mól számával egyenlő fizikai mennyiséget ν **anyagmennyiségnek** nevezzük: $\nu = \frac{N}{N_A}$,

ahol N – az anyag részecskéinek a száma.
Az anyagmennyiség mértékegysége a SI rendszerben – a **mól**: $[\nu]$ = 1 mol.

Az adott anyag 1 mól mennyiségnyi ($6{,}02 \cdot 10^{23}$ molekula), részének tömegét az **anyag M moláris tömegének** nevezzük:

$$M = m_0 \cdot N_A,$$

ahol m_0 – az adott anyag molekulájának (atomjának) a tömege.

A moláris tömeg mértékegysége a SI rendszerben – **kilogramm per mól**:

$$[M] = 1 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Vezessétek le önállóan a jobb oldalon található képleteket!

- A moláris tömeg egyenlő a relatív molekulatömeg grammokban kifejezett értékével:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

- Az m tömegű és M moláris tömegű anyagmennyiség a következő képlettel határozható meg:

$$\nu = \frac{m}{M}$$

- Az anyag molekuláinak N száma:

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Hány szabad elektron található az $1 \times 4 \times 5$ cm méretű alumíniumhasábban? Minden egyes alumíniumatom egy szabad elektront tartalmaz.

A fizikai probléma elemzése. A feladat feltétele szerint az elektronok száma egyenlő a 20 cm^3 ($1 \times 4 \times 5$ cm) térfogatú hasábban található alumíniumatomok számával. Az alumínium moláris tömegét a kémiai elemek periódusos rendszerének a segítségével határozzuk meg: $M = M_r \cdot 10^{-3}$ kg/mol $= 27 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. Az alumínium sűrűségét a sűrűségtáblázatban találjuk.

Adva van:

$V = 20 \cdot 10^{-6}$ m^3

$M = 27 \cdot 10^{-3}$ kg/mol

$\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3

$N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}

N — ?

Megoldás

$N = \frac{m}{M} N_A$, ahol $m = \rho V$ – az alumínium tömege.

A következőt kapjuk: $N = \frac{\rho V}{M} N_A = \frac{\rho V N_A}{M}$.

Leellenőrizzük az egységeket és kiszámítjuk a keresett mennyiséget:

$$[N] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{mol}}{\text{m}^3 \cdot \text{kg}} = 1;$$

$$N = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{27 \cdot 10^{-3}} = 12 \cdot 10^{23}.$$

Felelet: $N = 12 \cdot 10^{23}$.

Összegezés

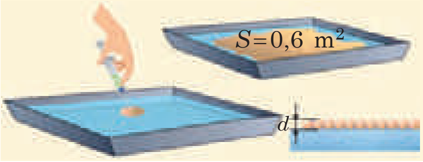
- Minden anyag részecskékből – atomokból, molekulákból, ionokból – áll. A részecskék között hézag van és méreteik nagyon parányiak: méretük megközelítőleg 10^{-10} m, tömegük – 10^{-26} kg. A mikrorészecskék tömegét atomi tömegegységben mérik: 1 a.t.e. $\approx 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg.
- A részecskék száma óriási, ezért azokat mólban számolják. Bármilyen anyag egy móljában azonos mennyiségű részecske található – annyi, ahány szénatomot tartalmaz 12 g szénizotóp. Ezt a számot N_A szimbólummal jelölik és Avogadro-számnak (Avogadro-állandónak) nevezik: $N_A \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

- Az anyag részecskéinek mól számával egyenlő fizikai mennyiséget anyagmennyiségnek nevezzük: $\nu = \frac{N}{N_A}$. Az adott anyag 1 mól mennyiségnyi részének tömegét az anyag moláris tömegének nevezzük: $M = m_0 \cdot N_A$.

Ellenőrző kérdések

1. Soroljátok fel a molekuláris-kinetikai elmélet alapelveit! **2.** Milyen részecskékből áll a molekula? **3.** Milyen az atom felépítése? **4.** Soroljátok fel a molekulák és atomok létezésének általatok ismert közvetlen vagy közvetett bizonyítékait! **5.** Milyen egységekben mérik a molekulák tömegét? A molekulák számát? **6.** Mi az Avogadro-állandó fizikai értelme? **7.** Jellemezzétek az anyagmennyiséget, moláris tömeget, mint fizikai mennyiséget!

26. gyakorlat



1. A víz felszínére egy 1 mm^3 térfogatú olívaolaj cseppet cseppentettek (lásd az ábrát). Szétterjedve, az olaj 0,6 m^2 területű hártyát hozott létre. Értékeljétek az olívaolaj molekulájának a méretét!
2. Hány molekulát tartalmaz 1,0 l víz?
3. A felsorolt anyagok mindegyikének határozzátok meg a moláris tömegét; a molekulák számát 100 mólban; a mólok számát 1 kg-ban; egy molekula tömegét:
   a) nitrogén (N_2); b) szén-dioxid (CO_2); c) metán (CH_4)!
4. A 2 m átlagmélységű és 15 000 m^2 területű tóba egy 6 mg tömegű jódkristályt dobtak. Képzeljétek el, hogy a tó vizét felkavarták és a jódot a teljes térfogatban egyenletesen oszlatták el. Hány jódatomot tartalmazna a tó vizéből mert minden egyes 200 cm^3 térfogatú vízmennyiség?
5. Kiegészítő információforrás felhasználásával találjatok minél több érdekes példát az atomok és molekulák méretének a bemutatására! Készítsetek rövid beszámolót vagy prezentációt!

Kísérleti feladat

Végezzétek el a 26. gyakorlathoz mellékelt ábrán találhatóhoz hasonló kísérletet. *Segítség:* 1) a víz felszínének viszonylag nagynak kell lennie (1 m^2-nél nagyobbnak); 2) a csepp térfogata fecskendő segítségével határozható meg, például, megszámolva 1 ml olajban lévő cseppek számát.

A JÖVŐ SZAKMÁI
ORVOSTUDOMÁNY

Molekuláris dietetikus

Az ételek molekuláris összetételén alapuló, az ember genetikai elemzését és fiziológiai folyamatait figyelembe vevő, egyéni táplálkozási tanácsokat kidolgozó szakember.

A molekuláris dietetikus a molekulák viselkedését vizsgálja különböző közegekben, azok hatását az emberi szervezet fiziológiai folyamataira; tisztázza az energiafelhasználást futás, séta, úszás és egyéb aktív folyamat során; kiszámítja, hogy milyen ételekből mekkora mennyiségre van szüksége az embernek a megfelelő energiamennyiség biztosításához.

27. §. A MOLEKULÁK MOZGÁSA ÉS KÖLCSÖNHATÁSA*

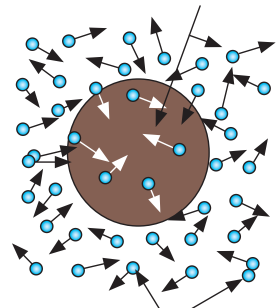
„… A mikroszkóp látómezőjén gyorsan repülnek át az apró részecskék, szinte pillanatok alatt irányt változtatnak, a nagyobbak lassabban mozognak, viszont ők is állandóan változtatják az irányukat. A nagyobb részecskék gyakorlatilag egy helyben topognak (…). Nyoma sincs bármiféle rendnek vagy rendszernek…”. *Robert Pohl* (1884–1976) német fizikus szerint ilyennek látja a megfigyelő a *Brown-mozgást* – a molekulák mozgásával magyarázható jelenséget. Felidézzük, hogyan mozognak a molekulák és milyen tények bizonyítják kölcsönhatásukat

1 Mi a Brown-féle mozgás?*

A **Brown-féle mozgás** a mikroszkópban látható, folyadékban vagy gázban lévő kis makro részecskéknek a folyadék, illetve gázmolekulák lökdösése hatására létrejövő kaotikus mozgása.

Ezt a jelenséget *Robert Brown* (1773–1858) skót botanikus tiszteletére nevezték el, aki 1827-ben folyadékba kevert virágport vizsgált mikroszkópjával és észrevette, hogy a virágpor szemcséi szüntelen, rendszertelen mozgásban vannak, miközben állandóan változtatják az irányukat.

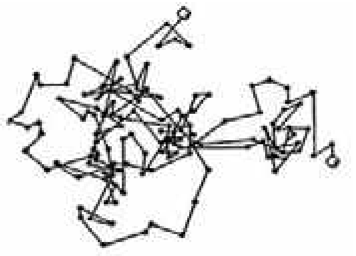
A Brown-féle mozgást oka – a közeg molekuláinak kaotikus mozgása. A közeg mikrorészecskéi mozgásuk közben szünet nélkül lökdösik a közéjük került mikrorészecskéket (27.1. ábra). Eközben az egyik oldalról mért ütések összereje véletlenszerűen nagyobb lehet a másik oldalról mért ütésekénél. Ha a mikrorészecske viszonylag kicsi (≈ 1 mkm), az ütések eredményeként mozgásba kezd; utána a többi ütközés hatására megváltozik a sebessége.



27.1. ábra. A Brown-féle mozgás létrejöttének mechanizmusa

? Vajon miért „toporognak” egyhelyben a nagyobb részecskék? Miért növekszik a Brown-részecskék sebessége a folyadék hőmérsékletének emelkedésével?

Az *Albert Einstein* és *Marian Smoluchowski* lengyel fizikus által 1905–1906-ban létrehozott, majd *Jean Baptist Perrin* francia fizikus által kísérletileg igazolt Brown-féle mozgás elmélete végérvényesen biztosította az atomisztika győzelmét.

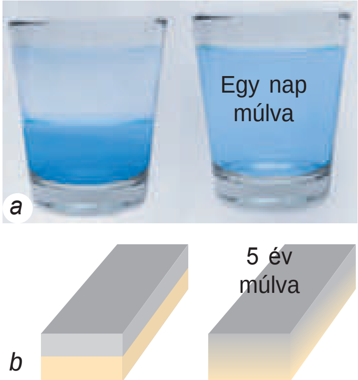


27.2. ábra. A Jean Perren által kapott több ezer vázlat egyike, amelyen azonos időközökben (1 s) jelölte meg a Brown-részecske helyzetét. Érthető, hogy a részecske valódi mozgáspályája még több szakaszt tartalmaz

2 Mi a diffúzió és hol alkalmazzák?

A molekulák kaotikus mozgása minden makroszkopikus test belsejében megfigyelhető. A 7. osztályos fizika tananyagában már tanultatok

* Itt és a következőkben a „molekula” kifejezésen az anyag bármelyik strukturális egységét értjük – molekulát, atomot, iont.



27.3. ábra. Diffúzió folyadékokban és szilárd testekben. A molekulák kaotikus hőmozgásának eredményeként a szirup a vízzel egy nap alatt keveredett össze (*a*), a lecsiszolt és egymáshoz szorított ólom és aranylap 5 év alatt 1 mm-re „nőtt" össze

27.4. ábra. Az acél felületének szénnel történő dúsítását *cementálásnak* nevezik. Ha a terméket alacsony széntartalmú acélból készítik, majd magas hőmérsékletű, szenet tartalmazó elegybe merítik, akkor a diffúzió hatására a felső réteg szénnel telítődik. A kapott elem egyidejűleg nagyon szilárd lesz (kívülről – szilárd öntöttvas) és nem rongálódik az ütés általi terhelések folyamán (belülről – rugalmas acél)

a *diffúzióról* – egy újabb, az ilyen mozgás által létrehozott jelenségről (*diffusio*, latin – elterjedés, szétfolyás).

A **diffúzió** az egyik anyag molekuláinak behatolása a másik anyag molekulái közötti hézagokba, amely a molekulák hőmozgása eredményeképpen jön létre.

Ha egy üveg vízbe megfestett cukorszirupot öntünk, egy idő után a teljes üveg víz elszíneződik és édessé válik (27.3. *a* ábra). A diffúzió a folyadékban viszonylag lassú lefolyású, viszont a szilárd testekben még ennél is százszor és ezerszer lassúbb (27.3. ábra). A gázokban a diffúzió jelentősen gyorsabb, mint a folyadékokban, viszont hőáramlás (konvekció) nélkül a parfüm illatát a szobában csak órák múlva éreznénk meg.

A diffúzió sebessége a hőmérséklet és nyomás növekedésével bármilyen közegben megnövekszik.

A diffúziós folyamatok nagyon fontosak egyes anyagok létrehozásánál és megmunkálásánál. A szilárd anyagok esetében a diffúzió biztosítja a fémek egyesítését hegesztés, forrasztás, nikkelezés folyamán. A fémtermékek felszínét diffúzió segítségével telítik szénizotópokkal, ami megnöveli azok szilárdságát (27.4. ábra).

A diffúzió egyik fajtája az **ozmózis** (ösmos, görög – lökés, nyomás) – egyoldalú diffúzió folyamata, amikor az oldószer két, féligáteresztő membránnal elválasztott különböző koncentrációjú oldat között áramlik. Az oldószer a hígabb oldatból a töményebbe felé vándorol. Például, ha éles késsel levágunk egy citromkarikát, gyakorlatilag nem keletkezik lé; ha viszont a karikára cukrot szórunk, megjelenik a citromlé. A citromból kiválasztódva a lé fel akarja hígítani a friss vágás mentén kialakult sűrű cukoroldatot.

A természetben az ozmózisnak köszönhetően kerül a talajból a tápanyag és a víz a növények gyökerébe, az emésztési rendszerből – az élőlények szervezetébe és közvetlenül a sejtjeikbe; az oxigén a tüdőből a vérbe, stb. Az iparban az ozmózist víztisztításnál, üdítőitalok előállításánál, egyes polimerek létrehozása során alkalmazzák.

3 Milyen gyorsan mozognak a molekulák?

A molekulák a gázokban nagyon gyorsan – a kilőtt lövedék sebességével (lásd a táblázatot) mozognak, viszont nem tudnak messzire „repülni”, mivel másodpercenként közel egymilliárd alkalommal ütköznek a többi molekulával. Ezért a mozgáspályájuk összetett töröttvonal, amely a Brown-részecske mozgáspályájára hasonlít.

A gáz hőmérséklete, °C	A gázmolekulák mozgásának négyzetes középsebessége, m/s		
	H_2	O_2	CO_2
0	1693	425	362
20	1755	440	376
100	1980	496	422
200	2232	556	475

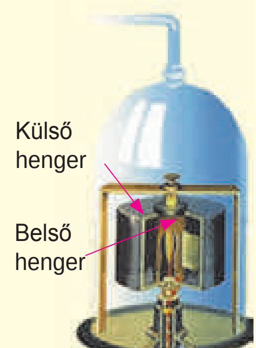
❓ Magyarázzátok meg, hogy a molekulák óriási sebessége ellenére miért terjed az illat a levegőben viszonylag lassan!

Jegyezzétek meg! Az anyagokban mindig találhatók olyan molekulák, amelyek lassan mozognak, és olyanok is, amelyek óriási sebességgel rendelkeznek. Az ütközések következtében a molekulák sebessége folyamatosan változik. Még egy molekula mozgásának a leírása is lehetetlen és szükségtelen. Azt fontos tudnotok, hogy mihez vezet az adott objektum molekulái összességének a mozgása.

Hogyan mérték meg a molekulák sebességét?

A molekulák sebességét elsőként *Otto Stern* (1888–1969) német fizikus mérte meg.

A kísérlethez Stern olyan eszközt készített (lásd az 1. ábrát), amely két, szilárdan összekötött, egy tengelyre helyezett hengerből áll; a belső henger falán rés található. A tengelyt hosszanti irányban ezüstréteggel borított huzallal vonták be. A hengerek belsejéből kiszivattyúzták a levegőt. Amikor a huzalba áramot vezettek, az ezüst párologni kezdett és a belső henger ezüstatomokkal telt meg, melyek egy része a résen keresztül áthaladva a külső henger belső falához tapadt. Idővel a réssel szemben vékony ezüstcsík keletkezett (*A* a 2. ábrán).



1. ábra

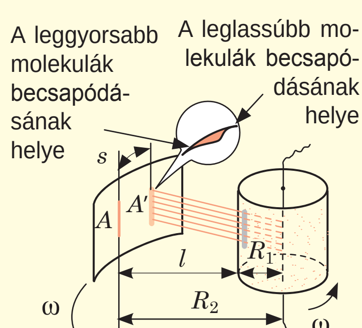
Amikor a hengereket forgatni kezdték, az ezüstcsík elmosódott és nem a réssel szemben jött létre, hanem az *A* csíktól *s* távolságra (*A′* csík). Tehát, amíg az atomok megtették az *l* távolságot (lásd a 2. ábrát), a hengerek egy bizonyos szögnyire fordultak el. Minél gyorsabban mozogtak az atomok, annál közelebb rakódtak le az *A* csíkhoz.

Ismerve a hengerek sugarát, azok ω szögsebességét és lemérve az *s* távolságot, Stern meghatározta az ezüstatomok *v* sebességét.

Valóban, az atomok a réstől a külső hengerig $t=\frac{l}{v}=\frac{R_2-R_1}{v}$ idő alatt jutnak el. Ez alatt az idő alatt a külső henger falán lévő pont *s* távolságot tesz meg, ezért $t=\frac{s}{v_{\text{ц}}}=\frac{s}{\omega R_2}$. Tehát,

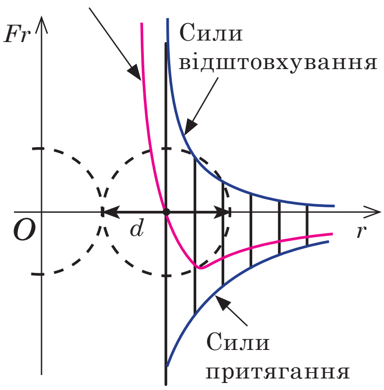
$$\frac{R_2-R_1}{v}=\frac{s}{\omega R_2} \Rightarrow v=\frac{\omega R_2\left(R_2-R_1\right)}{s}.$$

Az atomoknak a Stern által megmért sebessége megegyezett az atomok elméletileg meghatározott sebességével.



2. ábra

Vonzáserők



27.5. ábra. A vonzáserők és a taszító erők, valamint a molekuláris kölcsönhatás erőinek grafikonja (F_r) a molekulák közötti r távolság függvényében. A molekulák kölcsönhatás erejét a vonzási és a taszítási erők összegeként határozzák meg

4 Miért és hogyan történik a molekulák kölcsönhatása?

Arról nagyon könnyű meggyőződni, hogy a molekulák vonzzák egymást. Próbáljatok meg, például, szétszakítani egy acélhuzalt vagy széttörni egy téglát – ez nehéz lesz, noha azok is különálló részecskékből állnak. Az a tény, hogy a szilárd testek és folyadékok gázzá alakulásuk folyamán nem hullnak szét különálló molekulákra, arról tanúskodik, hogy a molekulák között vonzóerők hatnak. Ezzel egyidőben a molekulák taszítják is egymást. Erről is könnyen meggyőződhetünk, ha megpróbáljuk összenyomni a fent említett huzalt vagy téglát – kétséges, hogy sikerülne.

A molekuláris-kinetikai elmélet azt állítja, hogy a *molekulák között egyidőben vonzó- és taszítóerők is hatnak*. Ezen erők létrejöttének fő oka az atomot alkotó töltött részecskék elektromos vonzása és taszítása: az egyik atom pozitív töltéssel rendelkező magja vonzódik a másik atom negatív elektronfelhőjéhez; ezzel egyidőben ezen atomok magjai taszítják egymást, ami elektronfelhőik taszítódását is eredményezi.

Ha a molekulák közötti r távolság kisebb a molekulák d méreténél $(r<d)$, akkor a taszítási erők győzedelmeskednek, és a molekulák taszítják egymást (27.5 ábra). Az r távolság növekedésével mind a vonzó, mind a taszítóerők csökkennek, viszont a taszítóerők csökkenése gyorsabb. Az $r=d$ távolságnál a taszító- és vonzóerők kiegyenlítődnek. A molekulák közötti távolság további növekedése során $(r>d)$ a vonzóerők kerekednek felül és a molekulák vonzani kezdik egymást.

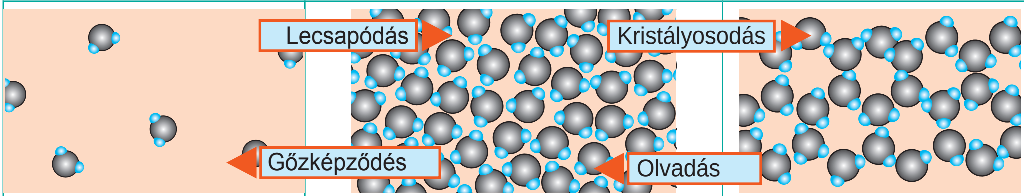
A molekulák közötti d távolság esetében a molekulák stabil egyensúlyi állapotban vannak: a molekuláknak ebből a helyzetből történő bármilyen kitérésekor a molekulaközi erők vissza akarják azokat állítani az egyensúlyi állapotba.

? Érezhető lesz-e két molekula között kölcsönhatás, ha a közöttük lévő távolság tízszerese méretüknek? Méretüknél tízszer kisebb (lásd a 27.5. ábrát)?

5 Az anyagok fázisállapota

A molekuláris-kinetikai elmélet az anyag *három fázisállapotát (halmaz*állapotát*)* különbözteti meg: *cseppfolyós, szilárd és gáznemű* (létezik egy negyedik állapot is – a *plazma*, amely a Világegyetem legelterjedtebb állapota, hiszen a csillagok is plazmaállapotú anyagokból állnak). Az anyagok fázisállapotának a változását *fázisátalakulásnak* nevezik. Megvizsgáljuk az anyagok különböző halmazállapotát és tisztázzuk a molekulák mozgását és kölcsönhatását ezekben a fázisállapotokban.

Az anyagok fázisállapota (halmazállapota)



Gáznemű	Cseppfolyós	Szilárd kristályos
A „gáz” szó a görög *chaos* (káosz) szóból ered. *A gázmolekulák rendszertelenül helyezkednek el és a közöttük lévő távolság a méreteik több tízszerese.* Ekkora távolságokon a molekulák gyakorlatilag nincsenek kölcsönhatásban egymással. Ezért folyamatos ütközés mellett a gázmolekulák addig repülnek szét minden irányban, amíg akadályba, például, egy falba nem ütköznek. Éppen ezért a *gázoknak nincs alakjuk és kitöltik a rendelkezésükre álló teljes térfogatot.* A molekulák közötti nagy távolságokkal magyarázható az is, hogy a *gázok könnyen összenyomhatók.*	*A folyadékok molekulái általában kaotikusan helyezkednek el, viszont az egymás közelében lévőknél bizonyos rendszer figyelhető meg.* A molekulák közötti átlagos távolság megközelítőleg egyenlő a molekulák méretével, ezért a molekulaközi erők egyensúlyi helyzetük körül tartják őket. A folyadék minden molekulája egy meghatározott ideig (megközelítőleg 10^{-11} s) rezgőmozgáshoz hasonló mozgást végez, majd másik helyre mozdul el és újból az egyensúlyi helyzete körül rezeg. A molekulák egy helyben történő rezgésének ideje több százszor hosszabb az elmozdulással töltött idejüknél. A molekulák elmozdulása (átugrása) egyik egyensúlyi helyzetükből a másikba általában a külső erő hatásának az irányában történik, ezért a *folyadék instabil: külső erők hatására felveszi az őt körbevevő edény formáját és eközben a térfogata változatlan marad.*	*A szilárd kristályos halmazállapotú anyagok molekulái meghatározott rendben helyezkednek el* (kristályrácsot alkotnak), a közöttük lévő távolság nagyjából megegyezik a méretükkel, ezért a molekulaközi kölcsönhatási erők egyensúlyi helyzetük körül tartják azokat. A folyadékoktól eltérően a szilárd testek molekulái nagyon ritkán mozdulnak el – minden egyes molekula viszonylag sokáig megtartja egyensúlyi helyzetét, a mozgása pedig az egyensúlyi helyzete körüli rezgésből áll. Ezért a szilárd testek megtartják térfogatukat és alakjukat is: *a folyadékhoz hasonlóan a szilárd testeket is nagyon nehéz összenyomni.*

Megjegyezzük, hogy egyes szilárd testek molekulái összességében rendszertelenül helyezkednek el. Az anyagok ilyen állapotát amorfnak nevezik. Az amorf állapotban lévő anyagok nagyon sűrű folyadékra emlékeztetnek. Ha egy edénybe sókristályokat helyezünk, akkor azok sohasem állnak össze egy nagy kristállyá. Viszont ha egy edénybe gyantadarabokat helyezünk, ami amorf anyag, akkor a gyanta néhány napon belül összeolvad és felveszi az edény formáját.

A kristályos anyagoktól eltérően, az *amorf anyagoknak nincs meghatározott olvadáspontjuk*, fokozatosan puhulva változnak cseppfolyóssá.

Az anyagok amorf halmazállapota instabil – a kristályosodása fokozatosan megy végbe. Például, az üveg amorf struktúrával rendelkezik, viszont idővel zavarossá alakul – benne apró kvarckristályok jönnek létre. A cukor – molekuláris kristály. Ha megolvasztják, majd lehűtik, amorf halmazállapotba kerül – karamellizálódik. Bizonyos idő elteltével a karamellen cukorkristályok kezdenek nőni. Ez az oka a hosszú ideig tárolt lekvár cukrosodásának.

Összegezés

- A molekulák, atomok és ionok szüntelen kaotikus mozgásban vannak. Épp az anyag részecskéinek a mozgásával magyarázhatók az olyan jelenségek, mint a Brown-mozgás (folyadékban vagy gázban lévő kis makrorészecskék mikroszkópban megfigyelhető rendszertelen elmozdulása) és a diffúzió (érintkező anyagok kölcsönösen egymásba hatolása).
- Az anyag részecskéi kölcsönhatásban vannak egymással. A molekulaközi kölcsönhatás oka – az atomot alkotó, töltéssel rendelkező részecskék elektromos vonzása és taszítása. A méretüknél egymástól nagyobb távolságra lévő molekulák vonzzák egymást; ha a molekulák közötti távolság kisseb a méretüknél – taszítják egymást.
- A molekulái kölcsönös helyzetétől, mozgásuknak jellegétől és kölcsönhatásuktól függően az anyag halmazállapota (fázisállapota) lehet szilárd, cseppfolyós és gáznemű.

Ellenőrző kérdések

1. Mi az oka a Brown-féle mozgásnak? **2.** Mi a diffúzió? Mondjatok példát a diffúzió megnyilvánulására és felhasználására a tudományban, természetben, az ember hétköznapjaiban. **3.** Helyes-e az állítás, hogy egy meghatározott gáz molekuláinak sebessége azonos hőmérsékletet egyenlő? **4.** Mi az oka a molekulák kölcsönhatásának? **5.** Milyen feltételek mellet jön létre a molekulák között vonzás? Taszítás? **6.** Magyarázzátok meg a különböző halmazállapotban lévő anyagok tulajdonságait a molekuláris-kinetikai elmélet szemszögéből! **7.** Mi a különbség az anyagok amorf és kristályos halmazállapota között?

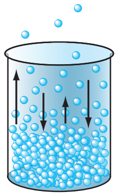
27. gyakorlat

1. Miért oszlik szét a térben és nem marad mellettünk az általunk kilélegzett széndioxid?
2. Milyen fizikai folyamattal magyarázható az uborka besózása? Hogyan történik ez a folyamat? Meleg vagy hideg helyiségben gyorsabb a lefolyása?
3. Tisztázott, hogy az emberi testben lévő kapillárisok falain át 60 l víz mozog percenként. Milyen fizikai folyamatnak köszönhető ez?
4. A növények öntözésének kétféle módszere van: locsolás speciális oldatokkal (gyökér általi táplálás); permetezés (levél általi táplálás). Magyarázzátok meg mindkét módszert!
5. Ha egymásra helyezünk két üveglapot, azok összetapadnak (tároláskor ezért helyeznek közéjük papírlapot). Ha összenyomunk két favonalzót, azok nem tapadnak össze. Miért?
6. Fog égni a gyertya az űrhajón? Ha igen, akkor mennyi ideig? Válaszotokat magyarázzátok meg!
7. Kiegészítő forrásanyag felhasználásával tudjátok meg, hogy mi a jelentősége a diffúziónak (pontosabban az ozmózisnak) az élelmiszeriparban. Az ételek elkészítése során miért szükséges az említett folyamatok ismerete?

Kísérleti feladat

Gondoljatok ki és végezzetek el kísérletet a diffúzió és ozmózis folyamatának a megfigyelésére otthoni körülmények között! Tisztázzátok, milyen tényezőktől függ a diffúzió sebessége!

28. §. A MOLEKULÁRIS-KINETIKAI ELMÉLET. AZ IDEÁLIS GÁZ ALAPEGYENLETE



Minden makroszkopikus test óriási számú molekulákból áll. A molekuláris-kinetikai elmélet a makroszkopikus testek v struktúrájának szemszögéből vizsgálja a testek felépítését és tulajdonságait, valamint a bennük zajló folyamatokat. A makroszkopikus testek viselkedését egy sor fizikai mennyiség – *mikroszkopikus és makroszkopikus paraméterek* – írja le. Megvizsgáljuk, hogy melyek ezek a paraméterek és mi a kapcsolat közöttük.

1 Mikroszkopikus és makroszkopikus paraméterek

Megvizsgálunk egy nagyszámú atomból és molekulából álló rendszert. Ilyen rendszer lehet például egy tetszőleges gáz. A gáz mikrorészecskéi bármely pillanatban rendelkeznek energiával, valamilyen sebességgel mozognak és meghatározott tömegük van.

Az anyag egyes mikrorészecskéinek tulajdonságait és viselkedését jellemző mennyiségeket **mikroszkopikus paramétereknek** nevezzük.

A mikroszkopikus paraméterek a rendszert érő külső hatás hiányában is változhatnak.

Például a gázmolekulák sebessége az ütközések eredményeképpen folyton változik.

Ugyanakkor az adott tömegű gáz bizonyos térfogattal, nyomással, hőmérséklettel is rendelkezik. Ezeknek a mennyiségeknek az értékét a nagyszámú molekulák összessége határozza meg, hiszen nem beszélhetünk egy molekula nyomásáról, hőmérsékletéről vagy sűrűségéről.

A makroszkopikus testek tulajdonságait és viselkedését jellemző fizikai mennyiségeket, amelyek figyelmen kívül hagyják azok molekuláris felépítését, **makroszkopikus paramétereknek** nevezzük.

A makroszkopikus paraméterek kizárólag a rendszert érő külső hatás vagy hőcsere eredményeként változhatnak. Például a gáznyomás növelése érdekében a gázt felmelegítik (bizonyos hőmennyiséget közölnek vele) vagy összenyomják (munkát végeznek rajta).

2 Mit nevezünk ideális gáznak?

A testek makroszkopikus és mikroszkopikus paraméterei közötti mennyiségi törvényszerűségek nagyon bonyolultak. Mi a legegyszerűbb esetet vizsgáljuk meg – a viszonylag ritkított gázokat (ilyenek például a közönséges körülmények között lévő közönséges gázok*). A ritkított gázokban a molekulák közötti távolságok jelentősen nagyobbak azok méreténél, ezért ezeket a molekulákat anyagi pontoknak tekinthetjük, kölcsönhatásuk pedig, az ütközés pillanatait kivéve, figyelmen kívül hagyhatók. Emellett a ritkított gázok tulajdonságai gyakorlatilag függetlenek molekuláris összetételüktől, a molekuláik ütközése pedig a rugalmas ütközésekhez közelítenek. Ezért a valós gázok helyett azok fizikai modelljét, az *ideális gázt* vizsgálhatjuk.

* A gáz *közönséges* körülmények között van, ha nyomása 760 Hgmm, ami $\approx 1{,}01 \cdot 10^5$ Pa-nak felel meg, hőmérséklete pedig 0° C.

Az **ideális gáz** – a gáz fizikai modellje, amelynek molekulái olyan anyagi pontok, melyek nincsenek egymással kölcsönhatásban és ütközéskor kölcsönhatásuk tökéletesen rugalmas.

3 A ideális gáz alapegyenlete

Elsőként a *molekulák sebességét* vizsgáljuk meg. Nincs értelme minden egyes molekula mozgását vizsgálni és meghatározni azok sebességét az adott pillanatban, ami ráadásul lehetetlen is: a molekulák száma nagyon nagy, ráadásul minden molekula másodpercenként több milliárdszor változtatja a sebességét. Ezért a fizikusok a molekulák sebességének átlagértékét használják. A molekuláris-kinetikai elmélet egyik alapfogalma az **átlagsebesség négyzetes közepe** $\left(\overline{v^2}\right)$:

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_1^2 + \ldots + v_N^2}{N},$$

ahol N a molekulák száma; v_1, v_2, ... v_N az egyes molekulák sebessége.

Az átlagsebesség négyzetes közepének négyzetgyöke adja a **molekulák négyzetes átlagsebességét** $\left(\bar{v}_\text{n}\right)$:

$$\bar{v}_\text{n} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

Érthető, hogy az átlagsebesség négyzetes közepe (és egyben a négyzetes átlagsebesség is) közvetlen mérésekkel nem határozható meg. Viszont ez a mennyiség kapcsolatban van a gáz egyes makroszkopikus (mérhető) paramétereivel, például a nyomással.

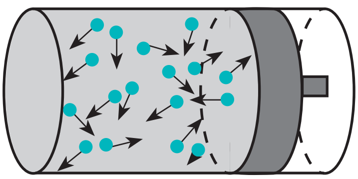
Emlékeztetünk rá, hogy a gáz nyomását molekulái ütközése határozza meg (28.1. ábra). A gázmolekulák folytonos rendezetlen (kaotikus) mozgásban vannak, közben ütköznek az edény falával és a gázban lévő tetszőleges test felületével, miközben bizonyos erővel hatnak azokra. A részecskék területegységre eső ereje adja a gáz nyomását: $p = \frac{F}{S}$.

Könnyen belátható, hogy minél gyorsabban mozognak a gázmolekulák és minél nagyobb a tömegük, annál nagyobb lesz az ütközésük ereje, és ennek eredményeként a gáz nyomása is.

Az ideális gáz p nyomásának függése a molekulák m_0 tömegétől és a $\overline{v^2}$ átlagsebesség négyzetes közepétől – **a molekuláris-kinetikai elmélet ideális gázokra vonatkozó alapegyenlete**:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2}$$

Ebben az esetben n a **gázmolekulák koncentrációja** – a *gáz egységnyi térfogatában található molekulák számával egyenlő fizikai mennyiség*: $n = \frac{N}{V}$, $[n] = 1\ \text{m}^{-3}$.



28.1. ábra. A gáz nyomása a gázmolekuláknak az edény falával történő ütközésének az eredménye

❓ Magyarázzátok meg, miért növekszik a gáz nyomása a molekulák koncentrációjának növekedésével!

Az ideális gáz molekulái haladó mozgásának átlagos mozgási energiája (az egy molekulára eső mozgási energia) a következő képlettel határozható meg: $\bar{E}_k = \dfrac{m_0 \overline{v^2}}{2}$. Ezért a molekuláris-kinetikai elmélet ideális gázokra vonatkozó alapegyenlete a következő alakban is felírható:

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

❓ Egy tetszőleges gáz molekuláinak átlagos mozgási energiája $1{,}2 \cdot 10^{-21}$ J. Határozzátok meg 1 mól gáz összes molekulájának mozgási energiáját!

4 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Határozzátok meg az $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa nyomás alatt lévő ideális gáz sűrűségét, ha a molekulák négyzetes átlagsebessége 500 m/s!

Adva:
$p = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa
$\bar{v}_n = 500$ m/s

ρ — ?

A fizikai probléma elemzése, megoldás.
A feladatban makroszkopikus jellemzőt – a gáz sűrűségét – kell meghatározni. A megoldáshoz felhasználjuk a molekuláris-kinetikai elmélet ideális gázokra vonatkozó alapegyenletét:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}. \qquad (1)$$

Mivel $\rho = \dfrac{m}{V}$, és $m = N m_0$ (a gáz tömege egyenlő a molekulák számának és egy molekula tömegének a szorzatával), ezért $\rho = \dfrac{N m_0}{V} = n m_0$, ahol $n = \dfrac{N}{V}$ a gázmolekulák koncentrációja.

Az (1) képletben az $n m_0$ helyett behelyettesítjük a ρ, egységet:

$$p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}. \qquad (2)$$

Innen $\rho = \dfrac{3p}{\overline{v^2}} = \dfrac{3p}{\bar{v}^2_n}$. (*A (2) képletet jegyezzétek meg!*)

Leellenőrizzük az egységeket, és meghatározzuk a keresett mennyiség értékét:

$$[\rho] = \frac{\text{Pa}}{\text{m}^2/\text{s}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \quad \rho = \frac{3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^5}{500^2} = \frac{3{,}0 \cdot 10^5}{2{,}5 \cdot 10^5} = 1{,}2 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right).$$

Az eredmény elemzése. Közönséges körülmények között a gázok sűrűsége 0,09 és 1,5 kg/m^3 között váltakozik, vagyis a kapott eredmény valós.

Felelet: $\rho = 1{,}2$ kg/m^3.

Összegzés

- Az anyag egyes mikrorészecskéinek tulajdonságait és viselkedését jellemző mennyiségeket mikroszkopikus paramétereknek nevezzük. A makroszkopikus testek tulajdonságait és viselkedését jellemző fizikai mennyiségeket, amelyek figyelmen kívül hagyják azok molekuláris felépítését, makroszkopikus paramétereknek nevezzük.

• Az ideális gáz – a gáz fizikai modellje, amelynek molekulái olyan anyagi pontok, melyek nincsenek egymással kölcsönhatásban, és ütközéskor kölcsönhatásuk tökéletesen rugalmas.

• A molekuláris-kinetikai elmélet ideális gázokra vonatkozó alapegyenlete a makroszkopikus (nyomás) és mikroszkopikus (molekulák tömege és az átlagsebesség négyzetes közepe) paraméterek közötti összefüggést fejezi ki: $p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}$.

Ez az egyenlet a következő alakban is felírható: $p = \frac{2}{3} n \overline{E}_k$; $p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk makroszkopikus és mikroszkopikus paramétereknek? Mondjatok példákat! **2.** Mit nevezünk ideális gáznak? **3.** Mi a molekulák átlagsebességének négyzetes közepe? A molekulák négyzetes átlagsebessége? **4.** Miért gyakorol nyomást a gáz az edény falára? **5.** Milyen paraméterek közötti összefüggést fejez ki a molekuláris-kinetikai elmélet alapegyenlete? Írjátok fel ezt az egyenletet! **6.** Milyen egyenlet köti össze az ideális gáz molekuláinak nyomását és haladó mozgásának átlagos mozgási energiáját? Az ideális gáz nyomását és sűrűségét?

28. gyakorlat

1. Adottak a gáz következő paraméterei: nyomás; térfogat; hőmérséklet; a molekulák négyzetes átlagsebessége; a molekulák tömege; sűrűség.
1) Ezek közül melyek mikroszkopikus és melyek makroszkopikus paraméterek?
2) Az üres fecskendő nyílását ujjal befogták, majd: a) lassan nyomni kezdték a dugattyút; b) hirtelen visszarántották a dugattyút. A gáz felsorolt paraméterei közül melyek változtak meg és hogyan?

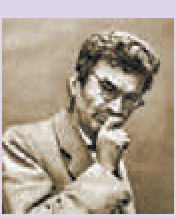
2. Hogyan változik meg a zárt edényben lévő ideális gáz nyomása, ha melegítés eredményeként molekuláinak négyzetes átlagsebessége a 2-szeresére növekedett?

3. Összenyomás hatására az ideális gáz térfogata 3-szorosára csökkent, molekulái átlagos mozgási energiája pedig a 3-szorosára növekedett. Hogyan változott meg a gáz nyomása?

4. Az ideális gáz molekuláinak négyzetes átlagsebessége 400 m/s. Mekkora térfogatot foglal el a 2,5 kg tömegű gáz, ha nyomása 1 atm?

5. A 2,5 kg tömegű nitrogén a 2,0 m^3 térfogatú edényben $1{,}5 \cdot 10^5$ Pa nyomást hoz létre. Határozzátok meg a nitrogénmolekulák haladó mozgásának átlagos mozgási energiáját!

Fizika és technika Ukrajnában



Iszak Jakovics Pomerancsuk (1913–1966) – ukrán-szovjet elméleti fizikus, akadémikus.

Munkásságát a Harkivi Fizikai-technikai Egyetemen kezdte *L. D. Landau* vezetése alatt.

Pomerancsuk jelentős sikereket ért el a modern fizika különböző ágaiban – a szilárd testek fizikájában (neutronszóródás a kristályokban, a dielektrikumok hővezetésének elmélete); kvantumfolyadékok fizikájában („Pomerancsuk-effektus"); kvantum térelmélet („Pomerancsuk tétele"); nagyenergiás fizika, kozmikus sugárzás elmélete. A tudós jelentős szerepet játszott az első atomreaktorok kidolgozásában és létrehozásában, egyebek között a reaktorok diffúziós elméletében.

Pomerancsuk tiszteletére nevezték el a *pomeron* álrészecskét.

29. §. HŐMÉRSÉKLET. KELVIN-FÉLE HŐMÉRSÉKLETI SKÁLA

Mielőtt a strandra indulnátok, érdeklődtök a várható időjárásról. Ha például a levegő hőmérséklete 10° C, akkor bizony megváltoztatjátok a terveiteket. Vajon érdemes-e lemondani a sétát, ha 300 K (kelvin) hőmérséklet várható? Mit is értenek valójában a fizikusok a hőmérséklet kifejezés alatt?

1 Mi a hőmérséklet?

A kísérletek arról tanúskodnak, hogy a makroszkopikus testek sok esetben egyik állapotból a másik állapotba mennek át. Például, ha egy fagyos napon a szobába egy héliummal töltött léggömböt viszünk be, akkor az abban lévő hélium fokozatosan felmelegszik, és közben megváltozik a gáz nyomása, térfogata és egyéb paramétere. Miután a léggömb már hosszabb ideje lesz a szobában, a változások megszűnnek. A molekuláris fizika és termodinamika egyik posztulátuma – amelyet a **termodinamika nulladik főtételének** is neveznek, azt állítja: *bármely tetszőleges makroszkopikus test vagy testek rendszere állandó külső feltételek mellett* önmagától *termodinamikus egyensúlyi állapotba (hőegyensúlyba) kerül, melynek elérése után a rendszert alkotó testeknek azonos lesz a hőmérséklete.*

A termodinamika nulladik főtétele vezeti be és határozza meg a *hőmérséklet* fogalmát.

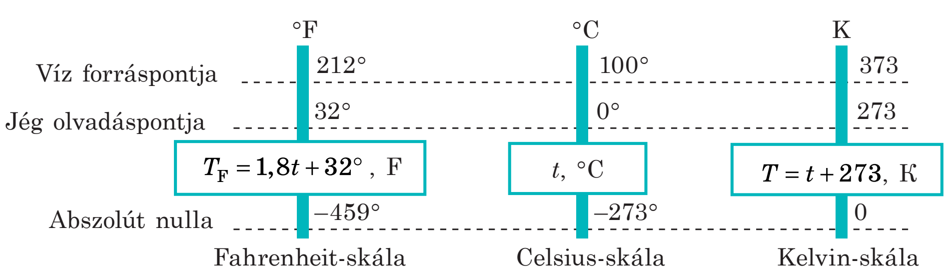
A **hőmérséklet** a makroszkopikus rendszer hőegyensúlyát jellemző fizikai mennyiség.

A **hőegyensúly** a makroszkopikus rendszer olyan állapota, amelyben a rendszer makroszkopikus jellemzői tetszőleges ideig változatlanok maradnak.

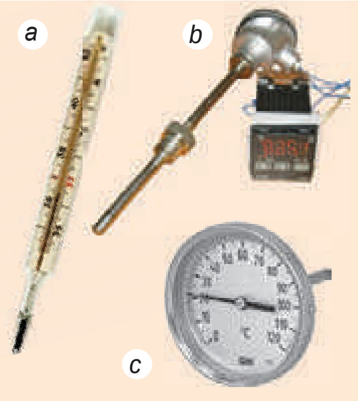
Jegyezzétek meg! Hőegyensúlyban a rendszer minden részének azonos a hőmérséklete, miközben a makroszkopikus jellemzőik eltérhetnek egymástól. Idézzétek fel a léggömb példáját: miután beáll a hőegyensúly, a környező levegő és a gömbben lévő hélium hőmérséklete kiegyenlítődik, a nyomás, sűrűség és térfogat – továbbra is eltér.

2 Hogyan működnek a hőmérők?

A hőmérséklet fizikai mennyiség – tehát mérhető. Ennek érdekében meg kell határozni a *hőmérsékleti skálát*. A legelterjedtebbek a Celsius-, Kelvin- és Fahrenheit-skálák (29.1. ábra).



29.1. ábra. Modern hőmérsékleti skálák



29.2. ábra. Különböző típusú hőmérők: *a* folyadékhőmérő (működési elve: a folyadék térfogatának változása a hőmérsékletváltozás következtében); *b* ellenállás-hőmérő (a vezető ellenállásának változása hőmérsékletváltozás során); *c* bimetál hőmérő (különböző hőtágulású fémlemezek hosszának változása hőmérsékletváltozás során)

A skálák felépítése az *alappontoknál* (*referenciapontoknál*) kezdődik, amelyek egyértelműen egy könnyen előidézhető fizikai folyamattal kapcsolatosak. Például a **Celsius-skála** *nullapontja* a *jég olvadáspontja* normális légnyomáson ($t = 0$ °C). A *víz forráspontja* normális légnyomáson adja a $t = 100$ °C értéket. *A hőmérséklet mértékegysége a Celsius-skála szerint* a **Celsius fok**:

$$[t] = 1\ °\mathrm{C}\ (°\mathrm{C}).$$

A hőmérséklet mérésére szolgáló eszközök a hőmérők (29.2. ábra). A hőmérők legfontosabb elemei a *termometrikus test* (higany vagy alkohol a folyadékhőmérőben, bimetál lemez a deformációs fémhőmérőben stb.) és a *skála*. Ha a termometrikus test kontaktusba kerül azzal a testtel, amelynek meg kell mérni a hőmérsékletét, a rendszer nem lesz egyensúlyban. Az egyensúlyi állapotba történő átmenet során megváltoznak a termometrikus test egyes makroszkopikus paraméterei (térfogat, elektromos ellenállás stb.). Ismerve ezen paraméterek hőmérsékletfüggőségét, meghatározható a test hőmérséklete.

Jegyezzétek meg!

- A hőmérő a *saját hőmérsékletét* rögzíti, amely viszont megegyezik a vele hőegyensúlyban lévő test hőmérsékletével.
- A termometrikus test nem lehet nagy tömegű, mivel abban az esetben jelentősen megváltoztatja a vele kapcsolatban lévő test hőmérsékletét.

3 Hőmérséklet és a molekulák átlagos mozgási energiája

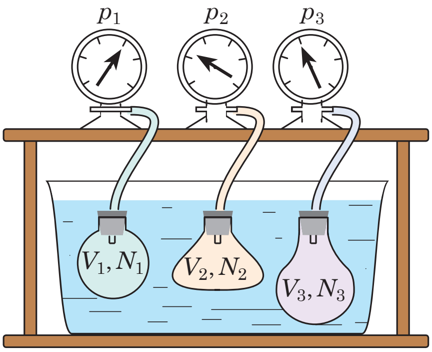
A test hőmérsékletének és a test molekulái mozgási energiájának a kapcsolata egy egyszerű gondolatmenettel bizonyítható. Például a hőmérséklet növekedésével növekszik a Brown-részecskék sebessége, felgyorsul a diffúzió, megnő a gáz nyomása, ami azt jelenti, hogy a molekulák gyorsabban mozognak és ezáltal megnő a mozgási energiájuk. Feltételezhetjük: *ha a gázok hőegyensúlyban vannak, akkor a molekuláik átlagos mozgási energiája egyenlő.* Vajon hogyan bizonyíthatjuk be ezt az állítást, hiszen ezeket az energiákat lehetetlen közvetlenül megmérni?

Felhasználjuk a kinetikus-molekuláris gázelmélet alapegyenletét: $p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$. A meghatározás szerint $n = \frac{N}{V}$, ezért $p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\bar{E}_k$. Átalakítás után a következő egyenletet kapjuk: $\bar{E}_k = \frac{3}{2}\frac{pV}{N}$. Hogy kísérletileg meggyőződhessünk a különböző gázok molekulái átlagos mozgási energiáinak egyenlőségéről azonos

hőfokon, meg kell határozni a gázok térfogatát (V), nyomását (p) és tömegét (m), majd a moláris tömegük (M) ismeretében meghatározni a különböző gázok molekuláinak a számát (N) a következő képlet segítségével:
$N = \frac{m}{M} N_A$.

Azonos hőmérséklet biztosítása érdekében, például a különböző gázokat tartalmazó tartályokat vízzel telt edénybe kell meríteni, majd megvárni a hőegyensúly beálltát (29.3. ábra).

A kísérletek azt bizonyítják, hogy bármilyen, hőegyensúlyban lévő gáz esetében a $\frac{pV}{N}$ arány azonos, tehát azonos a gázmolekulák átlagos mozgási energiája is. (A $\frac{pV}{N}$ arányt gyakran θ (téta) szimbólummal jelölik).



29.3. ábra. Annak a kísérletnek a vázlata, amelynek segítségével megállapítható a hőmérséklet és a gázmolekulák átlagos mozgási energiája közötti összefüggés. Az edényben lévő gázok a környezetükkel, tehát egymással is hőegyensúlyban vannak

Például 0 °C hőmérsékleten (a gázt tartalmazó edényt olvadó jégbe merítették) $\theta_0 = 3{,}76 \cdot 10^{-21}$ J, vagyis $\bar{E}_k = \frac{3}{2}\theta_0 = 5{,}64 \cdot 10^{-21}$ J; 100 °C-on (az edényt forrásban lévő vízbe merítették) $\theta_{100} = 5{,}14 \cdot 10^{-21}$ J, $\bar{E}_k = \frac{3}{2}\theta_{100} = 7{,}71 \cdot 10^{-21}$ J. Mivel hőegyensúlyi állapotban a θ értéke minden gáz esetében azonos, ezért a hőmérséklet joule-okban mérhető.

4 Abszolút hőmérsékleti skála

Érthető, hogy a hőmérsékletet nem célszerű joule-okban megadni (elsősorban a θ nagyon kicsi értéke miatt), viszont nem utasítható el teljesen a Celsius-skála használata sem. 1848-ban *William Thomson* (*lord Kelvin*) (1824–1907) angol fizikus bevezette az **abszolút hőmérsékleti skálát**, amelyet ma **Kelvin-skálának** neveznek.

A Kelvin-skálával mért T hőmérsékletet **abszolút hőmérsékletnek** nevezik.

Az abszolút hőmérséklet mértékegysége – a **kelvin** *– az SI rendszer alapegysége:*

$$[T] = 1\ \text{K (K)}.$$

A Kelvin-skálát úgy építették fel, hogy:

- a Kelvin-skáka szerinti hőmérsékletváltozás megegyezik a Celsius-skála szerinti hőmérsékletváltozással: $\Delta T = \Delta t$, *azaz a Kelvin- és Celsius-skálák osztásértéke azonos*: 1 °C = 1 K; a Kelvin- és Celsius-skálák által mért hőmérsékletek közötti összefüggés:

$$T = t + 273;\quad t = T - 273$$

A **Boltzmann-állandót** *Ludwig Boltzmann* (1844–1906) osztrák fizikusról nevezték el. Értéke a kísérletileg meghatározott θ_0 és θ_{100} adatok felhasználásával (lásd a 29. §. 3. pontját) számítható ki:

- ha $t = 100$ °C,

akkor $\theta_{100} = 5{,}14 \cdot 10^{-21}$ J;

- ha $t = 0$ °C,

akkor $\theta_0 = 3{,}76 \cdot 10^{-21}$ J.

Mivel $\theta = kT$,
akkor $\Delta\theta = k\Delta T$, ezért

$$k = \frac{\Delta\theta}{\Delta T} = \frac{\theta_{100} - \theta_0}{\Delta T}.$$

Figyelembe véve, hogy $\Delta T = \Delta t = 100$ K, $\theta_{100} - \theta_0 = 1{,}38 \cdot 10^{-21}$ J, a következő értéket kapjuk::

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

- a Kelvin-skála szerinti hőmérséklet és a $\theta = \dfrac{pV}{N}$ mennyiség közötti összefüggés: $\theta = kT$, ahol k a *Boltzmann-állandó* a hőmérséklettől, a gáz összetételétől és mennyiségétől független arányossági tényező::

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Az abszolút hőmérsékletnek mély fizikai tartalma van.

Az ideális gáz molekuláinak átlagos mozgási energiája egyenesen arányos az abszolút hőmérséklettel:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT \qquad (1)$$

Azaz, ha a gázt $T = 0$ K, fokig lehűtik, a molekuláik mozgása leáll $\left(\bar{E}_k = 0\right)$. Tehát a *Kelvin-skála nulla pontja – az elméletileg elképzelhető legalacsonyabb hőmérséklet*. Valójában a molekulák mozgása sohasem szűnik meg, ezért lehetetlen elérni a 0 K (–273 °C) fokot.

Azt az abszolút legalacsonyabb hőmérsékletet, amelynél megszűnik az atomok és molekulák mozgása, **abszolút nulla foknak** nevezik.

A gáz p nyomása egyértelműen meghatározható annak T abszolút hőfoka és molekuláinak n koncentrációja által: $p = nkT$ (2).

? A $\dfrac{pV}{N} = \theta = kT$ arány és a $p = \dfrac{2}{3} n\bar{E}_k$ egyenlet segítségével vezessétek ki önállóan az (1) és (2) egyenlőségeket!

Összegzés

- A hőmérséklet a makroszkopikus rendszer hőegyensúlyát jellemző fizikai mennyiség. Azt az abszolút legalacsonyabb hőmérsékletet, amelynél megszűnik az atomok és molekulák mozgása, abszolút nulla foknak nevezik. Abszolút hőmérsékleti skálának (Kelvin-skálának) azt a skálát nevezzük, amelynek alappontja az abszolút nulla fok. Az abszolút hőmérséklet mértékegysége – a kelvin – az SI rendszer alapegysége. A Kelvin- és Celsius-skálák által mért hőmérsékletek közötti összefüggés: $T = t + 273$; $t = T - 273$.
- Az ideális gáz molekuláinak átlagos mozgási energiája egyenesen arányos az abszolút hőmérséklettel, a gáz nyomását pedig a gáz abszolút hőmérséklete és molekuláinak koncentrációja határozza meg: $\bar{E}_k = \dfrac{3}{2} kT$; $p = nkT$, ahol $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K– Boltzmann-állandó.

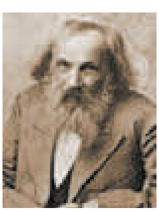
Ellenőrző kérdések

1. Fogalmazzátok meg a termodinamika nulladik főtételét! **2.** Milyen feltételek mellett van egy rendszer hőegyensúlyban? **3.** Mit nevezünk hőmérsékletnek? **4.** Mi a hőmérő? Hogyan működik? Milyen hőmérőtípusokat ismertek? **5.** Jellemezzétek a Celsius- és Kelvin-skálákat! Hogyan kapcsolódnak egymáshoz? **6.** Bizonyítsátok be, hogy a hőmérséklet – a molekulák átlagos mozgási energiájának a mértéke! **7.** Milyen összefüggés van a gáz nyomása és abszolút hőmérséklete között?

29. gyakorlat

1. Miért hiányoznak a Kelvin-skáláról a negatív hőmérsékletek?
2. A Földön a legalacsonyabb hőmérsékletet (–89 °C) az Antarktiszon mérték 1983-ban. Mekkora ez a hőmérséklet Celsius-fokban; Fahrenheit-fokban?
3. A ballonban lévő gáz abszolút hőmérséklete 4-szeresére növekedett. Hogyan változott eközben a gáz nyomása és molekuláinak négyzetes átlagsebessége?
4. Hány gázmolekula található egy 150 m^3 térfogatú szobában, ha a nyomás 1 atm, a hőmérséklet pedig 27 °C?
5. Kiegészítő forrásanyag felhasználásával derítsétek ki: 1) milyenek voltak az első hőmérők; 2) miért kell lerázni a lázmérőt használat után; 3) milyen pontossággal mérik a hőmérsékletet a mai hőmérők!

30. §. AZ IDEÁLIS GÁZ ÁLLAPOTEGYENLETE. IZOFOLYAMATOK


D. Mengyelejev


B. Clapeyron

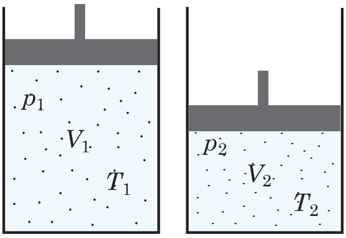
Clapeyron és Mengyelejev–Clapeyron egyenlete; Charles, Gay-Lussac, Boyle–Mariotte, Avogadro, Dalton egyenlete – ennyi, személyről elnevezett egyenlet talán a fizika egyik fejezetében sem található. Az eredményt mindegyik esetben a laboratóriumokban végzett kemény munka, pontos mérések, hosszantartó elemzések és pontos számítások előzték meg. A mi dolgunk sokkal egyszerűbb. Számunkra már ismeretesek az elmélet alapeszméi és a fent említett törvények „felfedezése” nem okoz nagyobb nehézséget.

1 Az ideális gáz állapotegyenlete

A gáz nyomása teljes egészében meghatározható hőmérséklete és molekulakoncentrációja által: $p = nkT$. Felírjuk ezt az egyenletet a következő alakban: $pV = NkT$. Ha ismeretes a gáz összetétele és tömege, akkor a molekulák száma az $N = \frac{m}{M} N_A$. éplet alapján határozható meg. Behelyettesítések után a következőt kapjuk: $pV = \frac{m}{M} N_A kT$ (*).

Az N_A Avogadro-szám és a k Boltzmann-állandó szorzatát **egyetemes gázállandónak** (R) nevezzük: $R = N_A k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$; tehát:

$$R = 8{,}31\ \text{J/(mol} \cdot \text{K)}$$



30.1. ábra. Clapeyron egyenletének kivezetéséhez

Ha az (∗) egyenletben az $N_A k$ kifejezést R-rel helyettesítjük, megkapjuk az **ideális gáz állapotegyenletét** (**Mengyelejev-Clapeyron egyenlete***):

$$pV = \frac{m}{M}RT, \text{ vagy } pV = \nu RT$$

Jegyezzétek meg! Az adott tömegű gáz állapotát annak két makroszkopikus jellemzője határozza meg; a harmadik jellemző értéke az állapotegyenletből számítható ki.

2 Clapeyron egyenlete

A Mengyelejev–Clapeyron egyenlet segítségével meghatározható a gáz makroszkopikus jellemzői közötti kapcsolat a gáznak egyik állapotból a másikba való átmenete során. Tételezzük fel, hogy az m tömegű és M moláris tömegű gáz (p_1, V_1, T_1) állapotból (p_2, V_2, T_2) állapotba megy át (30.1. ábra). Erre az állapotra felírjuk a Mengyelejev-Clapeyron egyenletét: $p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1$; $p_2V_2 = \frac{m}{M}RT_2$. Az első egyenlet mindkét oldalát elosztjuk T_1-el, a második egyenlet mindkét oldalát pedig T_2-vel. A következő kifejezéseket kapjuk: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{m}{M}R$; $\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{m}{M}R$.

Az egyenletek jobb oldalai egyenlők; összehasonlítva a bal oldalakat, megkapjuk **Clapeyron egyenletét**:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, \text{ vagyis } \frac{pV}{T} = \text{const}$$

Meghatározott tömegű adott gáz esetében a nyomás és térfogat szorzatának aránya a gáz hőmérsékletéhez állandó mennyiség.

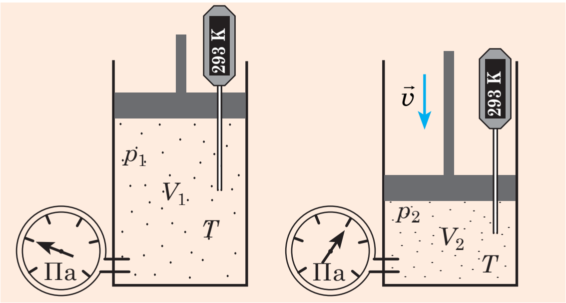
3 Izofolyamatok

Azt a folyamatot, melynek során az adott gáz egyik makroszkopikus jellemzője változatlan marad, **izofolyamatnak** *nevezzük*. Mivel a gáz állapotát *három makroszkopikus jellemző* határozza meg, ezért három lehetséges izofolyamat létezik: *változatlan hőmérséklet* mellett végbemenő folyamat; *változatlan nyomás* mellett végbemenő folyamat; *változatlan térfogat* mellett végbemenő folyamat. Megvizsgáljuk mindegyik esetet.

4 Mit neveznek izoterm folyamatnak? Boyle–Mariotte törvénye

A tó vizének mélyéről felemelkedő légbuborék térfogata néhányszorosára növekedhet, miközben a benne lévő nyomás csökken. Ennek az a magyarázata, hogy a víz hidrosztatikus nyomása eredményeként $\left(p_{\text{гідр}} = \rho g h\right)$ a mélyben a nyomás meghaladja a légnyomás értékét. A buborék belsejében a hőmérséklet gyakorlatilag változatlan marad. Ebben az esetben *izoterm tágulással* van dolgunk.

* *Mihail Ivanovics Mengyelejev* (1834–1907) orosz kémikus és fizikus, valamint *Benoit Paul Emile Clapeyron* (1799–1864) francia fizikus tiszteletére nevezték el.



30.2. ábra. A gáz izoterm összenyomása. Ha a dugattyút lassan eresztik le, a gáz hőmérséklete a dugattyú alatt nem változik, és megegyezik a környezet hőmérsékletével. Eközben a gáz nyomása megnövekszik

Izoterm folyamat – adott tömegű gáz állandó hőmérsékleten végbemenő állapotváltozása.

Tegyük fel, hogy egy tetszőleges gáz (p_1, V_1, T) állapotból (p_2, V_2, T) állapotba megy át, vagyis a hőmérséklet állandó marad (30.2. ábra). Akkor Clapeyron egyenlete alapján teljesül a $\frac{p_1V_1}{T} = \frac{p_2V_2}{T}$ egyenlőség. Mindkét oldalt leegyszerűsítve T-vel, a következő kifejezést kapjuk: $p_1V_1 = p_2V_2$.

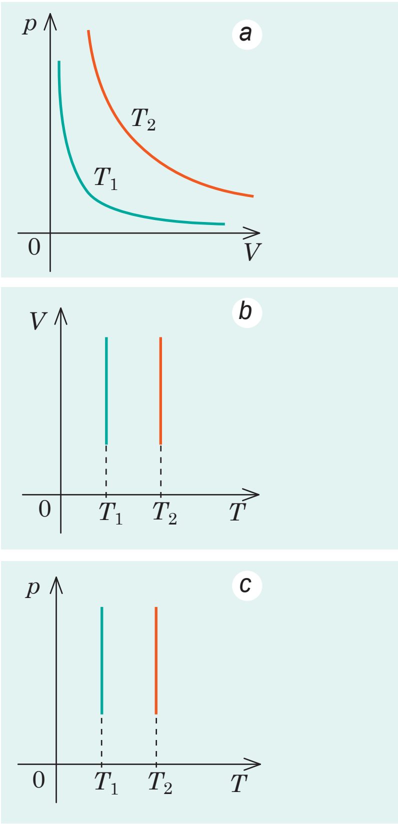
Boyle-Mariotte törvénye*:

Adott mennyiségű gáz nyomásának és térfogatának szorzata egy adott hőmérsékleten állandó:

$$p_1V_1 = p_2V_2, \text{ vagy } pV = \text{const} = \frac{m}{M}RT$$

Az izoterm folyamatok grafikonját **izotermáknak** *nevezik.*

A Boyle–Mariotte-törvényből következik, hogy állandó hőmérsékleten az adott mennyiségű gáz nyomása fordítottan arányos a térfogatával: $p = \frac{\text{const}}{V}$. Ez az összefüggés *p, V* koordináták segítségével hiperbolaként ábrázolható (30.3. *a* ábra). Mivel az izoterm folyamat során a gáz hőmérséklete állandó, a *p, T* és *V, T* koordinátákban az izoterma merőleges a hőmérséklet- tengelyre (30.3. *b, c* ábrák).



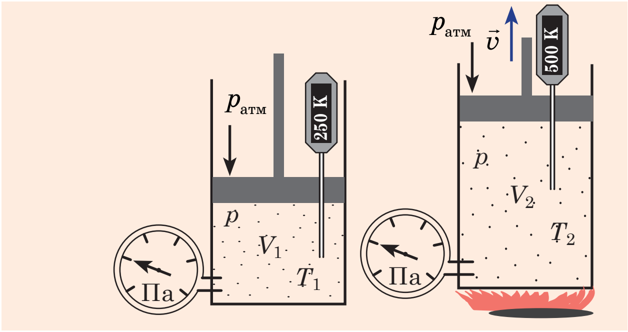
30.3. ábra. Izoterm folyamat grafikonja; $T_1 < T_2$

5 Mit neveznek izobar folyamatnak? Gay-Lussac törvénye

Izobár folyamat – adott mennyiségű gáz állandó nyomáson végbemenő állapotváltozása.

Tegyük fel, hogy egy tetszőleges gáz (p, V_1, T_1) állapotból (p, V_2, T_2) állapotba megy át, *vagyis a nyomás állandó marad* (30.4. ábra). Ebben az esetben igaz

* Ezt a törvényt egymástól függetlenül fedezte fel *Robert Boyle* (1627–1691) ír fizikus és kémikus 1662-ben és *Edme Mariotte* (1620–1684) francia fizikus 1676-ban.



30.4. ábra. Gáz izobár tágulása. Ha a gáz az M tömegű és S területű, gyakorlatilag súrlódás nélkül mozgó dugattyú alatt van, akkor a hőmérséklet emelkedése során a gáz térfogata is megnő, a nyomása viszont változatlan marad és a $p = p_{атм} + \frac{Mg}{S}$ képlettel határozható meg

a $\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2}$ egyenlőség. Ha az egyenlet mindkét oldalát osztjuk p-vel, akkor a következő kifejezést kapjuk: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

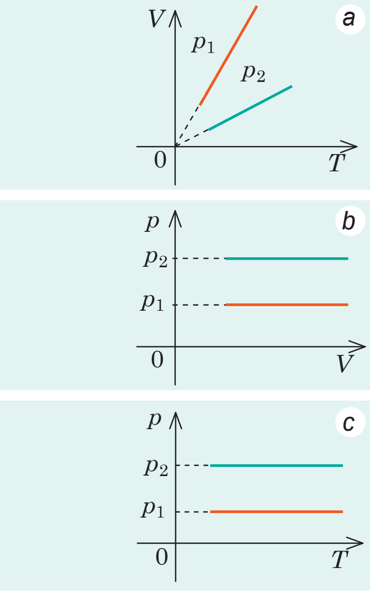
Gay-Lussac-törvény*:

Adott mennyiségű gáz állandó nyomáson mért térfogatának és hőmérsékletének aránya állandó mennyiség:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \text{ illetve } \frac{V}{T} = \text{const} = \frac{m}{M} \cdot \frac{R}{p}$$

Az izobár folyamatok grafikonját **izobároknak** *nevezik.*

A Gay-Lussac-törvényből következik, hogy állandó nyomáson az adott mennyiségű gáz térfogata egyenesen arányos annak hőmérsékletével: $V = \text{const} \cdot T$. Az adott függvény grafikonja a V, T koordinátákban az origón áthaladó egyenes (30.5. *a* ábra). A grafikonon láthatjuk, hogy az abszolút nullához közelítve az ideális gáz térfogata nullára csökken. Érthető, hogy ez lehetetlen, mivel a valós gázok alacsony hőmérsékleten cseppfolyósodnak. A p, V és p, T koordinátákban az izobárok merőlegesek a nyomástengelyre (30.5. *b*, *c* ábra).



30.5. ábra. Izobár folyamat grafikonja. Minél nagyobb a gáz nyomása, amelyben az izobár folyamat végbemegy $(p_2 > p_1)$, annál kisebb térfogatot foglal el a gáz és annál lejjebb helyezkednek el az izobárok

6 Izochor folyamat. Charles törvénye

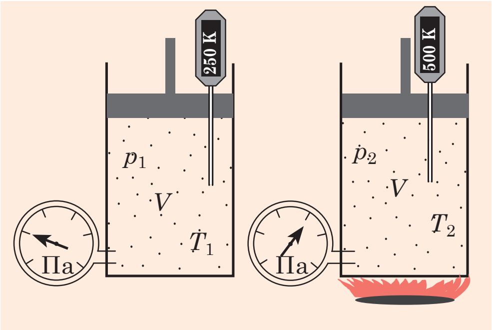
Ha a gázpalack erősen átforrósodik a napon, akkor a benne lévő nyomás akkorára növekszik, hogy szétviszi a palackot. Ebben az esetben *izochor felmelegedéssel* van dolgunk.

Izochor folyamat – adott mennyiségű gáz állandó térfogaton végbemenő állapotváltozása.

? Vajon létezik-e izochor tágulási folyamat?

Tegyük fel, hogy egy tetszőleges gáz (p_1, V, T_1) állapotból (p_2, V, T_2) állapotba megy át, vagyis a gáz térfogata nem változik (30.6. ábra). Ebben az esetben teljesül a

* Ezt a törvényt *Joseph Louis Gay-Lussac* (1778–1850) francia fizikus fedezte fel kísérleti úton 1802-ben.



30.6. ábra. Gáz izochor felmelegedése. Ha a gáz a hengerben a rögzített dugattyú alatt található, akkor a hőmérséklet növekedésével növekszik a gáz nyomása is. A kísérlet azt mutatja, hogy bármely pillanatban a gáz nyomásának és hőmérsékletének aránya állandó marad: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}$

$\frac{p_1V}{T_1}=\frac{p_2V}{T_2}$ egyenlőség. V-vel egyszerűsítve a következő összefüggést kapjuk: $\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}$.

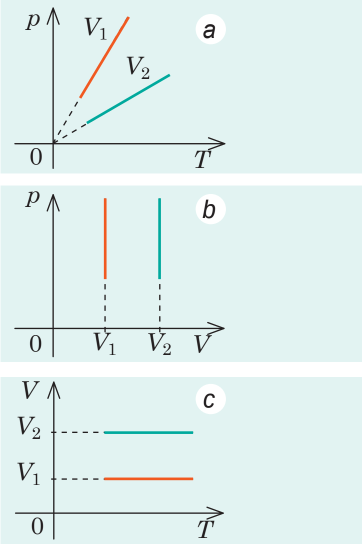
Charles törvénye*:

Adott mennyiségű gáz nyomásának és hőmérsékletének aránya változatlan térfogat esetén állandó mennyiség:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}, \text{ vagy } \frac{p}{T}=\text{const}=\frac{m}{M}\cdot\frac{R}{V}$$

Az izochor folyamatok grafikonját **izochoroknak** *nevezik.*

Charles törvényéből következik, hogy változatlan térfogat esetén a gáz nyomása egyenesen arányos annak hőmérsékletével: $p=\text{const}\cdot T$. Ennek a függvénynek a grafikonja p, T koordinátákban az origón áthaladó egyenes (30.7. *a* ábra). A p, V és V, T koordinátákban az izochorok merőlegesek a térfogattengelyre (30.7. *c*, *d* ábra).



30.7. ábra. Izochor folyamat grafikonja: minél nagyobb a gáz térfogata ($V_2>V_1$), annál kisebb a gáz koncentrációja, ami nyomáscsökkenést eredményez

7 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

1. feladat. A függőleges henger formájú edényben könnyen mozgó dugattyú alatt 2 mol hélium és 1 mol molekuláris hidrogén található. Az elegy hőmérsékletét 2-szeresére emelték és az összes hidrogén atomjaira hullott. Hányszorosára növekszik a gázelegy térfogata a dugattyú alatt?

Adva:
$\nu(H_2)=1$ mol
$\nu(He)=2$ mol
$T_2/T_1=2$

V_2/V_1 — ?

A fizikai probléma elemzése. A gázelegyet egy könnyen mozgó dugattyú zárja le, ezért a nyomás nem változik: $p_1=p_2$, viszont nem alkalmazhatjuk a Boyle–Mariotte-törvényt, mivel a bomlás eredményeként a hidrogén moláris tömege és mólszáma 2-szeresére növekedett: $\nu(H)=2\nu(H_2)$.

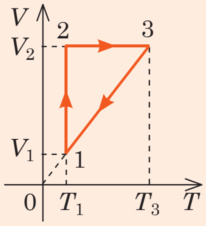
Megoldás. Alkalmazzuk az ideális gáz állapotegyenletét: $pV=\nu RT$. Felírjuk az egyenletet az elegy bomlás előtti és bomlás utáni állapotára: $p_1V_1=\nu_1RT_1$ (1); $p_2V_2=\nu_2RT_2$ (2).

* Ezt a törvényt 1787-ben *Jacques Alexandre Cézar Charles* (1746–1823) francia tudós fedezte fel

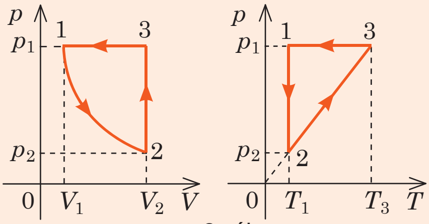
Elosztva a (2) egyenletet az (1) egyenlettel és figyelembe véve, hogy $p_1 = p_2$, a következőt kapjuk: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1} \cdot \frac{T_2}{T_1}$, ahol $\nu_1 = \nu(H_2) + \nu(He) = 1$ mol + 2 mol = 3 mol;
$\nu_2 = \nu(H) + \nu(He) = 2\nu(H_2) + \nu(He) =$ 2 mol + 2 mol = 4 mol.
Meghatározzuk a keresett mennyiség értékét: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3}$.
Felelet: $\frac{8}{3}$-szorosára.

2. feladat. Az 1. ábrán az állandó tömegű ideális gáz állapotváltozásának *V, T* tengelyekkel megadott koordináta-rendszerben ábrázolt grafikonja látható. Rajzoljátok meg a folyamat grafikonját *p, V* és *p, T* tengelyekkel megadott koordináta-rendszerben!

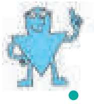
Megoldás
1. A grafikon alapján (1. ábra) tisztázzuk, hogy milyen izofolyamat felel meg minden egyes szakasznak; ismerve a folyamatok lefolyásának törvényeit, meghatározzuk, hogyan változnak a folyamatok során a gáz makroszkopikus állapotjelzői..
1–2 szakasz: izoterm kitágulás; $T = \text{const}$, $V\uparrow$, tehát a Boyle–Mariotte-törvény alapján $p\downarrow$.
2–3 szakasz: izochor felmelegedés; $V = \text{const}$, $T\uparrow$, tehát Charles törvénye alapján $p\uparrow$.
3–1 szakasz: izobar lehűlés; $p = \text{const}$, $T\downarrow$, tehát a Gay-Lussac-törvény szerint $V\downarrow$.
2. Figyelembe véve, hogy az 1. és 2. pontok egy izotermán fekszenek, az 1. és 3. pontok – egy izobáron, a 2. és 3. pontok pedig egy izochoron, valamint az elemzés eredményeinek felhasználásával megrajzoljuk a folyamat grafikonját *p, V* és *p, T* tengelyekkel megadott koordináta-rendszerben (2. ábra).



1. ábra



2. ábra



Összegzés

- A $p = nkT$ összefüggés alapján több nagyon fontos törvény vezethető le, amelyet a tudósok kísérletileg fedeztek fel.
  - ♦ Az ideális gáz állapotegyenlete (Mengyelejev–Clapeyron egyenlete): $pV = \frac{m}{M}RT$, ahol $R = 8{,}31$ J/(mol·K) – univerzális gázállandó.
  - ♦ Clapeyron gyenlete: meghatározott tömegű adott gáz esetében a nyomás és térfogat szorzatának és gáz hőmérsékletének aránya állandó mennyiség: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$, vagyis $\frac{pV}{T} = \text{const}$.
- Izofolyamatnak nevezzük azt az állapotváltozást, melynek során az adott gáz egyik makroszkopikus állapotjelzője változatlan marad.

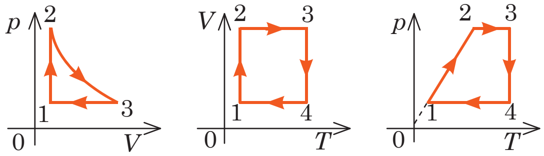
Izoterm, T=const	Izobár, p=const	Izochor, V=const
Boyle–Mariotte-törvény: $p_1V_1 = p_2V_2$	Gay-Lussac-törvény: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	Charles törvény: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

kérdések

1. Milyen makroszkopikus állapotjelzőket kapcsol össze az ideális gáz állapotegyenlete? **2.** Mit nevezünk izofolyamatnak? **3.** Milyen folyamatot nevezünk izotermnek? Fogalmazzátok meg a folyamatot jellemző törvényt! **4.** Milyen folyamatot nevezünk izobarnak? Fogalmazzátok meg a folyamatot jellemző törvényt! Írjátok le az folyamatot bizonyító kísérletet! **5.** Mit nevezünk izochor folyamatnak? Fogalmazzátok meg a folyamatot jellemző törvényt! Írjátok le az folyamatot bizonyító kísérletet!

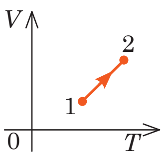
30. gyakorlat

1. Hogyan változik a gáz nyomása, ha hőmérsékletét 2-szeresére növelik, térfogatát pedig 4-szeresére csökkentik?
2. Határozzátok meg a tó mélységét, ha a tó fenekéről felemelkedő légbuborék az emelkedés folyamán 3-szorosára növekszik! A légnyomást tekintsétek normálisnak, a légbuborék belsejében lévő levegő hőmérsékletváltozását hagyjátok figyelmen kívül!
3. Indulás előtt a gépkocsivezető a kerekekben lévő nyomást 2 atmoszférára állította be. Utazás során a kerekekben lévő levegő hőmérséklete 17-ről 37 °C-ra emelkedett. Mekkora lett a nyomás a kerekekben az utazás végén?
4. Ábrázoljátok az ideális gáz állapotváltozásának grafikonját (1. ábra) *V, T* és *p, T* (1. *a* ábra); *p, V* és *p, T* (1. *b* ábra); *V, T* és *p, V* (1. *c* ábra) tengelyekkel megadott koordináta-rendszerben!.
5. A 2. ábrán az ideális gáz állapotváltozásának *V, T* tengelyekkel megadott koordináta-rendszerben ábrázolt grafikonja látható. Változik-e ennek a gáznak a nyomása? Ha igen, akkor hogyan?



a *b* *c*

1. ábra



2. ábra

6. Bizonyítsátok be Avogadro törvényét*: azonos térfogatú gázok egyenlő nyomás és hőmérséklet mellett azonos számú molekulát tartalmaznak!
7. Bizonyítsátok be Dalton törvényét**: egy gázelegy össznyomása egyenlő az egyes összetevői parciális*** nyomásának összegével: $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_m$.

Kísérleti feladat

Tervezzetek, és végezzetek el néhány, a gáztörvények bizonyítására szolgáló kísérletet üres tejes vagy üdítős doboz felhasználásával! Például, ha a szobahőmérsékletű dobozt hűtőszekrénybe helyezitek, a benne lévő levegő térfogata jelentősen lecsökken (3. ábra).

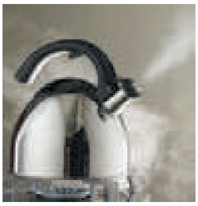
3. ábra

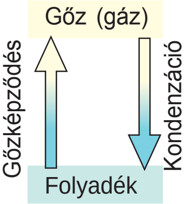
* Avogadro törvényét 1811-ben fogalmazta meg *Amedeo Avogadro* (1776–1856) olasz fizikus és kémikus.

** Dalton törvényét 1801-ben fogalmazta meg *John Dalton* (1766–1844) angol fizikus és kémikus.

*** *Parciális nyomás* – olyan résznyomás, amit akkor fejtene ki a gázelegy egyik adott komponense, ha az egyedül töltené ki a rendelkezésre álló teljes térfogatot.

31. §. GŐZKÉPZŐDÉS ÉS KONDENZÁCIÓ. TELÍTETT ÉS TELÍTETLEN GŐZ. FORRÁS





Megfelelő körülmények között bármely tetszőleges anyagnak megváltozhat a halmazállapota. A nedves ruha „megfagyhat", de ki is száradhat, a vízgőz ködöt vagy harmatot alkotó cseppbe gyűlhet össze, viszont zúzmara is lehet belőle. Felidézzük, milyen feltételek mellett alakul át a cseppfolyós anyag gázneművé, és fordítva.

1 Melyek a folyadék párolgásának jellegzetességei

Az anyag cseppfolyós halmazállapotból gáznemű halmazállapotba való átalakulását **gőzképződésnek** nevezzük.

A folyadék kétféle módon alakulhat át gázzá: *párolgással* és *forralással*.

Párolgás – a folyadék szabad felszínén történő gőzképződés.

A párolgás a molekuláris-kinetikai elmélet szemszögéből olyan folyamat, amikor a folyadék felszínéről kirepülnek a leggyorsabb molekulák. A folyadék molekulái folytonos mozgást végeznek (rezegnek egyensúlyi állapotuk körül, állandóan egyik helyről a másikra ugranak át), de a vonzóerő nem hagyja őket szétrepülni. Viszont a folyadékban mindig van olyan molekula, amelynek a mozgási energiája többszöröse az átlagenergiának. Amikor ezek a „gyors" molekulák a folyadék felszínére kerülnek, energiájuk elegendő lesz a molekulák között ható vonzóerő legyőzésére, amelynek köszönhetően kirepülnek a folyadékból.

A párolgás mechanizmusával megismerkedve levonhatunk néhány következtetést.

1. A folyadékban nagy sebességgel mozgó molekulák jelenlétéből az következik, hogy a folyadék párolgása *bármely tetszőleges hőmérsékleten végbemegy*. Minél nagyobb a folyadék hőmérséklete, annál több „gyors" molekula lesz benne, ezért *a hőmérséklet növekedésével növekszik a párolgás gyorsasága*. Mivel a folyadékot az átlagos mozgási energiánál nagyobb energiával rendelkező molekulák hagyják el, ezért a folyadékban maradt molekulák átlagos mozgási energiája csökken, vagyis *hőcsere hiány*ában *a párolgás a folyadék lehűlését eredményezi*.

2. *A párolgást energiaelnyelés kíséri*: az energia a molekulák közötti vonzóerő legyőzésére és a külső nyomás erői elleni munkavégzésre fordítódik. Minél kisebb a folyadék szabad felületére ható nyomás, annál gyorsabb a párolgás.

3. *A párolgás gyorsasága* növekszik a folyadék szabad felszínének növekedésével (a folyadék felszínén több, megfelelő mozgási energiával rendelkező molekula lesz).

4. *Különböző folyadékoknál eltérő a párolgás gyorsasága* (az alkohol szinte pillanatok alatt elillan, a víz lassabban párolog, egy higanycsepp pedig évekig, miközben a környezetet is mérgezi). Érthető, hogy azok a folyadékok párolognak lassabban, amelyek molekulái között erősebb a kölcsönhatási erő.

? A folyadékok párolgásának milyen jellegzetességeit szemléltetik a 31.1. ábrán bemutatott szituációk? Soroljatok fel saját példákat!

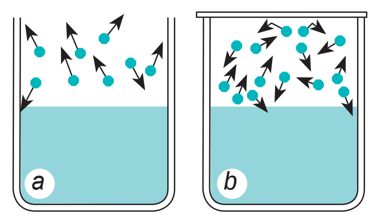
2 Milyen gőzt neveznek telítettnek?

A párolgás gyorsasága a légmozgástól is függ: a nedves haj hajszárítóval gyorsabban kiszárítható; az eső után maradt tócsák szeles időben gyorsabban felszáradnak. Ez az összefüggés könnyen megmagyarázható a molekulák hőmozgásának szemszögéből. A folyadék felszíne felett mindig jelen van a folyadékot elhagyó molekulák által alkotott „molekulafelhő”, vagyis gőz. Ezek a molekulák kaotikus mozgást végeznek, és közben egymással és a levegő molekuláival ütköznek.

A diffúziónak és légmozgásnak köszönhetően egyes molekulák eltávolodnak a folyadék felszínétől és soha nem térnek oda vissza. Mások épp ellenkezőleg, olyan közel kerülhetnek a felszínhez, hogy a molekulák között ható vonzóerő „beszippantja” azokat, és újból visszatéríti a folyadékba (lásd a 31.2. ábrát). Ha a folyadékból kirepült molekulák nem kerülhetnének vissza, akkor a párolgás óriási gyorsasággal menne végbe. Például szobahőmérsékleten egy teli veder víz kevesebb mint egy óra alatt párologna el.

Tehát a párolgás folyamatán kívül, amikor a folyadék gőzzé alakul át, létezik egy fordított folyamat, amely során a gáznemű anyag cseppfolyóssá válik.

31.1. ábra. A 31.§-ban található feladathoz



31.2. ábra. A folyadékot elhagyó molekulák hőmozgásuknak köszönhetően újból a folyadékba kerülhetnek: *a* – a folyadék felszíne fölötti gőz telítetlen; *b* – a folyadék felszíne fölötti gőz telített

> Az anyag gáznemű halmazállapotból cseppfolyós halmazállapotba való átalakulását **lecsapódásnak** (**kondenzációnak**) nevezzük.

A párolgás energiaelnyeléssel jár, míg *lecsapódás során energia szabadul fel.*

A folyadékot tartalmazó edényt fedővel zárjuk le (31.2. *b* ábra). A folyadék felszínét a korábbihoz hasonlóan, „gyors” molekulák hagyják el, a folyadék tömege csökken, viszont megnő a gőz molekuláinak koncentrációja. A molekulák egy része a gőzből a folyadékba kerül vissza. Eközben, minél nagyobb a gőz koncentrációja, annál intenzívebb lesz a kondenzáció. A folyadék fölötti gőz molekuláinak koncentrációja gyors ütemben akkorára növekszik, hogy a *folyadékba visszatérő molekulák száma megegyezik a folyadékot elhagyó molekulák számával* – a párolgás és lecsapódás között **dinamikus egyensúly** jön létre.

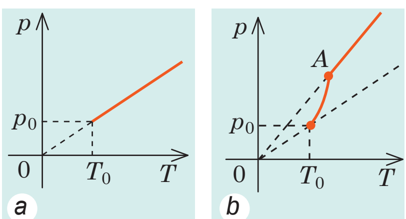
> A folyadékával dinamikus egyensúlyban lévő gőzt **telített gőznek** nevezzük.

Jegyezzétek meg! A telített gőz molekuláinak koncentrációja – a gőzmolekulák lehetséges legnagyobb koncentrációja az adott hőmérsékleten; azt a gőzt, amelyben a molekulák koncentrációja kisebb, mint a telített gőzben – **telítetlen gőznek** nevezzük.

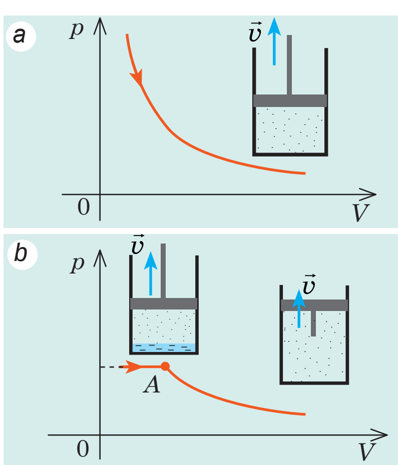
1. táblázat

A telített gőz nyomása 20 °C*-on*

Anyag	Nyomás, Hgmm
Higany	0,0013
Víz	17,36
Kloroform	160,5
Éter	442,4
Klór	5798 (7,63 atm.)
Ammónia	6384 (8,4 atm.)



31.3. ábra. A nyomás hőmérséklet-függősége: *a* – ideális gáz esetében; *b* – telített gőz esetében (az *A* pont a folyadék teljes elpárolgásának felel meg)



31.4. ábra. A nyomás térfogatfüggősége: *a* – ideális gáz esetén; *b* – telített pára esetén. Az *A* pont a folyadék teljes elpárolgásának felel meg; a gőz telítetlenné válik és a nyomás csökkenése fordítottan arányos a térfogattal

3 Milyen tényezőktől függ a telített gőz nyomása?

Tetszőleges gázhoz hasonlóan, a telített gőz esetében is igaz a következő egyenlőség: $p = nkT$.

Vagyis adott T hőmérsékleten a telített gőz p nyomása egyenesen arányos a benne lévő molekulák n koncentrációjával. Mivel a telített gőz molekuláinak koncentrációja függ a folyadék fajtájától, ezért a *telített gőz nyomása is függ* tőle (1. táblázat). Minél nagyobbak a molekulaközi kölcsönhatási erők, annál kisebb a telített gőz molekuláinak koncentrációja, tehát annál kisebb a nyomása is.

Ezenkívül, a *telített gőz nyomása a hőmérséklettől is függ*. A hőmérséklet növekedésével a telített gőz nyomása jóval gyorsabban növekszik, mint az ideális gáz nyomása (31.3. ábra). Arról van ugyanis szó, hogy a hőmérséklet emelkedésével párhuzamosan növekszik a gőzmolekulák koncentrációja. A molekulák koncentrációjának és a hőmérsékletnek az egyidejű növekedése okozza a nyomás hirtelen növekedését (31.3. *b* ábra).

Jegyezzétek meg! Ha a hőmérséklet emelkedése a folyadék teljes elpárolgásához vezet, akkor a gőz telítetlenné válik, és a nyomás lineárisan függ a hőmérséklettől.

A telített gőz által létrehozott nyomás a legnagyobb, amelyet az adott folyadék adott hőmérsékleten létrehozhat. A telített gőz *térfogat*ának *csökkentésével* egy rövid időre a gőzmolekulák koncentrációja megnövekszik, felbomlik a dinamikus egyensúly és a folyadékba visszatérő molekulák száma meghaladja a felszín fölötti molekulák számát. A lecsapódás addig lesz nagyobb az elpárolgásnál, amíg a gőzmolekulák koncentrációja le nem csökken a telített gőz molekuláinak koncentrációjáig, a nyomás pedig egyenlő nem lesz a telített gőz nyomásával. A telített gőz *térfogat*ának növelésével a párolgás folyamata kerekedik felül, és újra visszaáll az eredeti nyomásérték. Tehát az ideális gáztól eltérően, a *telített gőz nyomása nem függ annak térfogatától* (31.4. ábra).

4 Miért és hogyan forr a folyadék?

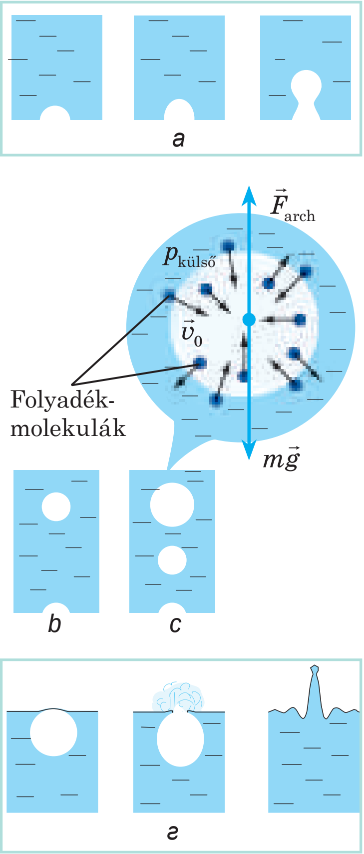
Ha a folyadékot tartalmazó edénnyel megfelelő mennyiségű hőt közlünk, a folyadék hőmérséklete megemelkedik, az edény alján és falán pedig légbuborékok jelennek meg*. Ezek a légbuborékok levegőt és telített gőzt tartalmaznak, amelyek nyomása megemelkedik a hőmérséklet növekedésével. *Amint belső nyomás hirtelen meghaladja a külső légnyomás értékét a buborékok növekedni kezdenek* (31.5. *a* ábra). Végül az archimédeszi taszítóerők hatására elszakadnak az edény aljától, és a folyadék felszínére kezdenek emelkedni; az elszakadt buborékok helyén az új buborék kezdemények alakulnak ki (31.5. *b* ábra).

A folyadék felső rétegei eleinte hidegebbek az alsó rétegeknél, ezért a buborékokban lévő vízgőz lecsapódik, és a buborék szétpukkan. Ezt a folyamatot zaj és nagyszámú apró buborék képződése kíséri – a víz zavarossá válik.

Miután a teljes folyadék átmelegszik, a felemelkedő buborékok nagysága megnövekszik, mivel a belsejükben folyamatosan párolog a folyadék (31.5. *c* ábra).

A folyadék felszínét elérve a buborékok szétpukkannak, és nagy mennyiségű vízgőzt lövellnek a levegőbe; a folyadék eközben morajlik és bugyog – *forr* (31.5. *d* ábra).

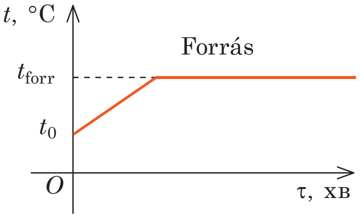
Forrás – gőzképződés folyamata, amely a folyadék teljes térfogatában gőzbuborékok keletkezése és növekedése kíséretében megy végbe.



31.5. ábra. Folyadék forrásának mechanizmusa

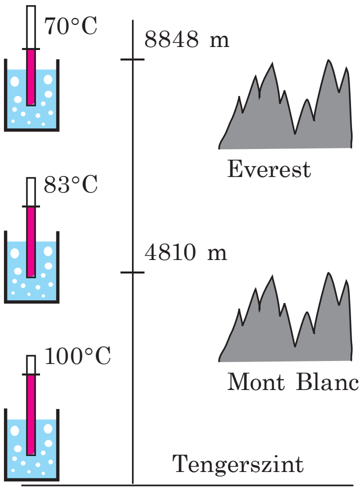
5 Milyen tényezőktől függ a folyadék forráspontja?

Folytatva a már forrásban lévő folyadék melegítését, azt figyelhetjük meg, hogy *forrás során a folyadék hőmérséklete nem változik* (31.6. ábra). Ha megnövelik a folyadékkal közölt hőmennyiséget, megnövekszik a buborékok száma, vagyis növekszik a párolgás intenzitása. Forrás közben



31.6. ábra. A folyadék hőmérséklet-idő grafikonja

* Valójában a mikrobuborékok a folyadékban állandóan jelen vannak, de láthatóvá csak viszonylag magas hőmérsékleten válnak. Arról van szó, hogy a melegítés előtt a folyadék olyan gázokkal telített, melyek oldhatósága csökken a hőmérséklet növekedésével és a „fölösleges” gáz a buborékok belsejében csapódik ki



31.7. ábra. A víz forráspontja különböző magasságokon (eltérő nyomásoknál)

31.8. ábra. A vizet autoklávokban melegíthetik fel magas hőmérsékletre. 100 atm nyomásnál a víz forráspontja 300 °C lesz

2. táblázat

Egyes anyagok forráspontja normális légnyomáson

Anyag	t_{forr}, °C
Hidrogén	–253
Éter	35
Alkohol	78
Víz	100
Glicerin	290
Higany	357
Ólom	1740

a folyadékkal közölt teljes energia gőzképződésre fordítódik.

A folyadék csak akkor kezd forrni (a buborékok megnövekszenek), amikor a buborékokban lévő gáz nyomása (p_g) kissé meghaladja a folyadék nyomását (p_f). A buborékokban jóval kevesebb levegő van, mint telített gőz, ezért a buborékokban lévő gáznyomás nagyjából megegyezik a telített gőz nyomásával ($p_{t.g.}$): $p_g \oplus p_{t.g.}$. A folyadék nyomását a külső (folyadék felszínére ható) ($p_{kül}$) és a folyadékoszlop hidrosztatikus nyomása (ρgh) alkotja: $p_f = p_{kül} + \rho gh$. Ha az edény mélysége kisebb egy méternél, akkor a folyadék hidrosztatikus nyomása figyelmen kívül hagyható, ezért $p_f \approx \oplus\, p_{kül}$.

A forrás annál a hőmérsékletnél kezdődik, amelynél a telített gőz nyomása kissé meghaladja a külső nyomás értékét.

Minél kisebb a külső nyomás, annál alacsonyabb hőmérsékleten forr a folyadék (31.7. ábra). Ha lombikba vizet töltünk, majd kiszivattyúzzuk belőle a levegőt, akkor a víz szobahőmérsékleten is felforr. És fordítva, a *folyadék forráspontjának növelése céljából a folyadékot nagy nyomás alatt melegítik* (31.8. ábra).

Mivel a telített gőz nyomása függ a folyadék fajtájától, *ezért ugyanazon külső nyomás mellett minden anyag saját forrásponttal rendelkezik* (2. táblázat). Minél kisebb a folyadékban a molekulák közötti vonzóerő, annál alacsonyabb az adott folyadék forráspontja.

A folyadék forráspontja függ a benne lévő oldott gázok mennyiségétől. Ha a vizet hosszabb ideig forralják és így távolítják el a benne lévő oldott gázokat, akkor ez a víz normális nyomásnál 100 °C-nál magasabb hőmérsékletre is felmelegíthető. Az ilyen vizet *túlmelegítettnek* nevezik.

Összegzés

• Az anyag cseppfolyós halmazállapotból gáznemű halmazállapotba való átalakulását gőzképződésnek nevezzük. A gőzképződés kétféle módon mehet végbe: párolgással és forralással.

◆ Párolgás – a folyadék szabad felszínén történő gőzképződés. A párolgáson kívül létezik még lecsapódás (kondenzáció) – az anyag gáznemű halmazállapotból cseppfolyós halmazállapotba való átalakulása.

◆ Forrás – gőzképződés folyamata, amely a folyadék teljes térfogatában gőzbuborékok keletkezése és növekedése kíséretében megy végbe. A forrás annál a hőmérsékletnél kezdődik, amelynél a telített gőz nyomása a buborékokban kissé meghaladja a külső nyomás értékét.

• Ha a folyadékba visszatérő molekulák száma kiegyenlítődik a folyadékot elhagyó molekulák számával, akkor a párolgás és lecsapódás között dinamikus egyensúly jön létre. A folyadékával dinamikus egyensúlyban lévő gőzt telített gőznek nevezik.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk gőzképződésnek? Milyen módjait ismeritek? **2.** Mit nevezünk párolgásnak? Milyen módjait ismeritek? **3.** Milyen tényezőktől függ a párolgás gyorsasága? Miért? Mondjatok példákat! **4.** Mi a kondenzáció? **5.** Miben nyilvánul meg a dinamikus egyensúlyi állapot? **6.** Milyen gőzt neveznek telítettnek? **7.** Milyen tényezőktől függ a telített gőz nyomása? Miért? **8.** Határozzátok meg a forrás fogalmát, és írjátok le a folyamatát? **9.** Milyen tényezőktől függ a folyadékok forráspontja? Miért? **10.** Miért nem változik forrás közben a folyadék hőmérséklete?

31. gyakorlat

1. Miért hidegebb kissé a nyitott edényben lévő víz az azt körülvevő levegőnél?
2. Mondjatok példákat a víz párolgására és lecsapódására a természetben! Magyarázzátok meg azokat a jelenségeket! Magyarázzátok el a víz körforgását a természetben!
3. A hús főzési ideje a forrás kezdetének pillanatától nem függ a melegítő teljesítményétől. Mi ennek az oka? Miért készül el jóval gyorsabban a hús a kuktában?
4. Miért tartja alacsonyan a levegő hőmérsékletét a ködképződés?
5. Lefagyasztható-e forralással a víz? Ha igen, akkor hogyan?
6. Forr-e a víz a forrásban lévő vízben úszó edényben?
7. Kiegészítő forrásanyag felhasználásával derítsétek ki, milyen jelenségek kísérik a víz felmelegítését súlytalanság állapotában az űrállomáson!

Kísérleti feladat

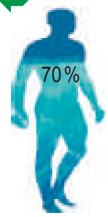
1. Tű nélküli fecskendőt félig töltsetek meg vízzel, szorosan zárjátok le a végét, majd hirtelen húzzátok meg a dugattyúját! Magyarázzátok meg a megfigyelt jelenséget!

2. A folyadék fajhőjének (c) ismeretében hőmérő és óra segítségével viszonylag könnyen megmérhető a folyadék párolgáshője (L).

Egy kisebb edényt töltsetek meg szobahőmérsékletű vízzel, zárjátok le átlátszó fedővel és tegyétek a tűzhelyre! Mérjétek meg azt az idő (τ_1), amely alatt a szobahőmérsékletű víz (t_0) elérte a forráspontját (t)! Miután a víz felforrt, vegyétek le a fedőt és a melegítő teljesítményén (P) nem változtatva mérjétek meg a forrás kezdete és a teljes elpárolgás közötti időt (τ_2)! Határozzátok meg a folyadék fajlagos párolgáshőjét a következő képlet segítségével: $L = c(t - t_0)\frac{\tau_2}{\tau_1}$.

? Az utóbbi képletet próbáljátok meg levezetni önállóan! Vegyétek figyelembe, hogy a melegítő teljesítménye nem változik.

32. §. A LEVEGŐ PÁRATARTALMA. HARMATPONT



Ismert tény, hogy az emberi szervezet 70%-ban vízből áll. Viszont nem mindenki számára ismert, hogy az ember életében fontos szerepe van a levegő páratartalmának. Ellenben ösztönösen érezzük, hogy a párás levegő hasznos az egészségre, ezért minél többet igyekszünk a tenger, folyó vagy tó partján pihenni. Tisztázzuk, hogy milyen tényezőktől függ a levegő páratartalma és hogyan változtatható meg.

1. táblázat

Telített vízgőz nyomása és sűrűsége

t, °C	$p_{t.g.}$, kPa	$\rho_{t.g.}$, g/m^3
0	0,61	4,8
2	0,71	5,6
4	0,81	6,4
6	0,93	7,3
8	1,07	8,3
10	1,23	9,4
12	1,40	10,7
14	1,60	12,1
16	1,81	13,6
18	2,07	15,4
20	2,33	17,3
22	2,64	19,4
24	2,99	21,8
26	3,36	24,4
28	3,79	27,2
30	4,24	30,3

1 Mi a levegő páratartalma?

A levegő mindig tartalmaz bizonyos mennyiségű vízpárát, amit az *abszolút és relatív* páratartalom jellemez.

Az **abszolút páratartalom** ρ_a – a levegő páratartalmát jellemző fizikai mennyiség, ami számbelileg az 1 m^3 levegőben lévő vízgőz tömegével egyenlő:

$$\rho_a = \frac{m_{H_2O}}{V}$$

Az abszolút páratartalom mértékegysége az SI rendszerben – **kilogramm per köbméter**: $[\rho_a] = 1$ kg/m^3.

Általában az abszolút páratartalmat g/m^3-ben adják meg. A Föld egyenlítői szélességeinél az értéke elérheti a 30 g/m^3-t, míg a sarkokon a 0,1 g/m^3-t.

A **relatív páratartalom** φ – fizikai mennyiség, amely azt mutatja, mennyire áll közel a vízgőz a telítettséghez, számbelileg az abszolút páratartalom százalékokban kifejezett értékének és a telített vízgőz adott hőmérsékleten mért sűrűségének az arányával egyenlő:

$$\varphi = \frac{\rho_a}{\rho_{t.\,g.}} \cdot 100\,\%$$

A telítet vízgőz adott hőmérsékleten mért sűrűsége $\left(\rho_{t.\,g.}\right)$ állandó mennyiség, ezért azt táblázat (1. táblázat) vagy grafikon (32.1. ábra) formájában tüntetik fel. *Jegyezzetek meg* két mozzanatot!

1. A hőmérséklet és relatív páratartalom alapján könnyen meghatározható az abszolút páratartalom és a levegőben lévő vízgőz tömege: $\rho_a = \rho_{t.g.} \frac{\varphi}{100\ \%}$; $m_{víz} = \rho_a \cdot V$.

A mérések azt mutatták, hogy a 180 m^3 térfogatú osztályteremben a relatív páratartalom 22 °C-on 50%. Az 1. táblázatból kikeresve: $\rho_{t.g.}(22°C) = 19{,}4$ g/m^3. Akkor: $\rho_a = \rho_{t.g.} \frac{\varphi}{100\,\%} = \mathbf{19{,}4}\ \text{g/m}^3 \cdot \mathbf{0{,}5} = \mathbf{9{,}7}\ \text{g/m}^3$;

$m_{H_2O} = \rho_a \cdot V = \mathbf{9{,}7}\ \text{g/m}^3 \cdot \mathbf{180}\ \text{m}^3 = \mathbf{1746\ g} \approx \mathbf{1{,}7}$ kg.

2. A vízgőz sűrűsége egyenesen arányos a p_a parciális nyomásával $\left(\rho_a = \frac{p_a M}{RT}\right)$ és a gőzmolekulák n_a koncentrációjával $\left(\rho_a = m_0 n_a\right)$, ezért a relatív

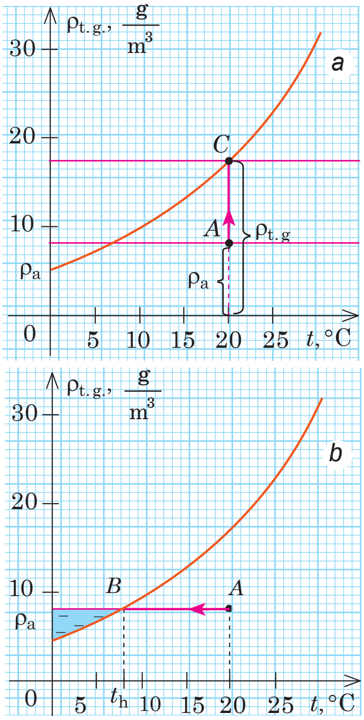
páratartalom a következő arányok segítségével határozható meg: $\varphi = \dfrac{p_a}{p_{t.g.}} \cdot 100\,\%$; $\varphi = \dfrac{n_a}{n_{t.g.}} \cdot 100\,\%$.

2 Harmatpont

A 32.1. *a* ábrán látható grafikon elemzéséből kitűnik, hogy a relatív páratartalom növelhető a levegő abszolút páratartalmának, vagyis a levegőben lévő vízgőz tömegének a megnövelésével. Ha a konyhában hosszabb ideig vizet forralnak, akkor a levegő relatív páratartalma elérheti a 100%-ot (a grafikon *C* pontja), a csempét pedig nedvesség borítja be.

A relatív páratartalom a konyhában megnő, ha lecsökkentik a levegő hőmérsékletét (32.1. *b* ábra). A t_h (*B* pontban) hőmérséklet esetén a gőz telítetté válik (a levegő relatív páratartalma 100%). A továbbiakban még egy csekély hőmérsékletcsökkenés is ahhoz vezet, hogy a fölösleges vízgőz kondenzálódik, és harmat vagy köd formájában csapódik le. Például reggelente, amikor a levegő jelentősen lehűl, a fűszálakon harmat jelenik meg, a víztározók fölött pedig köd képződik.

A **harmatpont** t_h a levegőnek az a hőmérséklete, amelynél a levegőben lévő vízgőz telítetté válik.



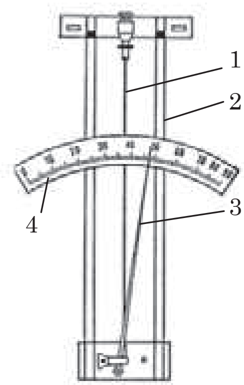
32.1. ábra. A telített gőz sűrűsége $\rho_{t.g.}(t)$ és hőmérséklete közötti összefüggés grafikonja; ρ_a abszolút páratartalom

A harmatpont ismeretében meghatározható a levegő abszolút és relatív páratartalma. Például 24 °C hőmérsékletű szobában lévő, t = 16 °C-os vizet tartalmazó fémedény fala nedves lett, vagyis az adott hőmérsékleten a gőz telítetté vált ($t = t_h$). Ez azt jelenti, hogy $\rho_a = \rho_{t.g.}(16\,°C) = 13{,}6$ g/m³ (lásd az 1. táblázatot).
Mivel $\varphi = \dfrac{\rho_a}{\rho_{t.g.}} \cdot 100\,\%$, és $\rho_{t.g.}(24\,°C) = 21{,}8$ g/m³, ezért $\varphi = \dfrac{13{,}6}{21{,}8} \cdot 100\,\% = 62{,}4\,\%$.

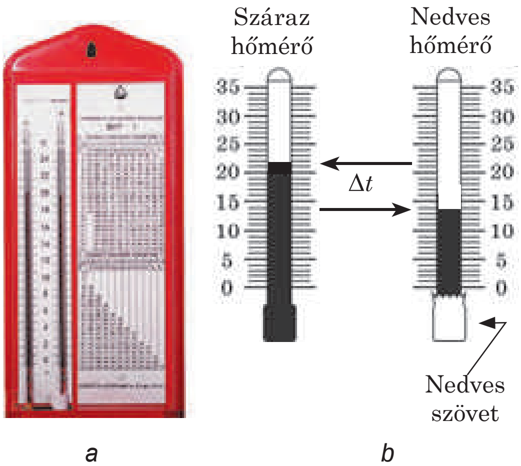
3 Hogyan mérhető a levegő páratartalma?

A levegő páratartalmának (légnedvességnek) közvetlen mérésére szolgáló műszert **higrométernek** *nevezik*. Különböző típusú higrométer létezik, viszont a legelterjedtebbek – a hajszálas és a pszichrometrikus. A *hajszálas higrométer* (32.2. ábra) működési elve a hajszálnak azon a tulajdonságán alapszik, hogy a levegő páratartalmának növekedése arányában megnyúlik. Télen a hajszálas higrométer a kinti páratartalom mérésének legfontosabb eszköze.

Leggyakrabban a *pszichrometrikus higrométert* – a *pszichrométert* használják. A műszer működési elve két tényen alapszik: 1) a folyadék párolgásának gyorsasága annál nagyobb, minél alacsonyabb a levegő relatív páratartalma; 2) a folyadék párolgás közben lehűl. A pszichrométer két hőmérőből áll – a környezet hőmérsékletét mérő *szárazból,* valamint *nedvesből*, amelynek végét desztillált



32.2. ábra. Hajszálas higrométer felépítése: az *1* hajszálat a *2* fémkeretbe fogták be; a hajszál hosszának változása a *4* skála mentén elmozduló *3* mutatóra adódik át



32.3. ábra. Pszichrometrikus higrométer: *a* – külalak; *b* – felépítés

vízzel nedvesített szövetdarab borítja (32.3. ábra). A szövetből elpárolgó víz hőt von el, ezért a nedves hőmérő alacsonyabb hőmérsékletet mutat, mint a száraz. Minél alacsonyabb a levegő relatív páratartalma, annál gyorsabban párolog a víz és annál nagyobb a száraz és nedves hőmérők által mutatott értékek különbsége.

A relatív páratartalmat *pszichrometrikus táblázat* segítségével határozzák meg (2. táblázat). Például a száraz hőmérő 15 °C-t, míg a nedves 10 °C-t mutat; a hőmérsékletek különbsége $\Delta t = 15\,°C - 10\,°C = 5\,°C$. A 2. táblázatból láthatjuk, hogy φ = 52%.

❓ Mennyi a relatív páratartalom, ha a pszichrométer mindkét hőmérője azonos hőfokot mutat?

2. táblázat

Pszichrometrikus táblázat

Száraz hőmérő mutatója, *t*, °C	A száraz és nedves hőmérők mutatóinak különbsége Δ*t*, °C										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Relatív páratartalom φ, %										
13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17	9
15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12
16	100	90	81	71	62	54	46	37	30	22	15
17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27	20
19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24
21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28
23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31
25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33

4 Miért kell ügyelni a levegő páratartalmára?

Az ember 50–65%-os páratartalom mellett érzi jól magát. Az egészségére a nagyon száraz és a túlzottan nedves levegő is károsan hat. A magas páratartalom kedvez a különböző betegségeket okozó gombák szaporodásának; száraz levegőben az ember gyorsan elfárad, kaparja a torkát, kiszáradnak az ajkai és a bőre stb. A túl száraz levegőben a nedvesség által le nem kötött porszemek betöltik az egész helyiséget, ami nagyon ártalmas az allergiában szenvedő emberekre. A nem elégséges páratartalom az arra érzékeny növények pusztulását okozhatja; a fából készített eszközökön, hangszereken megjelenő repedések – szintén a nem megfelelő páratartalom következményei.

A levegő páratartalmával fontos számolni a textiliparban, cukrászatban és egyéb termelési ágazatban; a könyvek és festmények tárolása során; számos betegség gyógyításában stb.

Összegzés

A levegő páratartalmát jellemző fizikai mennyiségek	
Abszolút páratartalom – a levegőben lévő vízgőz tömege: $\rho_a = \frac{m_{H_2O}}{V}$; $[\rho_a] = 1\ \text{g/m}^3$.	A relatív páratartalom – az abszolút páratartalom százalékokban kifejezett értékének és a telített vízgőz adott hőmérsékleten mért sűrűségének az aránya: $\varphi = \frac{\rho_a}{\rho_{t.g.}} \cdot 100\,\%$.

- A páratartalom mérésére szolgáló eszközöket higrométereknek nevezik.
- A harmatpont a levegőnek az a hőmérséklete, amelynél a levegő relatív páratartalma eléri a 100 %-t, vagyis a levegőben lévő vízgőz telítetté válik.

Ellenőrző kérdések

1. Soroljátok fel az abszolút és relatív páratartalomnak, mint fizikai mennyiségnek a jellemzőit! **2.** Hogyan növelhető a relatív páratartalom? **3.** Milyen, a levegő páratartalmának a meghatározására szolgáló eszközöket ismertek? Írjátok le azok felépítését és működési elvét! **4.** Mit nevezünk harmatpontnak? A harmatpont ismeretében hogyan határozható meg a levegő abszolút páratartalma? Relatív páratartalma?

32. gyakorlat

1. Mikor jelennek meg a hideg vízvezetékcső felületén vízcseppek?
2. Miért viseli el az ember könnyebben a forróságot száraz levegőben?
3. Mi az oka annak, hogy télen fűtés során a szobában lévő levegő viszonylag száraz? Mit kell tenni a levegő optimális páratartalmának a fenntartásához?
4. A 100 m^3 térfogatú helyiség belső falára pszichrométert függesztettek (32.3. ábra). Határozzátok meg a helyiség abszolút és relatív páratartalmát! Mennyi a helyiség levegőjében lévő vízgőz tömege? Mekkora tömegű vizet kell elpárologtatni a páratartalom 50%-ra történő növeléséhez?
5. Kiegészítő információforrás felhasználásával derítsétek ki, mikor és miért kell növelni (csökkenteni) a levegő páratartalmát!

Kísérleti feladat

Higrométer. Vízzel töltött fémdoboz, alkoholos hőmérő és apró jégdarabok segítségével határozzátok meg szobátok levegőjének páratartalmát!

1. Mérjétek meg a szoba hőmérsékletét!

2. Merítsétek a hőmérőt a vízbe, majd jégdarabok segítségével fokozatosan hűtsétek le azt! Figyeljétek meg a fémdoboz oldalát: amint elhomályosul (felületén apró vízcseppek jelennek meg, vagyis a doboz felületének hőmérséklete elérte a harmatpontot), mérjétek meg a víz hőmérsékletét (t_h)!

3. A 32. §. 1. táblázatának segítségével határozzátok meg a helyiség abszolút és relatív páratartalmát: $\rho_a = \rho_{t.p.}\ (t_h)$; $\varphi = \frac{\rho_a}{\rho_{t.g.}} \cdot 100\%$.

33. §. Folyadékok felületi feszültsége. Nedvesítés. Hajszálcsövesség

Egyes pókfajok úgy közlekednek a víz felszínén, mintha azt láthatatlan vékony hártya borítaná. Hasonlót tapasztalunk, amikor a víz egy apró résen keresztül csöpög – a víz nem vékony sugárban folyik, hanem cseppbe gyűl össze. A papírtörlő alig ér a víz felszínéhez, máris magába szívja azt. Vajon milyen erő okozza ezeket a jelenségeket?

1 Mi a jellegzetessége a víz felső rétegének?

A víz szabad felszínén a molekulák különleges feltételek között vannak, amelyek eltérnek a víz belsejében fennálló feltételektől. Megvizsgálunk két, *A* és *B* molekulát (33.1. ábra): az *A* molekula a folyadék belsejében található, a *B* pedig a folyadék felszínén. Az *A* molekulát a többi vízmolekula egyenletesen veszi körül, ezért a rá ható molekuláris erők kiegyenlítik egymást, vagyis az eredőjük nulla.

A *B* molekulát egyrészről vízmolekulák, másik részről gázmolekulák veszik körül. Mivel a folyadékban nagyobb számú molekula található, mint a gázban, ezért a molekuláris erők $\vec{F}$ eredője a folyadék alja felé irányul. Ahhoz, hogy a molekula a folyadék mélyéből a felső rétegekbe kerüljön, a kiegyenlítetlen molekuláris erők elleni munkavégzésre van szükség. Ez azt jelenti, hogy a *folyadék felső rétegének molekulái* (a folyadék belsejében lévő molekulákhoz képest) *fölös helyzeti energiával rendelkeznek*. Ez a fölös energia a folyadék belső energiájának egyik összetevője, amelyet *felületi energiának* neveznek (W_{fel}).

Nyilvánvaló, hogy minél nagyobb a felület S területe, annál nagyobb lesz a felületi energia: $W_{fel} = \sigma S$, ahol σ (szigma) arányossági együttható, amit a *folyadék felületi feszültségének* neveznek.

A **folyadék felületi feszültsége** az adott folyadékot jellemző fizikai mennyiség, amely egyenlő a felületi energiának és a folyadékfelszín területének az arányával:

$$\sigma = \frac{W_{fel}}{S}$$

A felületi feszültség mértékegysége az SI rendszerben – **newton per méter**:

$$[\sigma] = 1\frac{\text{J}}{\text{m}^2} = 1\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{m}^2} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}}\left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right).$$

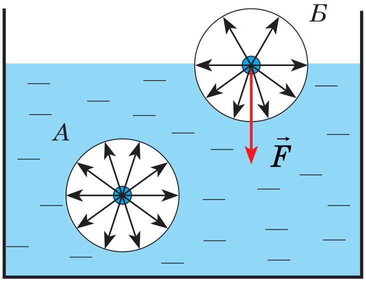
A felületi feszültséget a molekuláris erők határozzák meg, ezért a következő tényezőktől függ:

1) *a folyadék természetétől*: illékony folyadékokban (éter, alkohol, benzin) a felületi feszültség kisebb, mint a nem illékonyakban (higany, folyékony fémek);

2) *a folyadék hőmérsékletétől*: minél magasabb a folyadék hőmérséklete, annál kisebb a felületi feszültsége;

3) *a folyadék összetételében található felületi aktív anyagoktól*; azok jelenléte jelentősen lecsökkenti a folyadék felületi feszültségét;

4) *a folyadékkal határos gáz tulajdonságaitól*. A táblázatokban általában a folyadék és a levegő határán lévő felületi feszültség értékei találhatók meghatározott hőmérsékleten (1. táblázat).



33.1. ábra. A felületi feszültség fogalmának szemléltetéséhez

1. táblázat

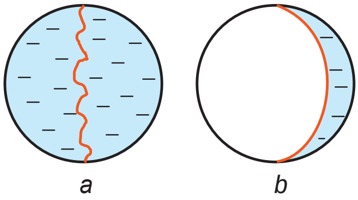
Egyes folyadékok σ felületi feszültsége

Folyadék	t, °C	σ, $\frac{\text{N}}{\text{m}}$
Tiszta víz	20	0,0728
Szappanoldat	20	0,040
Alkohol	20	0,0228
Éter	25	0,0169
Higany	20	0,4650
Arany	1130	1,102
Hidrogén	–253	0,0021
Hélium	–269	0,000 12

2 Felületi feszültség

Mivel a folyadék felső rétege fölös helyzeti energiával rendelkezik ($W_{fel} = \sigma S$), bármely rendszer pedig a helyzeti energia minimumához törekszik, ezért a folyadék szabad felszíne területének csökkentésére törekszik. Ez azt jelenti, hogy a folyadék felszíne mentén a felszín összehúzására törekvő erők hatnak. Ezeket az erőket *felületi feszítőerőknek* nevezik.

A felületi feszítőerők a folyadék felszínét szétfeszített gumihártyához hasonlóvá teszik. Míg a gumihártyában ható rugalmassági erők a felület nagyságától függnek (vagyis attól, hogy mennyire deformált a hártya), addig *a folyadék felszíne mindig egyenletesen van „kifeszítve", tehát a felületi feszítőerők nem függnek a folyadék felületének nagyságától.*



33.2. ábra. A felületi erők létezésének bemutatására szolgáló kísérlet

A felületi erők létezése egy egyszerű kísérlettel bizonyítható. Ha egy huzalkeretet a hozzákötött fonallal szappanoldatba merítenek, a keretet bevonja a szappanoldat, míg a fonal tetszőleges alakot vesz fel (33.2. *a* ábra). Ha viszont a szappanhártyát a fonal egyik oldalánál óvatosan átszúrják egy tűvel, akkor a fonal másik oldaláról ható felületi feszítőerő megfeszíti a fonalat (33.2. *b* ábra).

A szappanoldatba olyan huzalkeretet engedünk, amelynek egyik oldala elmozdítható. A kereten szappanhártya képződik (33.3. ábra). A keret mozgó oldalára $F_{\text{külső}}$ erővel hatva a hártyát óvatosan széthúzzuk. Ha az erő hatására a keret oldala ∅x Δx távolságra mozdul el, akkor a külső erők munkája:

$$A = F_{\text{külső}}\Delta x = 2F_{\text{felületi}}\Delta x.$$

A munkavégzés hatására a hártya mindkét oldala megnövekszik, tehát megnő a felületi energia is:

$$A = \Delta W_{\text{felületi}} = \sigma\Delta S = \sigma \cdot 2l\Delta x,$$

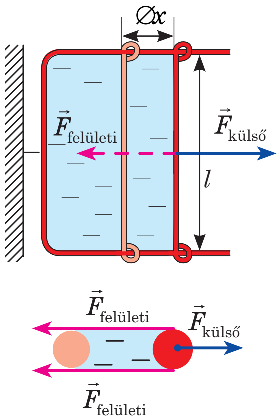
ahol $\Delta S = 2l\Delta x$ – a szappanhártya két felületének megnövekedése. A kapott egyenletek jobb oldalait összehasonlítva, a következő kifejezést kapjuk: $2F_{\text{felületi}}\Delta x = \sigma \cdot 2l\Delta x$, illetve:

$$\boxed{F_{\text{felületi}} = \sigma \cdot l}.$$

A σ felületi feszültség a felületet határoló l egységnyi vonaldarabjára ható $F_{\text{felületi}}$ felületi erővel egyenlő:

$$\boxed{\sigma = \frac{F_{\text{felületi}}}{l}}$$

A folyadék felületi feszültsége meghatározásának egyik módszerével a 7. számú laboratóriumi munka elvégzése során ismerkedhettek meg.



33.3. ábra. A mozgó oldalra három erő hat: $\vec{F}_{\text{külső}}$ külső erő és a mindkét hártyafelületen ható feszítőerők: ($\vec{F}_{\text{felületi}}$): $F_{\text{külső}} = 2F_{\text{felületi}}$

3 Hol észlelhető felületi feszültség?

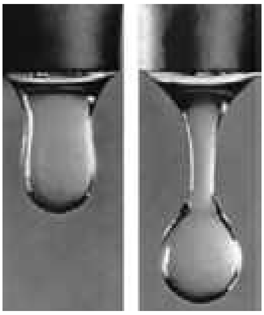
A mindennapi életben gyakran találkozhatunk a felületi feszültség megnyilvánulásaival. Ennek köszönhetően maradnak a könnyű testek (33.4. ábra) és egyes rovarok a víz felszínén (lásd a 33.§. elején található ábrát). Amikor fürdőzés közben lebuktok a víz alá, a hajszálaitok minden irányban szétállnak, viszont ha hirtelen

33.4. ábra. A pénzérme a felületi feszítőerőknek köszönhetően marad a folyadék felszínén. (A kísérlet elvégzéséhez a pénzérmét ujjainkkal meg kell dörzsölni, majd óvatosan a víz felszínére helyezni.)

kiemelitek a fejeteket a vízből, hajszálaitok összetapadnak, mivel a víz szabad felszíne jelentősen lecsökkent. Ennek köszönhetően formázható könnyen a nedves homok: a homokszemeket körülvevő víz egymáshoz szorítja azokat.

A víz a felületének csökkentésére törekszik, ami megmagyarázza azt a tényt, hogy a súlytalanság állapotában a víz gömb alakot vesz fel – adott térfogat esetében így érhető el a legkisebb felület. Gömb alakot vesznek fel a vékony szappanhártyák (szappanbuborékok) is. Felületi feszültséggel magyarázható a habképződés: a folyadék felszínére kerülő gázbuborék maga körül vékony folyadékhártyát hoz létre; ha a buborék kicsi, akkor az archimédeszi erő túl kicsi ahhoz, hogy szétszakítsa a dupla felületet és a buborék a felszín közelében akad meg. A felületi feszültség hatására a folyadék a keskeny résen át nem vékony sugárban folyik ki, hanem csöpög (33.5. ábra), az eső például nem folyik át az esernyő vagy sátor falán.

Soroljatok fel a felületi feszültség megnyilvánulásának egyéb példáit!

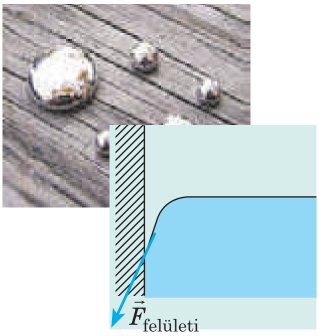


33.5. ábra. A keskeny rés mellett addig marad meg a csepp, amíg a felületi feszültségi erő kiegyenlíti a nehézségi erőt

4 Miért gyűlnek egyes folyadékok cseppekbe, míg mások szétfolynak?

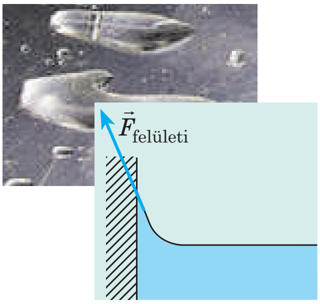
Az apró harmatcseppek, a forró sparhelten szétszaladó vízcseppek, az üveg felületén szétguruló higanycseppek a felületi feszültségi erők hatására tartják meg gömbformájukat. Viszont szilárd tettel ütközve ezek a formák általában nem maradnak meg. A folyadék szabad felületének alakja a vízmolekulák és a szilárd test molekuláinak a kölcsönhatásától függ.

Ha a folyadékmolekulák közötti kölcsönhatási erő nagyobb a szilárd test és a folyadék *molekulái között ható hasonló erőnél, a folyadék **nem nedvesíti** a szilárd test felületét* (33.6. ábra). Például a higany nem nedvesíti az üveget, a víz pedig a korommal borított felületet.

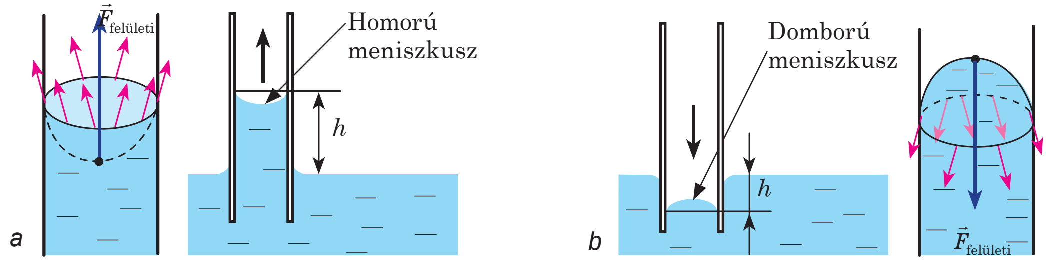


33.6. ábra. A nem nedvesítő folyadék cseppje gömbhöz hasonló formát vesz fel, a felszíne pedig az edény fala mellett domború lesz

Ha viszont egy higanycseppet cinklemezre helyeznek, a csepp szétfolyik a lemez felületén; hasonlóan viselkedik a vízcsepp az üvegen (33.7. ábra). *Ha a folyadékmolekulák közötti kölcsönhatási erő kisebb a szilárd test* és a folyadék *molekulái között ható hasonló erőnél, a folyadék **nedvesíti** a szilárd test felületét.*



33.7. ábra. A nedvesítő folyadék cseppje szétfolyik a szilárd test felszínén, a felszíne az edény fala mentén homorú alakot vesz fel



33.8. ábra. Kapilláris jelenségek: *a* – a nedvesítő folyadék megemelkedik a kapillárisban; *b* – nem nedvesítő folyadék süllyed a kapillárisban

5 Miért emelkedik fel a folyadék a hajszálcsövekben (kapillárisokban)?

A természetben gyakran találhatók vékony *hajszálcsövekkel* (*kapillárisokkal*) – tetszőleges formájú vékony csatornával – átszőtt testek (latin *capillaris* – hajszálas). Ilyen struktúrával rendelkezik a papír, fa, talaj, több szövetfajta és építőanyag is.

A henger alakú kapillárisokban lévő folyadékoszlop felszínén *meniszkusz* alakul ki. A nedvesítő folyadék felszínén a meniszkusz *homorú* (33.8. *a* ábra), míg a nem nedvesítő folyadék felszínén *domború* (33.8. *b* ábra) alakot vesz fel. A folyadék felszíne a minimális helyzeti energia felé törekszik, a görbe felület területe viszont nagyobb a kapilláris metszetének területénél, ezért a folyadék ki akar egyenesedni és alatta *fölös* (*pozitív* vagy *negatív*) *nyomás* jelenik meg, amit *Laplace-nyomásnak* neveznek ($p_{\text{fölös}}$).

A homorú felület alatt (a folyadék nedvesíti a kapillárist) a teljes nyomás kisebb a folyadék felszínén lévő nyomásnál és a folyadék a kapillárisba szippantódik, majd viszonylag magas szintre emelkedik fel. Hasonlóképpen emelkedik fel a tápanyag és a víz a növények szárában, kerozin a kanócban, nedvesség a talaj kapillárisaiban. A kapilláris nyomás eredményeként a szalvéta vagy törlőrongy felszívja a vizet, esőben a nadrág szárai alulról nedvesednek be stb.

A domború felület alatti nyomás (a folyadék nem nedvesíti a kapillárist) nagyobb a külső nyomásnál, ezért a folyadék a kapillárisokban lesüllyed.

Minél kisebb a kapilláris sugara, annál nagyobb a folyadék emelkedési (süllyedési) szintje (lásd az alábbi példa megoldását).

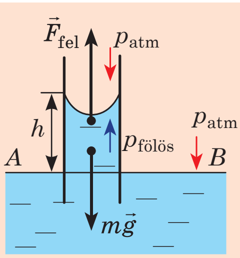
6 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Az r sugarú kapilláriscső egyik végét nedvesítő folyadékba engedték. Milyen magasra emelkedik a folyadék a kapillárisban, ha a folyadék sűrűsége ρ, felületi feszültsége pedig σ? Mivel egyenlő a Laplace-nyomás a kapilláris homorú felülete alatt? A nedvesedést tekintsük tökéletesnek.

Adva:
r
ρ
σ
g

h – ?
$p_{\text{fölös}}$ – ?

A fizikai probléma elemzése. A kapillárisban lévő folyadékra a nehézségi és felületi erő hat ($\vec{F}_{\text{fel}}$) (lásd az ábrát). Tökéletes nedvesítés esetén az $\vec{F}_{\text{fel}}$ erő függőlegesen felfelé hat (a meniszkuszhoz húzott érintő mentén). A folyadék emelkedése a kapillárisban addig tart, amíg a folyadékoszlop nehézségi ereje ki nem egyenlítődik a felületi erővel: $mg = F_{\text{fel}}$ (*), ahol m a folyadék tömege.



Matematikai modell keresése, megoldás.
Mivel $m = \rho V$, a henger térfogata pedig $V = \pi r^2 h$, ezért $m = \rho \pi r^2 h$.
$F_{\text{felületi}} = \sigma l$, ahol $l = 2\pi r$ (a körvonal hossza), tehát $F_{\text{felületi}} = \sigma 2\pi r$.
Behelyettesítjük az m és $F_{\text{felületi}}$ kifejezéseit a (*) egyenletbe: $\rho \pi r^2 hg = \sigma 2\pi r$, ahonnan
$h = \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$.
A meniszkusz felszíne alatti $p_{\text{fölös}}$ Laplace-nyomás meghatározására Pascal törvényét alkalmazzuk: homogén mozdulatlan folyadékban azonos szinten a nyomás egyforma (esetünkben az AB szinten), vagyis:

$$p_{\text{atm}} + p_{\text{hidr}} + p_{\text{fölös}} = p_{\text{atm}} \Rightarrow p_{\text{fölös}} = -p_{\text{hidr}} = -\rho g h = -\rho g \cdot \frac{2\sigma}{\rho g r} = -\frac{2\sigma}{r} = -\frac{2\sigma}{R},$$

ahol R a meniszkusz görbületének sugara (tökéletes nedvesítés esetén $r = R$).
Felelet: (*Ezeket a következtetéseket jegyezzétek meg!*)
◆*A folyadékszint a hajszálcsövekben egyenesen arányos a folyadék felületi feszültségével és fordítottan arányos a folyadék sűrűségével valamint a hajszálcső sugarával:* $h = \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$.
◆*A Laplace-nyomás (fölös nyomás) a folyadék gömbfelülete alatt egyenesen arányos a folyadék felületi feszültségével és fordítottan arányos a meniszkusz görbületének sugarával:* $p_{\text{fölös}} = \pm\dfrac{2\sigma}{R}$.

Összegzés

- A folyadék felső rétegeinek molekulái a folyadék belsejében lévő molekulákhoz képest fölös helyzeti energiával rendelkeznek; ezt az energiát felületi energiának nevezik.
- A folyadék felületi feszültsége az adott folyadékot jellemző fizikai mennyiség, amely egyenlő a felületi energiának és a folyadékfelszín területének az arányával: $\sigma = \dfrac{W_{\text{fel}}}{S}$. A felületi feszültség egyenlő a felületet határoló egységnyi hosszúságú vonaldarabra ható felületi erővel: $\sigma = \dfrac{F_{\text{felületi}}}{l}$. A felületi feszültség mértékegysége az SI rendszerben a newton per méter (N/m).
- A folyadék elgörbült felülete alatt fölös (pozitív vagy negatív) nyomás alakul ki, amely egyenesen arányos a folyadék felületi feszültségével és fordítottan arányos a meniszkusz görbületének sugarával: $p_{\text{fölös}} = \pm\dfrac{2\sigma}{R}$. Ennek a nyomásnak köszönhetően emelkedik fel a nedvesítő folyadék a hajszálcsövekben, a nem nedvesítő pedig lesüllyed. A folyadék emelkedésének (süllyedésének) magassága a kapillárisokban: $h = \dfrac{2\sigma}{\rho g r}$.

Ellenőrző kérdések

1. Mi a jellegzetessége a folyadék felső rétegében lévő molekulák állapotának? **2.** Mit nevezünk felületi energiának? **3.** Miért törekszik a folyadék gömbforma kialakítására? **4.** Mondjátok el a felületi feszültség két meghatározását! **5.** Milyen tényezőktől függ és miért a folyadék felületi feszültsége? Milyen tényezők nem befolyásolják? **6.** Milyen feltételek mellett nedvesíti meg a folyadék a szilárd testek felszínét? Mikor nem nedvesíti meg? **7.** Mi a Laplace-nyomás létrejöttének az oka? Mivel egyenlő ez a nyomás? **8.** Milyen tényezőktől függ a folyadék szintjének magassága a hajszálcsövekben? **9.** Mondjatok példákat hajszálcsövességre!

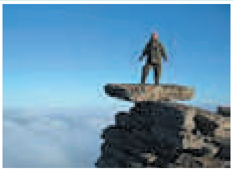
33. gyakorlat

1. Miért tapadnak össze az ecset szálai, miután kivették a vízből?
2. A hajszálcsövekben a víz 0,5 m magasságba emelkedik fel. Határozzátok meg a kapilláris átlagos átmérőjét!
3. Határozzátok meg az 5 cm sugarú szappanbuborék belsejében lévő fölös nyomást (ne feledjétek, hogy a szappanbuboréknak két felülete van)!
4. A 7,8 cm sugarú és 7 g tömegű vékony alumíniumgyűrű a szappanoldat felszínéhez ért. Ahhoz, hogy elszakítsák azt a felszíntől, 0,11 N erőt kell kifejteni. Határozzátok meg a szappanoldat felületi feszültségét!
5. Mekkora energiamennyiség szabadul fel, ha 0,2 mm sugarú higanycseppek egy 2 mm átmérőjű cseppbe egyesülnek? A gömb felszíne $4\neq r^2$, térfogata pedig — $\frac{4}{3}\neq r^3$ πr^3.
6. Szerintetek a gyakorlatban hol szükséges a nedvesítés növelése? Milyen esetekben célszerű annak csökkentése? Kiegészítő információforrás segítségével tudjátok meg, milyen anyagokat alkalmaznak a nedvesítés növelésére? Milyen módszereket használnak a nedvesítés csökkentésére?

Kísérleti feladat

Helyezzetek gyufaszálat a víz felszínére! A gyufa egyik végéhez cseppentsetek óvatosan szappanoldatot! Magyarázzátok meg a gyufaszál viselkedését! Határozzátok meg a gyufára ható erő nagyságát és irányát!

34. §. SZILÁRD TESTEK FELÉPÍTÉSE ÉS TULAJDONSÁGAI. KRISTÁLYOK ANIZOTRÓPIÁJA. FOLYADÉKKRISTÁLYOK



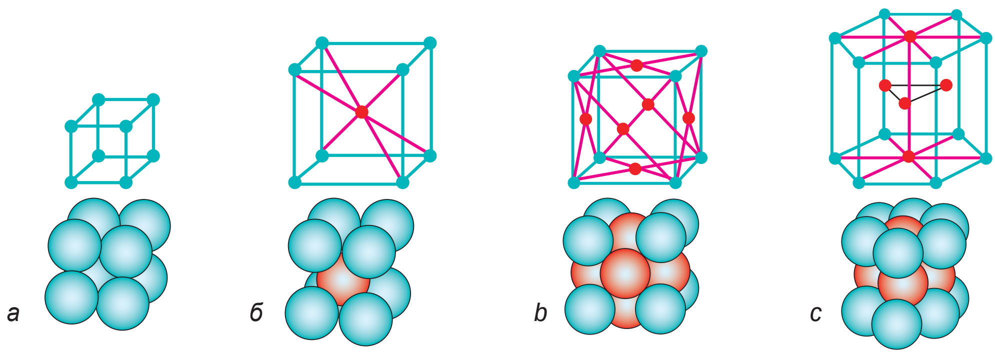
A Föld felszínén található anyagok legtöbbje szilárd halmazállapotú. A pad, amelynél ültök, a ceruza, amit a kezetekben tartatok, kezetek csontjai – mind szilárd testek. A következő paragrafusban arról lesz szó, hogy hogyan helyezkednek el a szilárd testek molekulái, és ezáltal milyen tulajdonságokkal rendelkeznek.

1 Amorf – tehát formátlan? Valóban így van?

Már tudjátok, hogy az amorf testek struktúrájuk szerint közel állnak a folyadékokhoz. Az amorf testek molekulái, atomjai és ionjai kaotikusan helyezkednek el, és csak néhány részecskéből álló lokális csoportok belsejében helyezkednek el meghatározott rendben (*rövid távú rendezettség*). Az amorf testek fizikai tulajdonságai (hővezetés, elektromos vezetőképesség, szilárdság, optikai tulajdonságok stb.) minden irányban azonosak – *az amorf testek izotrópok*.

Izotrópia (görög *izos* – egyenlő, *tropos* – irány, tulajdonság) – a fizikai tulajdonságok térbeli iránytól való függetlensége.

Az amorf testekre példa az üveg, különböző megszilárdult gyanták (borostyán), műanyagok stb. Az amorf testek bizonyos ideig megtartják alakjukat, viszont hosszan tartó hatás következtében cseppfolyóssá válnak. Az amorf test melegítés hatására fokozatosan megpuhul, és a cseppfolyós állapotba való átmenete jelentős hőmérsékletintervallumon történik meg.



34.1. ábra. Kristályrácsok típusai: *a* – egyszerű kocka; *b* – térben középpontos; *c* – lapon középpontos; *d* – hexagonális

2 Mi a polimorfia?

Kristályos testekben az anyag részecskéi (atomok, molekulák, ionok) jól meghatározott rendben helyezkednek el. A kristályos test részecskéi egyensúlyi állapotainak középpontjait összekötve szabályos térbeli rácsszerkezet alakul ki, amelyet *kristályrácsnak* neveznek. Bebizonyítjuk, hogy 230 különböző típusú kristályrács létezik.

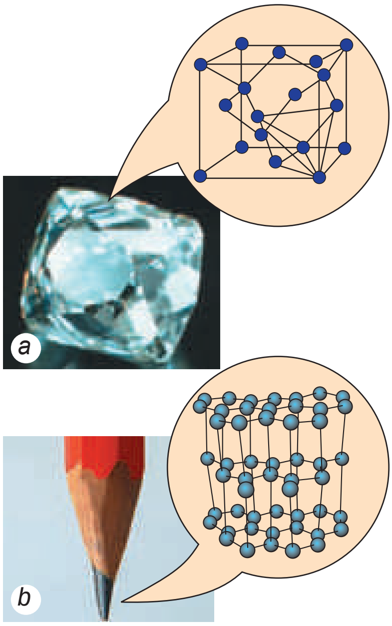
Például a polónium kristályban az ionok egyszerű *kockarácsot* alkotva a kocka csúcsain helyezkednek el (34.1. *a* ábra).

A tiszta vas ionjai szobahőmérsékleten szintén a kocka csúcsain helyezkednek el, ezen kívül egy ion a kocka középpontjában található – ez a *térben középpontos (tércentrált) kockarács* (34.1. *b* ábra).

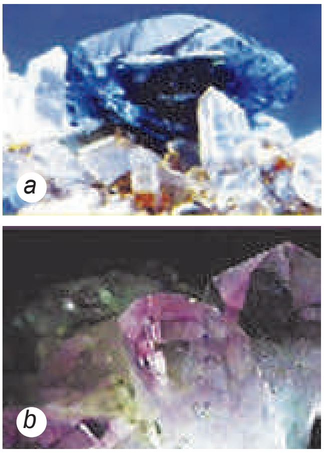
Ha a vasat 906 °C-ra hevítik, az ionok elhelyezkedése hirtelen megváltozik – a rács újjáépül. A középponti ionok elmozdulnak és mindegyik kocka belsejében egy újabb ion jelenik meg – ez a *lapon középpontos (lapcentrált) kockarács* (34.1. *c* ábra). Ebben a rácsban a részecskék szorosabban helyezkednek el, mint a tércentráltban. A sűrű elhelyezkedés a *hexagonális (hatszöges) kristályrács* esetén is megfigyelhető (34.1. *d* ábra).

Jegyezzétek meg! A kristályok részecskéi sorosan illeszkednek, a középpontjaik közötti távolság nagyjából a méretükkel egyenlő (a részecskék elektronfelhői érik egymást), viszont a kristályrácsok ábrázolása során leggyakrabban csak a részecskék egyensúlyi helyzetét ábrázolják.

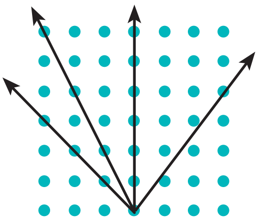
Sok kristályos anyagnak azonos a kémiai összetétele, viszont a kristályrácsaik eltérő felépítésének köszönhetően fizikai tulajdonságaik eltérnek (34.2. ábra). Az ilyen jelenséget **polimorfiának** nevezik, az egyik kristálystruktúrából a másikba történő átmenetet pedig – **polimorf** átalakulásnak.



34.2. ábra. Szén különböző kristályállapotai: *a* – gyémánt; *b* – grafit



34.3. ábra Természetes kristályok: *a* **– lazurit;** *b* **– kvarc**



34.4. ábra. A kristályok rendezett felépítésének következtében a részecskéik közötti távolság különböző irányokban eltérő

Például a mesterséges gyémánt előállítása során a grafitnak gyémánttá történő polimorf átalakulása történik. Ez a folyamat 60–100 ezer atmoszféra nyomásnál 1800–2300 °C hőmérsékleten megy végbe. És fordítva: ha a gyémántot vákuumban 1500 °C-ra hevítik, az grafittá alakul át.

3 Miért anizotrop a monokristály?

A kristályos testek lehetnek *monokristályok* és *polikristályok*.

A **monokristály (egykristály)** olyan szilárd test, melynek részecskéi folytonos kristályrácsot alkotnak.

A részecskék monokristályban való rendezett elhelyezkedése az oka annak, hogy a monokristályok lapos oldalakkal és az oldalak közötti állandó szögekkel rendelkeznek (34.3. ábra); *a monokristályok fizikai tulajdonságai a bennük kiválasztott iránytól függnek.*

A kristályok tulajdonságainak függését a bennük kiválasztott iránytól **anizotrópiának** nevezik (görög, *anisos* – egyenetlen, *tropos* – irány, tulajdonság).

Sok kristály mechanikai szilárdsága különböző irányokban eltérő: a csillámpala egyik irányban könnyen vékony lemezekre válik szét, viszont annál nehezebb eltörni a lemezekre merőlegesen.

A kristályokban kiválasztott iránytól függ azok hővezetése, elektromos vezetőképessége, fénytörése, átláthatósága, lineáris tágulása és sok egyéb fizikai tulajdonsága. A kristályok anizotrópiáját a kristályrácsaik határozzák meg: a rácsot alkotó részecskék közötti távolság különböző irányokban eltérő (34.4. ábra).

? Melyik irányban legkisebb a grafit mechanikai szilárdsága (lásd a 34.2. *b* ábrát)?

A természetben ritkán találhatók nagy monokristályok. A kristályos szilárd testek, többek között a mesterségesen előállítottak is, *polikristályok*.

A **polikristályok** olyan szilárd testek, amelyek sok apró rendszertelenül összenőtt egykristályból tevődnek össze.

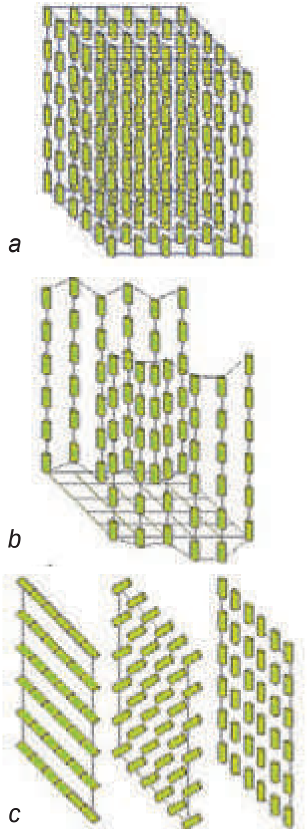
A monokristályoktól eltérően, *a polikristályos testek izotrópok*, vagyis tulajdonságaik minden irányban azonosak. A szilárd testek polikristályos felépítése mikroszkóp segítségével figyelhető meg, de néha szabad szemmel is észrevehető (öntöttvas). Az emberek által használt fémek többsége polikristály.

4 Folyadékkristályok

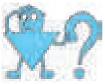
Folyadékkristály – az anyagnak a folyékonyságát és a kristályok anizotrópiáját egyesítő állapota.

A *folyadék* teljes egészében a részecskék rendezetlenül, kaotikusan helyezkednek el, és bármely irányba szabadon foroghatnak és elmozdulhatnak; a *kristályos szilárd testben* háromdimenziós hosszú távú irányrendezettség van és a részecskék csak egyensúlyi állapotuk körül rezeghetnek. A *folyadékkristályban* létezik a molekulák egyfajta rendezettségi szintje (34.5. ábra), de lehetőségük van némi elmozdulásra is. A folyadékkristályos állapot leggyakrabban a szerves anyagoknál figyelhető meg, melyeknek elnyújtott vagy lemezalakú molekulákkal rendelkeznek.

A folyadékkristályok optikai tulajdonságainak hőmérséklettől és elektromos tértől való függősége biztosította azok széleskörű felhasználását az órák, számológépek kijelzőiben, számítógépek, tévékészülékek lapos képernyőiben; felhasználják őket a gyógyászatban (például a hő indikátorokban) stb. A molekulák tengelyének forgásszöge a koleszterikus folyadékkristályok minden rétegében függ a hőmérséklettől, a forgásszög viszont hatással van a kristály elszíneződésére. Ezért ha a testre olyan polimerfóliát helyeznek, amelynek mikroüregeit koleszterikus kristályokkal telítették, akkor a hőmérsékleteloszlás színes képét kapják meg.



34.5. ábra. Folyadékkristályok egyes típusai: *a* – *szmektikus* (a molekulák egymással párhuzamosan orientáltak és síkokba rendeződnek); *b* – *nematikus* (a cérnaformájú molekulák egymással párhuzamosak, de lefelé vagy felfelé elcsúszhatnak); *c* – *koleszterikus* (lapos hosszú molekulák egymáshoz viszonyítva elfordított síkokat alkotnak)



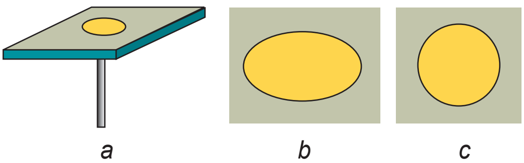
Ellenőrző kérdések

1. Miért izotrópok az amorf testek? **2.** Milyen tulajdonságok jellemzik a monokristályokat? **3.** Mi az anizotrópia? Mondjatok példákat a kristályok anizotrópiájának a megnyilvánulására! **4.** Minden kristályos test anizotróp? Mondjatok példákat válaszotok igazolására! **5.** Mi a polimorfia? Soroljatok fel példákat! **6.** Miben rejlik a folyadékkristályok felépítésének és tulajdonságainak jellegzetessége? Hol hasznosítják azokat?

34. gyakorlat

1. Felmelegítés után a kvarcgömb ellipszoid formájú lett. Miért?
2. Két, különböző anyagból készült vékony lemezt viasszal vontak be. Alulról mindkét lemezhez felizzított tűhegyet közelítettek (1. *a* ábra) – a hegy körül egy kisseb részen a viasz megolvadt. A részek alakja alapján (1. *b, c* ábra) állapítsátok meg, melyik lemez készült polikristályos anyagból, és melyik – monokristályosból. Válaszotokat indokoljátok meg!

3. A modern okostelefonokat kétféle folyadékkristályos kijelzővel (LCD – liquid crystal display) gyártják. A TFT LCD-vel ellátott telefonok olcsóbbak, viszont a felhasználók inkább az IPS LCD kijelzős telefonokat részesítik előnyben. Kiegészítő forrásanyag felhasználásával próbáljátok megmagyarázni, hogy mi ennek az oka!



1. ábra

2. ábra

4. *A polimerek – a jövő anyagai* címmel készítsetek rövid beszámolót a polimerek struktúrájáról és azok felhasználásáról a következő ágazatok egyikében: ipar, mezőgazdaság, orvostudomány, háztartás stb. Hogyan óvják a természetes anyagokat, polimerekkel helyettesítve azokat?

Fizika és technika Ukrajnában

Az **UNTA Monokristályok intézete** (Harkiv) több mint fél évszázados múltra tekint vissza és a következő ágazatok egyik vezető intézete:

- a kristályok, vékony lemezek, nanoanyagok struktúrájának, fizikai és fizikai-kémiai tulajdonságaik fundamentális vizsgálata;
- a különböző funkcionális rendeltetésű kristályok előállítására szolgáló berendezések és technológiák kidolgozása és tökéletesítése.

Az intézet kutatásaira és fejlesztéseire nagy igény van világszerte – erről tanúskodik a nagyszámú tudományos és termelési kapcsolat, nagy nemzetközi kísérletekben való részvétel, a külgazdasági kapcsolatok fejlesztése a létrehozott magas technológiáknak köszönhetően. Az intézet jellegzetessége – a tudományos fejlesztések befejezett ciklusa: az ötletektől és kutatásoktól a szükséges anyagok előállításán keresztül a termelésbe állításig.

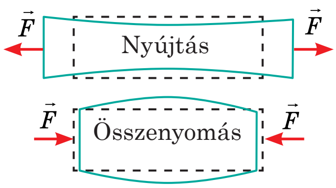
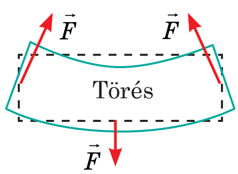
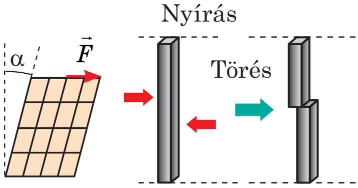
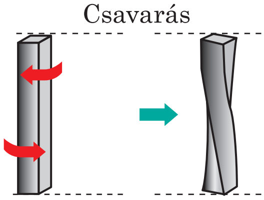
35. §. A SZILÁRD TESTEK MECHANIKAI TULAJDONSÁGAI

– *Tanácsra van szükség! Meghajlott a mennyezeti gerenda…*
– Önnek szerintem nem tanács*ra vagy tippre van szüksége, hanem egy* jó építész-*technikusra, és minél gyorsabban* …(részlet egy internetes beszélgetésből)
A kislány megsérült, amikor kötélugrás közben elszakadt a lábához erősített rugalmas kötél. *A bungee jumping munkáját felfüggesztették*. (Hírekből)
Érthető, hogy úgy is lakhatunk egy házban, hogy nem tudjuk, milyen anyagból épült; ugorhatunk hídról vagy repülőgépről, nem lévén tisztában a kötél vagy az ejtőernyő zsinórjainak a szilárdságával. Viszont nem építhető biztonságos ház, nem üzemeltethető biztonságos attrakció az építésükre felhasznált anyagok mechanikai tulajdonságainak ismerete nélkül. A következő paragrafusban ezen tulajdonságok némelyikével ismerkedhetünk meg.

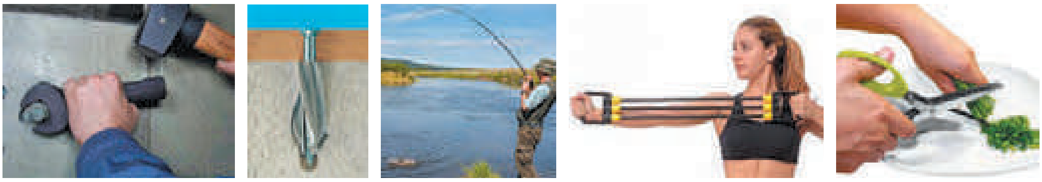
1 Milyen deformáció típusok léteznek?

Felidézzük: **deformáció** – *a test alak- és (vagy) méretváltozása*. Ha a külső erőhatások megszűntével a test teljes egészében visszanyerte eredeti alakját és méreteit, akkor azt *rugalmas deformáció* érte; ha a test nem nyerte vissza eredeti alakját és méreteit, akkor *plasztikus deformációról* beszélünk.

Amikor a test deformálódik, a részecskéi elmozdulnak egymáshoz viszonyítva. A részecskék elmozdulásának jellege alapján megkülönböztetnek *nyújtási (összenyomási), hajlítási, nyírási* és *csavarási deformációt*.

A deformáció fajtái	
	A testre ható erők megkísérlik a test megnyújtását vagy összenyomását, melynek eredményeként megnő (*nyújtási deformáció*) vagy csökken (összenyomási deformáció) a molekularétegek közötti távolság.
	A testre ható erők megkísérlik elgörbíteni (meghajlítani) a testet. A *hajlítási deformáció* – egyúttal nyújtási és összenyomási deformáció is: a test domború részére nyújtással deformálódik (megnő a molekularétegek közötti távolság); a homorú része – összenyomással deformálódik (csökken a molekularétegek közötti távolság).
	A testre ható erők ellentétes irányúak és a test rétegeit elmozdítják egymáshoz viszonyítva. *Nyírási deformáció* figyelhető meg például a különböző szerkezetek egyes elemeit összefogó csavaroknál és szegeknél; az ollóval vágott szövet esetében. A nagy α szögű eltolás a test tönkretételéhez – *töréséhez* vezethet.
	A testre ható erők forgónyomatékot hoznak létre a test hosszanti tengelye mentén. A molekularétegek eltolódása nem egyformán megy végbe – mindegyik réteg egy bizonyos szögnyire fordul el a másik réteghez képest. *Csavarási deformációnak* vannak kitéve a gépek tengelyei, a kulcsok, csavarok, csavarhúzók stb.

❓ Milyen deformációt szenvednek a 35.1. ábrán látható testek? Válaszaitokat indokoljátok meg!



35.1. ábra. A 35.§-ban található kérdéshez

Megváltozik-e a szilárdság?

Amikor a rudat hajlítási deformáció éri, a középső része (a tengely menti része) meg sem nyúlik és össze sem megy. Vagyis azt a részét eltávolítva a konstrukció hajlítás elleni szilárdsága alig változik.

Ezért készítik a kerékpár hajlítási deformációnak leginkább kitett elemét, a vázat vékonyfalú fémcsövekből, amelynek köszönhetően a kerékpár viszonylag könnyű, de egyidőben szilárd is.

Hasonló szilárd „konstrukciókról” és az „anyagok” könnyűségéről és gazdaságosságáról a természet is gondoskodott – az embereket és állatokat üreges (csöves) csontokkal, a gabonaféléket pedig csőszerű szárakkal látta el.

2 Mi a mechanikai feszültség?

Deformáció során megváltozik a test állapota: a test bármelyik metszetében a test szétszakítását meggátoló rugalmassági erők jönnek létre; minél nagyobb a deformált test, annál nagyobbak a rugalmassági erők. A deformált test állapotát a *mechanikai feszültség* jellemzi.

A σ **mechanikai feszültség** a deformált testet jellemző fizikai mennyiség, ami az F_{rug} rugalmassági erő abszolút értékének és a test S keresztmetszetének a hányadosával egyenlő*:

$$\sigma = \frac{F_{rug}}{S}$$

A mechanikai feszültség mértékegysége az SI rendszerben a **pascal***:*

$[\sigma]$ = Pa = 1 N/m^2.

Bizonyított tény, hogy a mechanikai feszültség függ a test *relatív megnyúlásától.*

A **test** ε **relatív megnyúlása** – a Δl megnyúlás és a test kezdeti l_0 hosszának az arányával egyenlő fizikai mennyiség::

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \text{ vagy } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\,\%$$

3 Megrajzoljuk és elemezzük a feszültségdiagramot

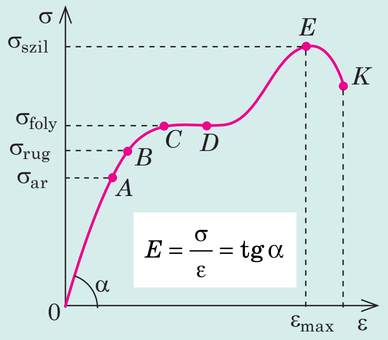
A mechanikai feszültség és a relatív megnyúlás közötti összefüggést kísérletileg állapítják meg. A mintát speciális szakítógéppel húzzák szét, fokozatosan növelve annak terhelését. A vizsgálat során megrajzolják a feszültségdiagramot – a mechanikai feszültség és a mintapéldány relatív megnyúlása közötti összefüggés grafikonját (35.2. ábra). A kísérletek azt bizonyítják, hogy nem nagy deformációk esetében (a grafikon *OA* szakasza) teljesül **Hooke törvénye**:

Kismértékű nyújtási és összenyomási rugalmassági deformációk esetében a σ mechanikai feszültség egyenesen arányos az ε relatív megnyúlással:

$$\sigma = E\,|\varepsilon|^{**}$$

* A továbbiakban kizárólag olyan testeket vizsgálunk, amelyeknek azonos az adott testre vonatkoztatott keresztmetszetük (zsinórok, rudak, kötelek stb.).

** Az ε relatív megnyúlás abszolút értékét vették, mivel Hooke törvénye érvényes a nyújtási ($\varepsilon > 0$) és összenyomási ($\varepsilon < 0$) deformáció esetében is.



σ_{ar} – *arányossági határ* – a legnagyobb feszültség, amelynél még érvényes Hooke törvénye;

σ_{rug} – *rugalmassági szakasz* – a legnagyobb feszültség, ami mellett a deformáció rugalmas marad;

σ_{foly} – *foly*ékonysági *szakasz* – az a feszültség, amelynél a mintadarab a terhelés növelése nélkül is hosszabbodik;

σ_{szil} – *szilárdság határa* – a legnagyobb feszültség, melynek meghaladása a mintadarab töréséhez vezet

35.2. ábra. Feszültségdiagram: *OAB* – rugalmas alakváltozás; *BC* – plasztikus deformációk szakasza; *VD* – az anyag folyása; *EK* – a mintadarab törése

Az E arányossági tényezőt *Young-modulusnak* vagy *rugalmassági modulusnak* nevezik. A Young-modulus az anyag rugalmassági tulajdonságait jellemzi, amit feszültségdiagram segítségével határoznak meg (35.2. ábra), értékeit táblázatba foglalják. *A Young-modulus mértékegysége az SI rendszerben a* **pascal**:

$$[E] = 1 \text{ Pa})$$

A σ mechanikus feszültség és az ε relatív megnyúlás meghatározásának felhasználásával írjátok át Hooke $\sigma = E|\varepsilon|$ alakban megadott törvényét $F_{rug} = k|\Delta l|$ alakúra! Bizonyítsátok be, hogy *a rúd k merevsége a* $k = E\frac{S}{l_0}$ képlettel határozható meg!

Egyes anyagok Young-modulusai

Anyag	Young-modulus E, × 10^9 Pa
Alumínium	63–70
Beton	15–40
Kaucsuk	$7{,}9 \cdot 10^{-3}$
Réz (öntvény)	82
Ezüst	82,7
Üveg	49–78
Kovácsolt öntöttvas	150

Térjünk vissza a 35.2. ábrához. Amint a terhelés elér arra a pontra, hogy a mechanikai feszültség eléri az σ_{ar} *arányossági határt*, a $\sigma(\varepsilon)$ függvény linearitása megszűnik (a grafikon *AB* szakasza), ugyanakkor a terhelés megszűntével visszaáll a mintadarab alakja és méretei, vagyis a feszültségdiagram *OAB* szakasza az a *rugalmas deformációk* szakasza.

Ha tovább fokozzák a terhelést, akkor a σ_{rug} rugalmassági határ elérésével a deformáció hirtelen megnövekszik és *plasztikussá* válik (*BC* szakasz), majd σ_{foly} *folyékonysági határ* átlépése után a mintadarab a terhelés növekedése nélkül is tovább nyúlik (*CD* szakasz). Ha ismét növekszik a terhelés, a mintadarab még kissé megnyúlik (*DE* szakasz), amint a feszültség eléri a σ_{szil} *szilárdsági határt*, a mintadarab elszakad.

4 Rugalmasság, plasztikusság, törékenység

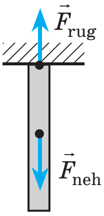
Miután meghajlítunk egy acélvonalzót, majd elengedjük, a vonalzó teljesen visszanyeri eredeti alakját. Ha ugyanezt tennénk egy ólomlemezzel, akkor az begörbülve maradna. Ha viszont egy üveglapot szeretnénk meghajlítani, akkor az még a legcsekélyebb deformációnál is eltörne. A deformációra történő „reagálásuk" alapján megkülönböztetünk *rugalmas, plasztikus* és törékeny *anyagokat*.

Rugalmas anyagok	Plasztikus anyagok	Törékeny anyagok
Azok az anyagok, amelyek rugalmassági tulajdonságai viszonylag nagymértékű, illetve hosszú ideig tartó deformáció esetén is megmaradnak 	Azok az anyagok, amelyeknél a rugalmas deformáció jelentéktelen deformáció esetén is plasztikusba megy át még 	Azok az anyagok, amelyek már nagyon kismértékű deformáció esetén is eltörnek és egyáltalán nem rendelkeznek plasztikus tulajdonsággal 

Az anyagok csoportosítása rugalmasokra, plasztikusakra és törékenyekre nagymértékben feltételes, mivel az anyagok tulajdonsága nagyban függ a nedvességtartalomtól, hőmérséklettől, a terhelés növekedésének a gyorsaságától stb. Például normális körülmények között az ólom –100 °C hőmérsékleten rugalmassá, míg a rugalmas gumi alacsony hőmérsékleten törékennyé válik. Az agyag szárazon törékeny, vizesen pedig plasztikus tulajdonságokat mutat. A bitumen a terhelés lassú növelésével plasztikus tulajdonságokat produkál, hirtelen nagy terhelés esetén viszont törékennyé válik.

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Egy bizonyos magasságon álló helikopterből acélsodronyt eresztenek le. Legfeljebb mekkora lehet a sodrony hossza, hogy ne szakadjon el a saját súlya alatt? Az acél szilárdságának a határa 320 MPa.



A fizikai probléma elemzése. Magyarázó rajzot készítünk. A rugalmassági erő a huzal bármelyik keresztmetszetén kiegyenlíti a sodrony keresztmetszete alatti részére ható nehézségi erőt. Nyilvánvaló, hogy gyártási hibák hiányában a sodrony a legmagasabban lévő keresztmetszeténél szakad el.

Adva:
$\sigma_{max} = 3{,}2 \cdot 10^8$ Pa
$g = 10$ m/s^2
$\rho = 7800$ kg/m^3

l — ?

Megoldás. A sodrony nyugalmi állapotban van, ezért

$$F_{rug} = F_{neh}.$$

$F_{neh} = mg$,
ahol $m = \rho V$; $V = Sl$,
ezért $F_{neh} = \rho Slg$.

$\sigma = \dfrac{F_{rug}}{S}$ —
a meghatározás szerint,
ezért – $F_{rug} = \sigma S$

A következőket kaptuk: $\rho Slg = \sigma S \Rightarrow l = \dfrac{\sigma}{\rho g}$. Az acél sűrűségét megkeressük a táblázatban.

Leellenőrizzük az egységeket, és meghatározzuk a keresett mennyiség értékét.

$$[l] = \frac{\text{Pa}}{\text{kg/m}^3 \cdot \text{m/s}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m/s}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{N}} = \text{m}; \quad l = \frac{3{,}2 \cdot 10^8}{7{,}8 \cdot 10^3 \cdot 10} \approx 4{,}1 \cdot 10^3 \text{ (m)}.$$

Az eredmény elemzése. A sodrony legfeljebb 4,1 km hosszú lehet. Mivel a valós sodronyok hossza jóval kisebb, ezért azok soha sem szakadhatnak el a saját súlyuk alatt

Felelet: $l = 4{,}1$ km.

Összegzés

• Deformáció – a test alak- és (vagy) méretváltozása. Ha a külső erőhatások megszűntével a test teljes egészében visszanyerte eredeti alakját és méreteit, akkor azt rugalmas deformáció érte; ha a test nem nyerte vissza eredeti alakját és méreteit, akkor plasztikus deformációról beszélünk. Emellett megkülönböztetnek nyújtási (összenyomási), hajlítási, nyírási és csavarási deformációt.

• A σ mechanikai feszültség a testet jellemző fizikai mennyiség, ami az F_{rug} rugalmassági erő abszolút értékének és a test S keresztmetszetének hányadosával egyenlő: $\sigma = \dfrac{F_{\text{rug}}}{S}$.

• Hooke törvénye: kismértékű nyújtási és összenyomási rugalmassági deformációk esetében a σ mechanikai feszültség egyenesen arányos az ε relatív megnyúlással: $\sigma = E\varepsilon$, ahol E az anyag rugalmassági tulajdonságait jellemző Young-modulus (rugalmassági modulus). A legnagyobb feszültséget, amelynél még érvényes Hooke törvénye, σ_{ar} arányossági határnak nevezik.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk deformációnak? **2.** Soroljátok fel a deformáció típusait! Milyen feltételek mellett keletkeznek? Mondjatok példákat! **3.** Jellemezzétek a mechanikai feszültséget, mint fizikai mennyiséget! **4.** Fogalmazzátok meg Hooke törvényét kétféleképpen! Milyen feltételek mellett teljesül ez a törvény? **5.** Mint jellemez a Young-modulus? Mi a mértékegysége az SI rendszerben? **6.** Mit értünk az anyag folyása alatt a deformáció során? **7.** Mit nevezünk a szilárdság határának? Miben különböznek a rugalmas anyagok a plasztikusaktól? A törékenyektől?

35. gyakorlat

1. Miért készítik üreges csőből a vitorlás hajók vitorlarúdját?

2. Gondolkozzatok el, milyen deformációs hatás éri a vitorlás hajó következő részeit (1. ábra): hajótest; árbocok; fedélzeti padló; horgonylánc; kikötő kötél; horgonyfelhúzó csörlő!

3. A 10 cm hosszú és 2 mm átmérőjű gumikötélre felfüggesztettek egy 31,4 g tömegű testet. A kötél hossza 1 cm-rel megnyúlott. Határozzátok meg: 1) a kötélben lévő mechanikai feszültséget; 2) a kötél relatív megnyúlását; 3) a kötél anyagául szolgáló gumi Young-modulusát; 4) a kötél legkisebb átmérőjét, amely mellett a deformáció rugalmas marad (a gumi rugalmassági határa $5\cdot10^6$ Pa)!

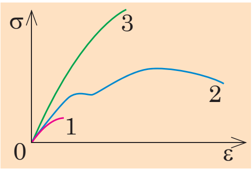
4. Határozzátok meg az 1 cm átmérőjű rézérme nyomásához szükséges erő nagyságát, ha a réz folyékonysági határa 70 MPa (2. ábra)!

5. A 3. ábrán látható diagramok melyike jellemez rugalmas anyagot? Plasztikus anyagot? Törékeny anyagot?

6. Egy ház felépítésének feladata áll előttetek. Döntsétek el, milyen anyagokat (rugalmas, plasztikus, törékeny és mekkora szilárdsági határral stb.) használtok fel az alapban; falakban; padlóban; gerendáknál! Választásotokat indokoljátok meg! Mindenképpen használjatok kiegészítő információforrást!

1. ábra

2. ábra

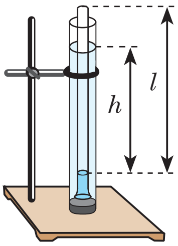


3. ábra

6. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA

Téma. Izoterm folyamat vizsgálata.
Cél: gáz néhány termodinamikus állapotának megfigyelése, a Boyle–Mariotte-törvény kísérleti ellenőrzése.
Eszközök: egyik végén zárt üvegcső, vízzel töltött magas üvegedény, aneroid barométer (egy az osztályra), szorítócsavarral és gyűrűvel ellátott állvány, vonalzó.

UTASÍTÁSOK A MUNKÁHOZ



Előkészület a kísérlethez

Állítsátok össze az ábrán látható eszközt! Az edénybe helyezzétek bele nyitott végével lefelé az üvegcsövet!

A munka menete

A mérések és számítások eredményeit azonnal írjátok be a táblázatba!

1. Barométer segítségével mérjétek meg a p_{atm} légnyomást! Az eredményt kPa-okban adjátok meg!
2. Mérjétek meg a levegő l magasságát a csőben. *Vegyétek figyelembe*, hogy a cső keresztmetszete változatlan, ezért a levegő V térfogata a csőben egyenesen arányos a levegőoszlop l magasságával: $V \sim l$. Tehát a Boyle–Mariotte-törvény bizonyításához elegendő bebizonyítani, hogy pl = const a cső tetszőleges merülési mélysége esetén.
3. Határozzátok meg a légnyomást a cső belsejében! Ennek érdekében:
   1) mérjétek meg az edényben és a csőben lévő vízszint különbségét (h);
   2) számítsátok ki és fejezzétek ki kPa-okban a h magasságú vízoszlop hidrosztatikus nyomását: $p_{hidr} = \rho g h$, ahol ρ = 1000 kg/m^3 a víz sűrűsége, g = 9,8 m/s^2 a szabadesés gyorsulása;
   3) számítsátok ki a p légnyomást a csőben: $p = p_{atm} + p_{hidr}$!
4. A kísérletet végezzétek el még kétszer, minden alkalommal csökkentve a merülési mélységet!

Kísérlet sorszáma	Légnyomás p_{atm}, kPa	Levegőoszlop magassága l, m	Vízszintek különbsége h, m	Hidrosztatikus nyomás p_{hidr}, kPa	Légnyomás p, kPa	Добуток $C = pl$, kPa·m

A kísérlet eredményeinek értékelése

1. A csőben lévő levegő mindegyik termodinamikus állapota esetében számítsátok ki a $C = pl$ szorzat értékét!
2. Értékeljétek a kísérlet viszonylagos hibáját: $\varepsilon = \left|1 - \frac{C_1}{C_3}\right| \cdot 100\,\%$!

A kísérlet menetének és eredményeinek elemzése

A kísérlet eredményei alapján vonjatok le következtetést, amelyben leírjátok: 1) a kísérletileg igazolt törvényt; 2) a mért mennyiséget; 3) az ellenőrzés eredményeit; 4) a hibák okait; 5) azt a mennyiséget, amelynek a mérése okozta a legnagyobb hibát.

Alkotói feladat

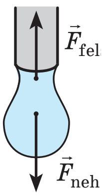
Megváltozik-e a kísérlet eredménye, ha nagyobb vagy kisebb keresztmetszetű csövet használunk? Ha megváltozik, akkor hogyan? Válaszotokat indokoljátok meg! Feltételezéseiteket ellenőrizzétek le kísérletileg, az eredményeket pedig írjátok le!

7. SZÁMÚ LABORATÓRIUMI MUNKA

Téma. Folyadék felületi feszültségének meghatározása.
Cél: víz felületi feszültségének meghatározása vízcseppek elszakításának módszerével.
Eszközök: tolómérce, 2 ml-es tű nélküli orvosi fecskendő, fogvájó, egy pohár desztillált víz.

UTASÍTÁSOK A MUNKÁHOZ

Elméleti ismeretek



Amikor a folyadék kis résen át folyik, cseppek keletkeznek (lásd az ábrát). A csepp abban a pillanatban szakad el, amikor a nehézségi erő kiegyenlítődik a vízcsepp nyakrésze körül ható felületi erővel:

$$F_{fel} = F_{neh}, \text{ vagy } m_0 g = \sigma l,$$

ahol m_0 – a vízcsepp tömege; σ – a víz felületi feszültsége; $l = \pi d$ – a körvonal hossza (d a cső belső átmérője).

A vízcsepp tömege a $m_0 = \rho V_0 = \dfrac{\rho V}{N}$, képlet segítségével határozható meg, ahol ρ – a folyadék sűrűsége; V a kifolyt folyadék térfogata; N a cseppek száma.

Tehát meghatározva a cső d belső átmérőjét és megszámolva a cseppeknek azt az N számát, amennyi V térfogatú folyadék kifolyásához szükséges, meghatározható a folyadék felületi feszültsége: $\sigma = \dfrac{\rho V g}{N \pi d}$.

A munka menete

A mérések és számítások eredményeit azonnal írjátok be a táblázatba!

1. Mérjétek meg a fecskendő kimenő nyílásának átmérőjét!
2. Szívjatok fel a fecskendőbe 2 ml vizet! Enyhén nyomjátok meg a dugattyút és a cseppeket számolva, csepegtessétek ki a vizet a pohárba!
3. Ismételjétek meg még 3–4-szer a kísérletet!

Kísérlet sorszáma	Nyílás átmérője d, $\times 10^{-3}$ m	Víz térfogata V, $\times 10^{-6}$ m^3	Cseppek száma		Felületi feszültség $\sigma_{átl}$, $\times 10^{-3}$ N/m
			N	$N_{átl}$	

A kísérlet eredményeinek értékelése

1. A kapott eredmények alapján számítsátok ki a cseppek $N_{átl}$ átlagos számát!
2. Számítsátok ki a víz $\sigma_{átl}$ átlagos felületi feszültségét!
3. Összehasonlítva a felületi feszültség kapott értékét a táblázati értékkel, értékeljétek a kísérlet viszonylagos hibáját!

A kísérlet menetének és eredményeinek elemzése

A kísérlet eredményei alapján vonjatok le következtetést, amelyben feltüntetitek: 1) a mért mennyiséget; 2) a kapott eredményt; 3) a hibák okait; 4) az ajánlott módszer megfelelt-e számotokra!

Alkotói feladat

Tervezzetek kísérletet annak bizonyítására, hogy a felületi feszültség függ a folyadék hőmérsékletétől és a vízben található szennyeződésektől! Végezzétek el a kísérletet, vonjatok le következtetést!

A III. FEJEZET ÖSSZEGZÉSE 1. rész Molekuláris fizika

1. Felidéztétek a *molekuláris-kinetikai elmélet alapelveit* és azok kísérleti bizonyítékait.

A molekuláris-kinetikai elmélet alapelvei

Minden anyag részecskékből – atomokból, molekulákból, ionokból áll	A részecskék folytonos rendezetlen (kaotikus) mozgásban vannak	A részecskék egymással kölcsönhatásban vannak:
• 1 mol anyag $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ számú részecskét tartalmaz. • A részecske tömege: $m_0 = \frac{M}{N_A}$, ahol M moláris tömeg. • A molekulák száma: $N = \frac{m}{M} N_A = \nu N_A$, ahol ν a mólok száma (anyagmennyiség)	A részecskék haladó mozgásának négyzetes átlagsebessége: $\bar{v}_{\text{átl}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, ahol T abszolút hőmérséklet: $T = t + 273$ (K); $R = 8{,}31$ J/(mol·K) – univerzális gázállandó	• méretüknél nagyobb távolságokon *vonzzák egymást*; •, méretüknél kisebb távolságokon *taszítják egymást*

2. Megismerkedtetek az *ideális gáz* fizikai modellel és az ideális gáz makroszkopikus és mikroszkopikus tulajdonságait összekötő törvényekkel:

A molekuláris-kinetikai elmélet ideális gáz alapegyenlete

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2} \leftarrow p = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v^2} \rightarrow p = \frac{2}{3}n\bar{E}_k$$

A molekulák haladó mozgása átlagos mozgási energiája és a hőmérséklet közötti összefüggés:

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

$$p = nkT$$

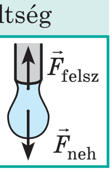
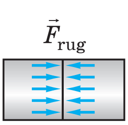
Mengyelejev–Clapeyron egyenlet (az ideális gáz állapotegyenlete) $pV = \frac{m}{M}RT$

p gáz nyomás; V gáz térfogata; $n = \frac{N}{V}$ – gázmolekulák koncentrációja; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K – Boltzmann-állandó

Clapeyron egyenlet: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

Izoterm folyamat $T_1 = T_2$	*Izobár folyamat* $p_1 = p_2$	*Izochor folyamat* $V_1 = V_2$
Boyle–Mariotte-törvény: $p_1V_1 = p_2V_2$	Gay-Lussac-törvény: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	Charles törvénye: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

3. Megtudtátok, milyen *fizikai mennyiségek jellemzik a levegő páratartalmát; a folyadék felszínét; a deformált test állapotát.*

Levegő páratartalma		Felületi feszültség	Mechanikai feszültség
abszolút $\rho_a = \frac{m(H_2O)}{V}$	relatív $\varphi = \frac{\rho_a}{\rho_{t.g.}}$	$\sigma = \frac{W_{fel}}{S} = \frac{F_{fel}}{l}$ 	$\sigma = \frac{F_{rug}}{S}$ 

4. Megtudtátok, hogy a folyadékok milyen feltételek mellett *nedvesítik* és milyenek mellett *nem nedvesítik* a felületet, megkaptátok a folyadék r sugarú hajszálcsőben történő emelkedésének (süllyedésének) h magasságát meghatározó képletet: *r:* $h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$.

ÖNELLENŐRZÉSRE SZOLGÁLÓ FELADATOK A *MOLEKULÁRIS FIZIKA ÉS TERMODINAMIKA* C. III. FEJEZETHEZ 1. rész. Molekuláris fizika

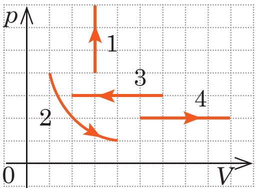
Az 1–5. feladatok csak egy helyes választ tartalmaznak.

1. (*1 pont*) Normális légnyomásnál a víz Kelvin-skála szerinti forráspontja:
a) 0 K; b) 100 K; c) 273 K; d) 373 K.

2. (*1 pont*) Milyen deformáció hat az ollóval vágott szövetre?
a) összenyomás; b) hajlítás; c) csavarás; d) nyírás.

3. (*1 pont*) Van 2 mol hidrogén, 2 mol oxigén, 2 mol vízgőz. Melyik gáz tartalmaz több molekulát?
a) hidrogén; c) vízgőz;
b) oxigén; d) a molekulák száma azonos.

4. (*1 pont*) Amikor a pszichrométer nedves és száraz hőmérői azonos értéket mutatnak, az azt jelenti, hogy a levegő viszonylagos páratartalma:
a) 100 %; b) 50%; c) 10 %; d) 0 %.



1. ábra

5. (*2 pont*) Az 1. ábrán az ideális gáz állapotváltozásának folyamatai láthatók. Melyik grafikon felel meg a gáz izobár lehűlésének?
a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.

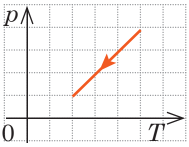
6. (*4 pont*) Állítsatok fel megfeleltetést a fizikai folyamatok és az őket leíró törvények között!

1 Az egyenletesen meleg vizű tó mélyéből felemelkedő buboréknak megnő a térfogata
2 A fémtű a víz felszínén fekszik
3 A hermetikusan lezárt gázballon a napon átmeleged-ve felrobbanhat
4 Az 1 mol ideális gáz által azonos körülmények között elfoglalt térfogat nem függ a gáz fajtájától

A $F_{rug} = \sigma S$
B $pV = \nu RT$
C $p_1V_1 = p_2V_2$
D $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$
E $mg = \sigma l + F_{arch}$

7. (*3 pont*) Hány gázmolekulát tartalmaz az 1,0 l térfogatú edény $1{,}2 \cdot 10^5$ Pa nyomásnál és 30 °C hőmérsékleten?

8. (*3 pont*) A 2. ábrán az ideális gázzal végbemenő folyamat grafikonja látható. Hogyan változik a folyamat közben a gáz nyomása, térfogata és hőmérséklete?



2. ábra

9. (*4 pont*) Napközben a levegő hőmérséklete 28 °C, relatív páratartalma pedig 60%. Képződik-e harmat, ha a hőmérséklet 20 °C-ra hűl le?

10. (*4 pont*) A vízoszlop magassága a hajszálcsőben 2,4 cm. Határozzátok meg a hajszálcső átmérőjét! Mennyire változik meg a vízoszlop magassága, ha a hajszálcső sugarát kétszeresére növelik? Ha víz helyett alkoholt használnak? Ha a kísérletet a Marson végzik el? $g_3 \approx 10$ m/s^2, $g_M \approx 4$ m/s^2.

Válaszaitokat hasonlítsátok össze a könyv végén található megoldásokkal! Jelöljétek meg a helyes válaszokat, és számoljátok össze a megszerzett pontokat! Az eredményt osszátok el kettővel! Az így kapott szám megfelel a tanulmányi eredményeteknek.

A számítógép ellenőrzésű gyakorló tesztfeladatokat az Інтерактивне навчання (Interaktív oktatás) internetes portálon találjátok.

2. RÉSZ. A TERMODINAMIKA ALAPJAI

36. §. BELSŐ ENERGIA ÉS MEGVÁLTOZTATÁSÁNAK MÓDJAI

A molekuláris-kinetikai elmélet a XIX. és XX. századok fordulóján vált általánosan elismertté. Az elmélet létrehozása előtt a hőjelenségek tanulmányozásával a fizikának a hő- és egyéb energiafajták átalakulását tanulmányozó ága, a *termodinamika* foglalkozott. A termodinamika alapját a *belső energia* (*hőenergia*) alkotja. A következő paragrafusban a belső energiával és az azt megváltoztató folyamatokkal ismerkedhettek meg.

1 A belső energia és jellegzetességei

A makroszkopikus test belső energiáját a testet (testrendszereket) alkotó mikrorészecskék mozgásának és kölcsönhatásának jellege határozza meg. Ezért a belső energiát a következő energiák alkotják:

– az anyagot alkotó részecskék (molekulák, atomok, ionok) kaotikus (hő-) mozgásának mozgási energiája;

– az anyagot alkotó részecskék kölcsönhatásának helyzeti energiája;

– a molekulák atomjainak kölcsönhatási energiája (kémiai energia);

– az atom magjának és elektronjainak kölcsönhatási energiája (ato-menergia);

– a mag nukleonjainak kölcsönhatási energiája (magenergia).

A hőfolyamatok leírásához nem annyira a belső energia mértéke a fontos, mint annak változása. A hőfolyamatokban a kémiai energia, valamint az atom- és magenergia gyakorlatilag változatlan marad. Ezért a **termodinamikában a belső energia** *a testet alkotó részecskék (atomok, molekulák, ionok) rendszertelen mozgása mozgási energiájának és a részecskék kölcsönhatása helyzeti energiájának összegével egyenlő.*

A belső energiát U betűvel jelölik.

A belső energia mértékegysége a SI rendszerben – **joul**: $[U]=1$ J.

Az ideális gáz belső energiájának jellemzői

1. Az ideális gázok atomjai és molekulái gyakorlatilag nincsenek kölcsönhatásban egymással, ezért az *ideális gáz belső energiája a részecskéi haladó és forgó mozgásának mozgási energiájával egyenlő.*

2. *Adott tömegű ideális gáz belső energiája egyenesen arányos annak abszolút hőmérsékletével.*

Ezt az állítást bebizonyítjuk az egyatomos gáz esetében. A ilyen gáz atomjai csak haladó mozgást végeznek, ezért a belső energia meghatározásához az atomok haladó mozgásának átlagos mozgási energiáját $\left(\overline{E}_k = \frac{3}{2}kT\right)$ meg kell szorozni az atomok számával $\left(N = \frac{m}{M}N_A\right)$. Ekkor: $U = \overline{E}_k \cdot N = \frac{3}{2}kT \cdot \frac{m}{M}N_A = \frac{3}{2}\frac{m}{M}kN_AT$. Tehát, az *egyatomos ideális gáz esetében*:

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$$

A Mengyelejev-Clapeyron-egyenlet $pV = \frac{m}{M}RT$ alkalmazásával az ideális gáz belső energiájának képlete a következőképpen írható fel:

$$U = \frac{3}{2}pV$$

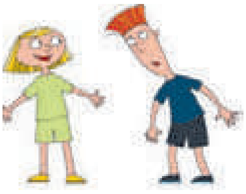
3. *A belső energia – a rendszer állapotának függvénye*, vagyis egyértelműen meghatározható a rendszert jellemző makroszkopikus paraméterek által (p, V, T), és attól függetlenül, hogy a rendszer hogyan került egyik állapotból a másikba, a belső energia változása mindig azonos lesz.

4. *A belső energia kétféleképpen változtatható meg: munkával és hőátadással.*

2 **A hőátadás milyen fajtái** léteznek**?**

Hőátadás (hőcsere) – a belső energia munkavégzés nélkül történő megváltoztatásának folyamata.

A hőátadás folyamata kizárólag különböző hőmérsékletek esetén mehet végbe. *A belső energia külső behatás nélkül mindig a magasabb hőmérsékletű testtől az alacsonyabb hőmérsékletű testnek adódhat át.* Minél nagyobb a hőmérsékletek közötti különbség – egyéb különböző feltétel mellett – annál gyorsabb a hőcsere folyamata.

A hőátadás fajtái		
Hővezetés	**Konvekció (hőáramlás)**	**Hősugárzás**
A hőátadás egyik fajtája, amely az anyag részecskéinek kaotikus mozgása és kölcsönhatása következtében jön létre, miközben nem történik anyagáramlás. A legjobb hővezetők a fémek, rosszul vezeti a hőt a fa, üveg, bőr, folyadékok (kivéve a cseppfolyós fémeket); legrosszabb hővezetők a gázok. A hővezetésnek köszönhetően adódik át a forró víz energiája a fűtőtestekre, a víz felszínéről az alsóbb rétegekbe, stb. 	*A hőátadás azon fajtája, amely a gáz vagy folyadék áramlása révén jön létre.* A folyadék vagy gáz meleg áramlatainak sűrűsége kisebb, ezért az archimédeszi erő hatására felemelkednek, a hideg rétegek pedig lesüllyednek. A konvekció hatására történik a levegő keringése a helyiségben, melegszik fel a tűzhelyen az edényben lévő folyadék, léteznek szelek és tengeri áramlatok, stb. 	*A hőátadás egyik fajtája, mely során az energia elektromágneses hullámok* révén adódik át. A hőátadás legváltozatosabb fajtája: a testek mindig sugároznak és nyelnek el infravörös elektromágneses hullámokat. Ez *a hőátadás egyetlen fajtája, amelyik vákuumban is végbemegy.* A Napenergia csak sugárzással adódik át). *A fekete felületű testek jobban sugároznak és jobban is nyelnek el hőt.* 
❓ Miért készítik a serpenyőt fémből, a fogantyúját pedig fából? Miért fúj napközben a szél a tenger felől, éjszaka pedig – a szárazföld irányából? Miért viselnek melegben világos ruhát?		

3 Hogyan határozható meg a hőmennyiség?

A Q **hőmennyiség** – a test által a hőátadás során felvett (vagy leadott) energia nagyságával egyenlő fizikai mennyiség.

A hőmennyiség mértékegysége a SI rendszerben – **joul**: $[Q]=1$ J.

A 8. osztályos fizika tananyagából már tudjátok, hogy a *melegítés közben felvett (vagy lehűlés közben leadott) hőmennyiség* a $Q=cm\Delta T=cm\Delta t$, képlettel határozható meg, ahol c – az anyag fajhője; m – az anyag tömege; $\Delta T=T-T_0=t-t_0$ – hőmérsékletváltozás.

Jegyezzétek meg! A test anyagául szolgáló anyag fajhőjének és tömegének szorzatát az anyag **fajhőjének** nevezik: $C=cm$.

Ha ismeretes a test C fajhője, akkor a test által ΔT hőmérsékletváltozás során felvett Q hőmennyiség a következő képlettel határozható meg: $Q=C\Delta T$.

A halmazállapot változása során létrejövő hőmennyiség meghatározása	
Kristályos állapot ↔ Cseppfolyós állapot	*Cseppfolyós állapot ↔ Gáznemű állapot*
Azt a hőmérsékletet, amelynél a „kristály → folyadék” és „folyadék → kristály” állapotváltozások végbemennek, olvadáshőnek nevezik – függ az anyag *fajtájától* és a külső nyomástól. A kristályos anyag olvadáskor elnyelt (vagy kristályosodás során leadott) Q hőmennyiséget a következő képlettel határozzák meg: $Q=\lambda m$, ahol m – az anyag tömege; λ – fajlagos olvadáshő.	A „folyadék → gőz” és „gőz → folyadék” állapotváltozások tetszőleges hőmérsékleten végbemennek. A páraképződés során elnyelt (vagy kondenzáció során leadott) Q hőmennyiség a következő képlettel határozható meg: $Q=rm$, vagy $Q=Lm$, ahol m – az anyag tömege; $r(L)$ – adott hőmérsékleten megadott fajlagos párolgáshő (a táblázatokban a fajlagos párolgáshőt általában a folyadék forráspontján adják meg).
Emlékeztetünk rá: az anyag hőmérséklete se olvadás, se forrás közben nem változik.	

4 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

1. feladat. Az 5,0 l térfogatú gömbben 100 g neon található. Izochor hűtés során a neon nyomása 100-ról 50 kPa-ra csökkent. Mennyire változott meg eközben a neon belső energiája és hőmérséklete?

Adva van:
$m=0{,}10$ kg
$V=5{,}0\cdot10^{-3}$ m^3
$p_1=1{,}0\cdot10^5$ Pa
$p_2=0{,}5\cdot10^5$ Pa
$M=20\cdot10^{-3}$ kg/mol
$R=8{,}31$ J/(mol·K)

ØU ΔU — ?
ØT ΔT— ?

A fizikai probléma elemzése, megoldás. A neon – egyatomos gáz; az ilyen gázok esetében a belső energiaváltozás a következő képlettel fejezhető ki:

$$\Delta U=U_2-U_1=\frac{3}{2}\frac{m}{M}RT_2-\frac{3}{2}\frac{m}{M}RT_1=\frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T,$$

$$\text{vagy}\quad \Delta U=\frac{3}{2}p_2V_2-\frac{3}{2}p_1V_1.$$

Mivel a hűtés izochor, a neon térfogata nem változik: $V_1=V_2=V$.

Átalakítás után a következőt kapjuk: $\Delta U=\frac{3}{2}V(p_2-p_1)$; $\Delta T=\dfrac{2M\Delta U}{3mR}$.

Leellenőrizzük az egységeket és meghatározzuk a keresett mennyiséget:

$$[\Delta U] = m^3 \cdot Pa = m^3 \cdot \frac{N}{m^2} = N \cdot m = J;\quad \Delta U = \frac{3}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot \left(-0{,}5 \cdot 10^5\right) = -375\,(J);$$

$$[\Delta T] = \frac{kg / mol \cdot J}{kg \cdot J / (mol \cdot K)} = K;\quad \Delta T = \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (-375)}{3 \cdot 0{,}1 \cdot 8{,}31} = -6\,(K).$$

Az eredmények elemzése. A „–” arról tanúskodik, hogy a neon hőmérséklete és belső energiája csökkent, ami az izochor folyamatnak felel meg.

Felelet: $\Delta U = -375$ J; $\Delta T = -6$ K.

2. feladat. A kaloriméter 50 g tömegű belső alumínium edénye 200 g 30 °C-os vizet tartalmaz. Az edénybe néhány darab 0 °C hőmérsékletű jégkockát dobtak, melynek következtében a víz hőmérséklete a kaloriméterben 20 °C-ra csökkent. Határozzátok meg a jég tömegét. A víz és alumínium fajhője: c_v = 4200 J/(kg ·K), c_{al} = 920 J/(kg ·K); a jég fajlagos olvadáshője – 334 kJ/kg.

A fizikai probléma elemzése. A kaloriméter felépítésének köszönhetően kizárt a környezettel történő hőcsere, ezért a feladat megoldásához a hőmérleg egyenletet használjuk fel. A hőcserében három test vesz részt: víz, a kaloriméter belső edénye, jég.

Adva van:

$m_{Al} = 0{,}05$ kg

$m_v = 0{,}2$ kg

$t_v = t_{Al} = 30\,°C$

$t_J = 0\,°C$

$t = 20\,°C$

$c_v = 4200\,\frac{J}{kg \cdot K}$

$c_{Al} = 920\,\frac{J}{kg \cdot K}$

$\lambda = 334 \cdot 10^3\,\frac{J}{kg}$

m_j – ?

Leadják az energiát	*Felveszi az energiát*
víz + alumínium	jég
30 °C-ról 20 °C-ra hűlnek le;	0-ról 20 °C-ra melegszik fel;
$Q_v = c_v m_v \Delta t_1$, $Q_{Al} = c_{Al} m_{Al} \Delta t_1$;	$Q_L = \lambda m_L + c_v m_L \Delta t_2$;
$\lvert\Delta t_1\rvert = 30\,°C - 20\,°C = 10\,°C = 10\,K.$	$\Delta t_2 = 20\,°C - 0\,°C = 20\,°C = 20\,K.$

Felírjuk a hőmérleg egyenletet:

$$c_v m_v \lvert\Delta t_1\rvert + c_{Al} m_{Al} \lvert\Delta t_1\rvert = \lambda m_L + c_v m_L \Delta t_2 .$$

Átalakítások után a következőket kapjuk:

$$\lvert\Delta t_1\rvert (c_v m_v + c_{Al} m_{Al}) = m_L (\lambda + c_v \Delta t_2) \;\Rightarrow\; m_L = \frac{\lvert\Delta t_1\rvert (c_v m_v + c_{Al} m_{Al})}{\lambda + c_v \Delta t_2}.$$

Leellenőrizzük az egységeket és meghatározzuk a keresett mennyiséget:

$$[m_L] = \left(K \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \cdot kg\right) : \frac{J}{kg} = \frac{J \cdot kg}{J} = kg;$$

$$m_L = \frac{10 \cdot (4200 \cdot 0{,}2 + 920 \cdot 0{,}05)}{334000 + 4200 \cdot 20} \approx 0{,}021\,(kg).$$

Felelet: m_j = 21 g.

Összegezés

• A termodinamikában a belső energia alatt a testet alkotó részecskék (atomok, molekulák, ionok) rendszertelen mozgása mozgási energiájának és a részecskék kölcsönhatása helyzeti energiájának összegét értik. A belső energia – a rendszer állapotának függvénye és egyértelműen meghatározható a rendszert jellemző makroszkopikus paraméterekkel (p, V, T). Az ideális egyatomos gáz belső energiájának képletei: $U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$; $U = \frac{3}{2}pV$.

• A belső energia kétféleképpen változtatható meg: munkavégzéssel és hőátadással. A hőátadás (hőcsere) – a belső energia munkavégzés nélkül történő megváltoztatásának folyamata. Háromféle hőátadás létezik: hővezetés, konvekció, hősugárzás.

- A Q hőmennyiség – a test által a hőátadás során felvett (vagy leadott) energia nagyságával egyenlő fizikai mennyiség. A hőmennyiség a következő képletek segítségével határozható meg: $Q = cm\Delta T = C\Delta T$ – a test felmelegedése során elnyel (lehűlése során leadott) hőmennyiség; $Q = \lambda m$ – az anyagok olvadása során felvett (kristályosodása során leadott) hőmennyiség; $Q = Lm$ – az anyag párolgása során elnyelt (kondenzációja során leadott) hőmennyiség.

Ellenőrző kérdések

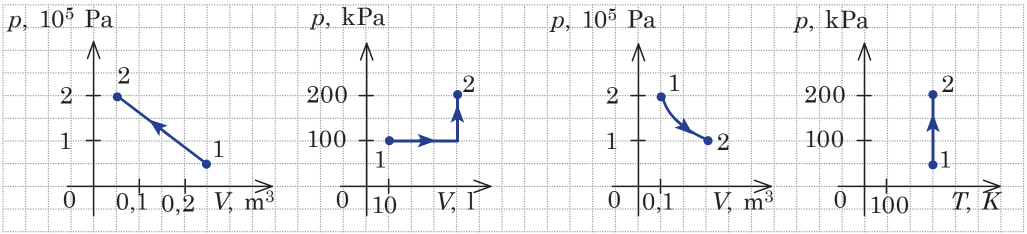
1. Mit nevezünk belső energiának? **2.** Vezessétek le az egyatomos ideális gáz belső energiájának képletét! Miért nem használható ez a képlet többatomos gázmolekulák esetében? **3.** A belső energia megváltoztatásának milyen módjait ismeritek? **4.** Mi a hőátadás? **5.** Hányféle hőátadás létezik? Soroljátok fel mindegyik meghatározását és mondjatok példákat! **6.** Hogyan határozható meg a test által felmelegítés közben felvett (lehűlés közben leadott) hőmennyiség? **7.** Mit nevezünk a test fajhőjének? **8.** Hogyan számítható ki a kristályos anyag megolvasztásához szükséges hőmennyiség? A folyadék elpárologtatásához szükséges hőmennyiség?

36. gyakorlat

1. A 300 g tömegű argont 200-ról 50 °C-ra hűtötték le. Határozzátok meg az argon belső energiaváltozását!

2. A 40 g tömegű neon térfogata izobár tágulás során 12-ről 15 l-re növekedett. Határozzátok meg a neon belső energiájának és hőmérsékletének változását, ha a nyomás 50 kPa!

3. Az egyatomos ideális gáz 1 állapotból 2 állapotba megy át (*a-d* ábra). Minden esetben határozzátok meg a gáz belső energiaváltozását!



a *b* *c* *d*

4. Forrásban lévő vízben felmelegítettek egy 600 g tömegű vas hasábot, majd 10 °C hőmérsékletű vízbe engedték. A víz hőmérséklete 12 °C-ra emelkedett. Határozzátok meg a víz tömegét, ha az edény hőkapacitása 100 J/kg; a vas fajhője 460 J/(kg·K); a víz fajhője 4200 J/(kg·K)! Az energiaveszteséget hagyjátok figyelmen kívül!

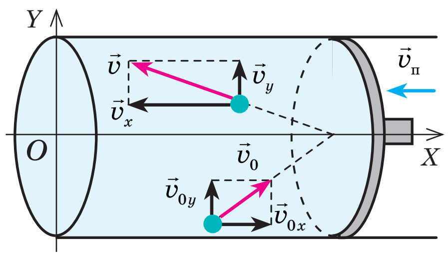
5. 20 l víz és 1 kg jég elegyébe olvadásponton (327 °C) lévő ólmot öntöttek. Ennek következtében a víz hőmérséklete 100 °C lett, miközben 100 g víz gőzzé alakult át. Határozzátok meg a vízbe öntött ólom tömegét! Az ólom fajhője 125 J/(kg·K), a vízé – 4200 J/(kg·K); az ólom fajlagos olvadáshője 21 kJ/kg, a jégé – 334 kJ/kg; a víz fajlagos párolgáshője – 2,3 MJ/kg.

37. §. MUNKA A TERMODINAMIKÁBAN

A VIII. század végén sir *Benjamin Thompson (Rumford gróf)* angol fizikus a bronzágyúk fúrása közben felszabaduló hőt tanulmányozta. Rumfordnak sikerült felforralnia az ágyúkra helyezett kondér vizet azzal a hőmennyiséggel, amely addig szabadult fel, amíg a lovak a teljesen eltompult fúrót forgatták. Ebben az esetben a mechanikai mozgás energiája a bronz- és vízmolekulák rendszertelen mozgásának energiájává alakult át. Vajon fordítva is végezhető ez a folyamat?

1 Miért csökken a gáz belső energiája térfogatváltozáskor?

A gázra ható külső erők (pozitív vagy negatív) munkavégzése folytán megváltozhat a gáz belső energiája. Például, ha a gázt összenyomják (a gáz negatív munkát végez) (37.1. ábra) és közben nem ad le hőt a környezetének, akkor a gázmolekulák sebessége, és ennek megfelelően a gáz belső energiája, valamint hőmérséklete is megváltozik. És ellenkezőleg, ha növelik a gáz térfogatát (azaz pozitív munkát végez), akkor csökken a molekulák sebessége, a gáz hőmérséklete és belső energiája is.



37.1. ábra. Összenyomáskor a dugattyúval történő ütközés után megnő a gázmolekulák sebessége ($v > v_0$) – a gáz felmelegszik. (Hasonlóan nő meg a kézilabda sebessége, miután a játékos a labdával szembejövő kezével ütést mért rá.)

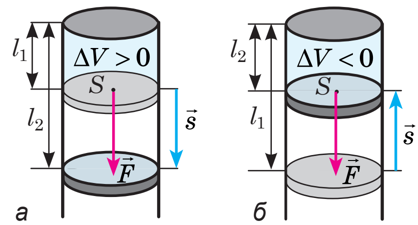
2 Hogyan határozható meg a gáz által végzett munka?

Meghatározzuk a gáznyomás ereje által végzett munkát a térfogat V_1-ről V_2-re történő megváltoztatása során. A munka meghatározása szerint: $A = Fs\cos\alpha$.

Ha a gáz izobarikusan tágul, akkor a gáz részéről a dugattyú ható nyomás állandó: $F = pS$ (p – a gáz nyomása; S – a dugattyú területe); a dugattyú abszolút elmozdulása $s = l_2 - l_1$ (37.2, *a* ábra); $\alpha = 0$.

Tehát, a *gáz munkája az izobár* tágulása *következményeként:*

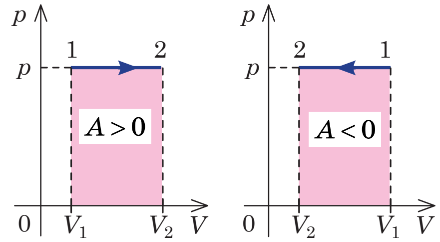
$$A = Fs\cos\alpha = pS(l_2 - l_1) = p(V_2 - V_1) = p\Delta V.$$



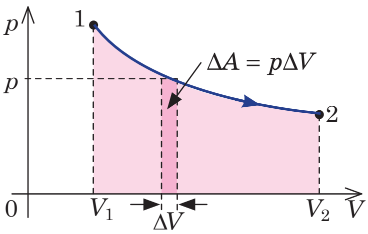
37.2. ábra. A gáz munkájának képletéhez: *a* – a gáz kitágul; *b* – összenyomódik; $\vec{F}$ – a gáznyomás ereje; $\vec{s}$ – a dugattyú elmozdulása

❓ Bizonyítsátok be, hogy izobár összenyomás esetén (37.2. *b* ábra) a gáz munkája negatív és a következő képlet segítségével határozható meg: $A = p\Delta V$, ahol $\Delta V < 0$.

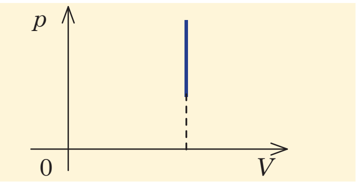
Izobár tágulás (vagy összenyomás) esetén a gáz munkájának egyszerű a mértani értelmezése: *a gáz munkája számszerűleg egyenlő a* $p(V)$ függvény grafikonja alatt lévő téglalap területével (37.3. ábra).



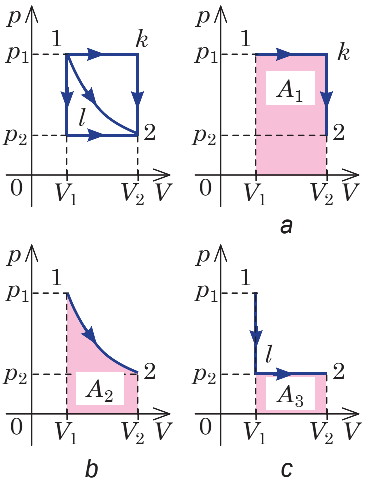
37.3. ábra. A munka mértani fogalma izobár folyamat esetén



37.4. ábra. A munka mértani fogalma tetszőleges folyamat esetében: a gáz munkája egyenlő a $p(V)$ függvény alatt található ívelt trapéz területével



37.5. ábra. Izochor folyamatnál a gáz nem végez munkát



37.6. ábra. Az 1. állapotból a 2. állapotba történő átmenet három lehetősége: *a* – a gáz izobarikusan kitágul ($1k$ szakasz); *b* – a gáz izotermikusan kitágul; *c* – a gáz izochorikusan lehűl ($1l$ szakasz), majd izobarikusan kitágul ($l2$ szakasz). A grafikon alatti alakzatok területei azt mutatják, hogy: $A_1 > A_2 > A_3$

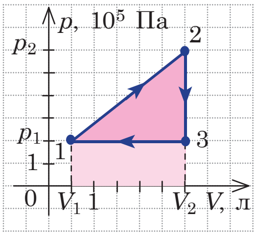
Tegyük fel, hogy egy tetszőleges gáz 1. állapotból 2. állapotba megy át (37.4. ábra). Ha a gáz térfogatváltozása (ΔV) eléggé kicsi, akkor a gáznyomás állandónak tekinthető. Abban az esetben a munka értéke megegyezik az ábrán kiemelt sáv területével. A teljes munka a V_1 térfogat V_2 térfogatba való megváltozása után egyenlő az összes sáv területének összegével, vagyis a *$p(V)$ függvény alatt található* ívelt *trapéz teljes területével*.

Érthető, hogy *izochor folyamat* esetében $(V = \text{const})$ a $p(V)$ függvény alatti alakzat területe nulla (37.5. ábra) – a *gáz nem végez munkát* $(A = 0)$.

A gáz munkája attól is függ, hogy milyen úton ment végbe az átmenet a kezdeti állapotból a végső állapotba (37.6. ábra).

3 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

1. Feladat. Az ábrán az ideális gáz által elvégzett ciklikus folyamat grafikus ábrázolása látható. Határozzátok meg a gáz munkáját a ciklus során.



A fizikai probléma elemzése, megoldás. A ciklus alatt végzett teljes munka egyenlő a ciklus mindegyik folyamata során végzett munkák összegével. A gáz munkájának mértani értelme alapján az 1-2 folyamat során végzett munka számbelileg egyenlő a p_1 és p_2 alapú, $(V_2 - V_1)$ magasságú derékszögű trapéz területével; a gáz térfogata növekszik, ezért a munka pozitív. Mivel a 2-3 folyamat izochor, ezért a gáz munkája ebben az esetben nulla.

A 3-1 folyamatban a gáz munkája a p_1 és $(V_1 - V_2)$ oldalú téglalap területével egyenlő; mivel a gáz térfogata csökken, ezért a munka negatív.

Tehát, a teljes ciklus alatt végzett munka meghatározásához a trapéz területéből ki kell vonni a téglalap területét. Azaz, amint az ábrán látható, a ciklus alatt végzett munka az 1-2-3 derékszögű háromszög területével egyenlő:

$$A = \frac{(p_2 - p_1)\cdot(V_2 - V_1)}{2}.$$

A szükséges mennyiségek értékeit a grafikonon találjuk: $p_1 = 2\cdot 10^5$ Pa; $p_2 = 6\cdot 10^5$ Pa; $V_1 = 0{,}5\text{ л} = 0{,}5\cdot 10^{-3}$ m³; $V_2 = 3\text{ л} = 3\cdot 10^{-3}$ m³.

Leellenőrizzük az egységeket és meghatározzuk a keresett mennyiség értékét:

$$[A] = \text{Па} \cdot \text{м}^3 = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^3 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$A = \frac{\left(6 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5\right) \cdot \left(3 \cdot 10^{-3} - 0,5 \cdot 10^{-3}\right)}{2} = 5 \cdot 10^2 \text{ (J)}.$$

Felelet: $A = 0,5$ kJ.

Összegezés

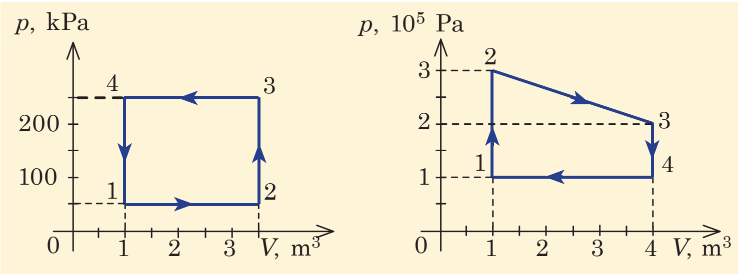
- Ha a környezettel történő hőcsere hiányában a gázon pozitív munkavégzés történik, a gáz belső energiája megnő; ha a gáz önállóan végez munkát, akkor a belső energiája csökken.
- A gáz munkája számszerűleg egyenlő a $p(V)$. függvény grafikonja alatt lévő alakzat területével. Ha a gáz térfogata növekszik, a gáz pozitív munkát végez. Ha a térfogat csökken – a gáz negatív munkát végez. Izobár folyamat során a gáz munkája az $A = p\Delta V$ képlettel határozható meg, izochor folyamat esetében a gáz munkája nulla: $A = 0$.

Ellenőrző kérdések

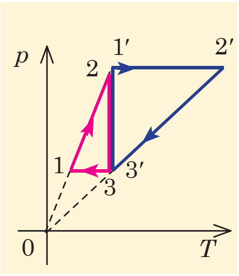
1. Mi a munka mértani értelme? **2.** Vezessétek le az izobár folyamat alatt végzett munka meghatározására szolgáló képletet! **3.** Mivel egyenlő a munka izochor folyamat esetében? **4.** Az elvégzett munka függ a test egyik állapotból a másik állapotba történő átmenetének módjától? Válaszotokat indokoljátok meg!

37. gyakorlat

1. Soroljatok fel példákat a szilárd testek, folyadékok és gázok belső energiájának munkavégzés által történő megváltoztatására! Jelöljétek meg, hogy közben pozitív vagy negatív munkát végeztek!
2. A 320 g tömegű oxigént izobarikusan –20 °C-ról 27 °C-ra melegítették fel. Határozzátok meg a gáznak a folyamat során végzett munkáját!
3. A hengerben a dugattyú alatt 2 mol tetszőleges gáz van. Mekkora munkát végez ez a gáz 273-tól 473 K-ig történő izobarikus felmelegítése során?
4. Az ideális gáz az 1. ábrán látható ciklikus folyamatokat végezte el. Határozzátok meg a gáz munkáját az egyes ciklusok során!
5. A 2. ábrán egyazon gáz által végzett két zárt folyamat grafikonja látható. Melyik folyamat során végzett nagyobb munkát a gáz?



1. ábra



2. ábra

38. §. A TERMODINAMIKA ELSŐ TÖRVÉNYE. ADIABATIKUS FOLYAMAT

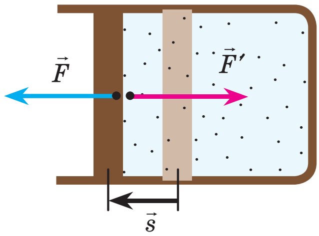
A természet egyik alapvető törvénye – az *energia megmaradásának és átalakulásának törvénye*. A törvényt elsőként *Julius Robert von Mayer* (1814–1878) német orvos és fizikus fedezte fel. Bármennyire is furcsa, de a törvényre a tudóst az emberi vér színváltozásának a megfigyelése vezette rá. Mayer észrevette, hogy a trópusokon élők vénás vére világosabb, mint hazája lakosságáé, és a színe az artériás vérre emlékeztet. Azt a következtetést vonta le, hogy a színek közötti különbség az oxigén-felhasználás nagyságának tudható be, vagy a szervezetben végbemenő „égetés folyamatának az erejével”. Mayertől függetlenül és teljesen más megközelítésben jutott el a törvény felfedezéséhez *James Prescott Joule* (1818–1889) angol iparos és tudós, valamint *Hermann Ludwig von Helmholtz* (1821–1894) német orvos, fizikus és pszichológus. Az energia megmaradásának és átalakulásának törvénye igazgatja az összes természeti jelenséget, egyetlen olyan eset sem ismert, amikor ezek a törvények nem teljesültek volna. A következő paragrafusban megismerkedhettek az energia megmaradásának és átalakulásának törvényével a termodinamikában.

1 A termodinamika első törvénye

A termodinamikában olyan rendszereket vizsgálnak, melyek mechanikus energiája nem változik az egyik termodinamikai állapotból a másikba történő átmenet során. Ebben az esetben, ha a külső erők A' munkát végeztek, és egyidőben a rendszerrel valamilyen Q hőmennyiséget közöltek, akkor a teljes energia a rendszer belső energiája helyébe lép (ΔU). Az energia megmaradásának és átalakulásának törvényét ebben az esetben a **termodinamika első törvényének (főtételének)** nevezik:

A rendszer belső energiájának megváltozása (ΔU) az egyik termodinamikai állapotból a másikba történő átmenet során a külső erők által rajta végzett A' munka és a vele közölt, vagy az általa a környező testeknek leadott Q hőmennyiség összegével egyenlő:

$$\Delta U = A' + Q$$



38.1. ábra. Newton harmadik törvénye alapján a gáz részéről a dugattyúra ható $\vec{F}$ erő értéke azonos, iránya pedig ellentétes a dugattyú részéről a gázra ható $\vec{F}'$ erőével; ezért a külső erők munkája egyenlő a gáz munkájának ellentétes előjellel vett értékével: $A' = -A$

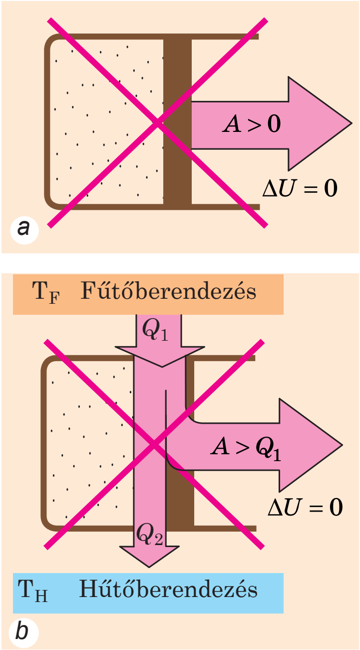
Jegyezzétek meg! Ha a rendszer bizonyos mennyiségű hőt vesz fel, akkor a fenti képletben a Q előjele „+”, ha hőt ad le, akkor az előjele „–”.

A gyakorlatban általában nem a rendszeren végzett A', munkát, hanem a rendszer által a külső erők ellen végzett A munkát vizsgálják. Tekintettel arra, hogy $A' = -A$ (38.1. ábra), a **termodinamika első törvénye (főtétele)** a következőképpen fogalmazható meg:

A rendszerrel közölt Q hőmennyiség a rendszer belső energiájának a megváltoztatására (ΔU) és a külső erők ellen végzett A munkára fordítódik:

$$Q = \Delta U + A$$

A termodinamika első törvénye alapján *lehetetlen az örökmozgó létrehozása* – olyan ciklikus berendezésé, amely külső energia felhasználása nélkül végezne munkát (38.2. *a* ábra), illetve az általa felhasznált energiánál nagyobb munkát végezne (38.2. *b* ábra).



38.2. ábra. A termodinamika első törvényének szemszögéből lehetetlen ciklikus folyamatok

2 Milyen alakja van a termodinamika első törvényének izofolyamatok esetében

Megvizsgáljuk, milyen alakot vesz fel a termodinamika első törvénye azokban az esetekben, amikor az állandó tömegű ideális gázzal olyan módon közölnek energiát, amikor a gáz egyik makroszkopikus jellemzője (V, p vagy T) állandó marad.

• **Izochor folyamat** (38.3. ábra). A folyamat során a gáz térfogata nem változik $(\Delta V = 0)$ és munkát sem végez $(A = 0)$, ezért a termodinamika első törvényének egyenlete a következő alakot veszi fel:

$$Q = \Delta U.$$

Izochor folyamat során a gázzal közölt teljes hőmennyiség a gáz belső energiájának a növelésére fordítódik.

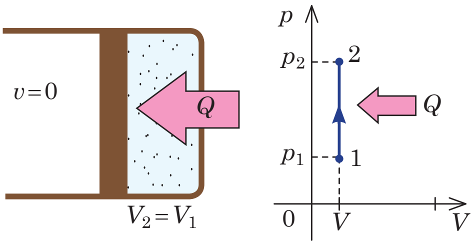
Egyatomos ideális gáz esetében a gázzal közölt hőmennyiség:

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}V\Delta p.$$

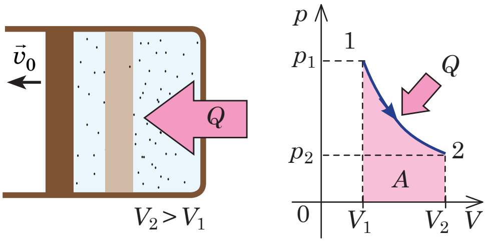
• **Izoterm folyamat** (38.4. ábra). A folyamat során a gáz hőmérséklete, és ennek folytán a belső energiája sem változik $(\Delta U = 0)$, ezért a termodinamika első törvényének egyenlete a következő alakot veszi fel:

$$Q = A.$$

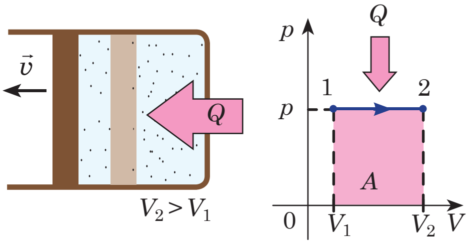
Izoterm folyamat esetén a gázzal közölt teljes hőmennyiség mechanikai munkavégzésre fordítódik.



38.3. ábra. Gáz izochor felmelegítése: $m = \text{const}$; $V = \text{const}$; $Q = \Delta U$



38.4. ábra. Gáz izoterm tágulása: $m = \text{const}$; $T = \text{const}$; $Q = A$



38.5. ábra. Gáz izobár tágulása: $m = \text{const}$; $p = \text{const}$; $Q = \Delta U + A$

- **Izobár folyamat** (38.5. ábra). A folyamat során munkavégzés történik és megváltozik a gáz belső energiája, ezért a termodinamika első törvényének egyenlete a következő alakot veszi fel:

$$Q = \Delta U + A.$$

Izobár folyamat esetén a gázzal közölt hőmennyiség a belső energia növelésére, valamint munkavégzésre fordítódik.

Ideális egyatomos gáz esetében a gáz munkája: $A = p\Delta V$, a belső energiájának változása pedig: $\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V$. A gázzal közölt hőmennyiség: $Q = \Delta U + A = \frac{3}{2}p\Delta V + p\Delta V = \frac{5}{2}p\Delta V$, vagy $Q = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$.

3 Mik az adiabatikus folyamat jellegzetességei?

Adiabatikus folyamat – olyan folyamat, amelyben a rendszer és a környezete között nem jön létre hőcsere.

Adiabatikus folyamat esetén a rendszerrel közölt Q hőmennyiség nullával egyenlő, ezért a termodinamika első törvényének egyenlete a következőképpen írható fel:

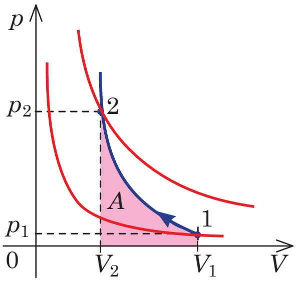
$$\Delta U + A = 0, \text{ vagy } A = -\Delta U.$$

Adiabatikus tágulás esetén a gáz a belső energia csökkenésének köszönhetően pozitív munkát végez, miközben csökken a gáz hőmérséklete.

Bizonyítsátok be, hogy adiabatikus összenyomás esetén megnő a gáz energiája és hőmérséklete!

Mivel $p = nkT$, adiabatikus összenyomás esetén a gáz nyomása gyorsabban növekszik, mint izoterm összenyomáskor, tehát a gázmolekulák koncentrációjának növekedésével egyidőben megnő a gáz hőmérséklete is (38.6. ábra). Hasonlóképpen adiabatikus tágulásnál a nyomás gyorsabban csökken, mint az izoterm folyamatnál, mivel egyidőben csökken a gáz koncentrációja és hőmérséklete is. Valós körülmények között az adiabatikushoz közeli folyamat abban az esetben vihető véghez, ha a gázt egy nagyon jól hőszigetelt tartály belsejébe helyezik. Adiabatikusnak tekinthetők a gyors lefolyású folyamatok, mivel abban az esetben a gáz és a környezete között nem érkezik végbemenni hőcsere (például, a levegő összenyomódása és kitágulása a hanghullámok terjedése során; gáz kitágulása robbanáskor).

A levegő hirtelen összenyomása következtében történő hőmérsékletemelkedést azokban a dízelmotorokban hasznosítják, amelyekben hiányzik az üzemanyag keverék gyújtására szolgáló rendszer (lásd a 39. §-t).



38.6. ábra. A gáznyomás változása adiabatikus folyamat során. Kékkel az adiabatákat, pirossal az izotermákat jelölték

4 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

1. Feladat. Izobár tágulás során a neon 56 J munkát végzett. Mekkora hőmennyiséget közöltek a gázzal? Mekkora a belső energiaváltozása? Milyen nyomás mellett történik a folyamat, ha a gáz térfogata 2,0 l-rel növekedett?

Adva van:	*A fizikai probléma elemzése, megoldás.*
$A = 56\ \text{J}$ $\Delta V = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$	Izobar folyamat esetén a gáz munkája: $A = p\Delta V$. Innen $p = \dfrac{A}{\Delta V}$.
Q — ? ΔU – ? p — ?	Az ideális egyatomos gáz energiaváltozása: $\Delta U = \dfrac{3}{2} p\Delta V = \dfrac{3}{2} A$.

A termodinamika első törvénye alapján: $Q = \Delta U + A \Rightarrow Q = \dfrac{3}{2}A + A = \dfrac{5}{2}A$.

Ellenőrizzük az egységeket és meghatározzuk a keresett mennyiséget:

$$[p] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}\,; \quad p = \frac{56}{2{,}0 \cdot 10^{-3}} = 28 \cdot 10^3\ (\text{Pa});$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 56\ \text{J} = 84\ \text{J}; \quad Q = \frac{5}{2} \cdot 56\ \text{J} = 140\ \text{J}.$$

Felelet: $Q = 140\ \text{J}$; $\Delta U = 84\ \text{J}$; $p = 28\ \text{kPa}$.

Összegezés

- A hőfolyamatokra megfogalmazott energiamegmaradás törvényét a termodinamika első törvényének (főtételének) nevezzük: a rendszerrel közölt hőmennyiség a rendszer belső energiájának a megváltoztatására és a külső erők ellen végzett munkára fordítódik: $Q = \Delta U + A$.

◆ Izochor folyamat esetén a gáz nem végez munkát $(A = 0)$, ezért a gázzal közölt teljes hőmennyiség a belső energiának a növelésére fordítódik: $Q = \Delta U$.

◆ Izoterm folyamatnál a gáz belső energiája változatlan marad $(\Delta U = 0)$, ezért a gázzal közölt teljes hőmennyiség a gáz munkájára fordítódik: $Q = A$.

◆ Izobár folyamat esetén a gázzal közölt hőmennyiség a belső energia növelésére, valamint munkavégzésre fordítódik: $Q = \Delta U + A$.

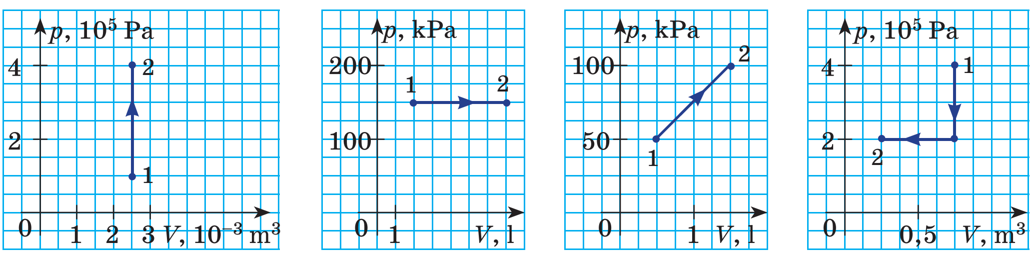
◆ Adiabatikus folyamat során a gáz nem kap hőt $(Q = 0)$, ezért a belső energia növekedése a gázon végzett munkának köszönhetően jöhet létre (adiabatikus összenyomás): $\Delta U = A'$. Ha viszont a gáz végez munkát, akkor csökken a belső energiája: $A = -\Delta U$.

Ellenőrző kérdések

1. Fogalmazzátok meg az energia-megmaradás és átalakulás törvényét! Milyen megfigyelések segítették Meyert a törvény felfedezésében? **2.** Fogalmazzátok meg a termodinamika első törvényét! **3.** Milyen alakban írható fel a termodinamika első törvénye izochor folyamat esetén? Izoterm folyamat esetén? Izobár folyamat esetén? **4.** Milyen folyamatot neveznek adiabatikusnak? **5.** Írjátok fel a termodinamika első törvényét a gáz adiabatikus tágulása esetére; a gáz adiabatikus összenyomása esetére! **6.** Miért növekszik a gáz nyomása jóval gyorsabban adiabatikus, mint izoterm folyamat esetén?

38. gyakorlat

1. Izochor lehűtése során a levegő a környezetének 15 J hőmennyiséget adott le. Mennyire változott meg a levegő belső energiája? Mekkora munkát végzett?
2. Izobár összenyomás során a hélium a környezetének 6 J hőmennyiséget adott le. Mennyire változott meg a gáz belső energiája? Mekkora munkát végzett a gáz?
3. A gáz egyik esetben izotermikusan, másik esetben izobárikusan, harmadik esetben izochorikusan növelte a térfogatát V_1-ről V_2-re. A gáz melyik esetben végzett nagyobb munkát? Melyik esetben kap a gáz nagyobb hőmennyiséget? Melyik esetben növekszik nagyobb mértékben a gáz belső energiája?
4. Az *a-d* ábrákon az ideális egyatomos gázzal végbemenő folyamatok grafikonjai láthatók. Mekkora hőmennyiséget vett fel a gáz mindegyik esetben?
5. A 3,2 kg oxigén hőmérséklete izobár tágulás során 10 °C-al megemelkedett. Mekkora munkát végzett a gáz? Mennyire csökkent a gáz belső energiája? Állandó nyomás esetén az oxigén fajhője 913 J/(kg·K).
6. Kiegészítő információforrás segítségével derítsétek ki, hogy mi a köze a termodinamika első törvényének a felhőképződéshez!



a *b* *c* *d*

39. §. A HŐERŐGÉPEK MŰKÖDÉSI ELVE. HŰTŐBERENDEZÉS

Már évezredek óta használják az ember fizikai terhelését jelentősen megkönnyítő mechanizmusokat. Viszont a XVIII. század végéig szinte egyáltalán nem hasznosították a különböző tüzelőanyagokban rejlő energiatartalékot. Csak a termodinamikában történt felfedezéseknek köszönhetően jelentek meg a *hőerőgépek – a belső energiát mechanikai energiává alakító berendezések.* A jelen paragrafusban megismerkedhettek a hőerőgépekkel, felépítésükkel, a működésük alapjául szolgáló fizikai törvényekkel.

1 A természeti folyamatok visszafordíthatatlansága

Képzeljétek el, hogy bevittetek a szobába egy hógolyót, rátettétek az asztalra és egy idő múlva a hó helyén csak egy víztócsa marad. Utána a szemetek láttára a vízben egy fokozatosan növő jégdarab jelenik meg, ami idővel hókupaccá alakul. „Ez lehetetlen!” – mondjátok ti, és ebben igazatok is van, hiszen a meleg szobában a hó mindig vízzé alakul át, viszont a víz önkén*yesen* sohasem alakul hóvá.

Másik példa. Hegymászás közben ráléptek egy kőre, ami letörik, majd a lejtőn legurulva az aljánál megáll. Eközben a kő mechanikai energiája a kő, a lejtő és a környező levegő belső energiájává alakul át. Az energiamegmaradás törvényének a szemszögével ellentétes folyamat is végbemehet, amikor a kő a benne és a környezetében felhalmozott belső energia felhasználásával felfelé kezd gurulni. Ellenben a gyakorlatban ilyen folyamat nem figyelhető meg.

A fenti és sok hasonló példa meggyőz bennünket: *a természetben a makroszkopikus folyamatoknak meghatározott iránya van és a folyamatok ezzel ellentétes irányban spontán nem mehetnek végbe.*

Azokat a folyamatokat, amelyek spontán csak egy irányban mehetnek végbe, **visszafordíthatatlan folyamatoknak** nevezzük.

A természeti folyamatok visszafordíthatatlanságát a **termodinamika második törvénye (főtétele)** nyilatkoztatja ki, amelynek *több ekvivalens megfogalmazása létezik*. Például, *Rudolf Clausius* német fizikus és matematikus a következőképpen fogalmazta meg:

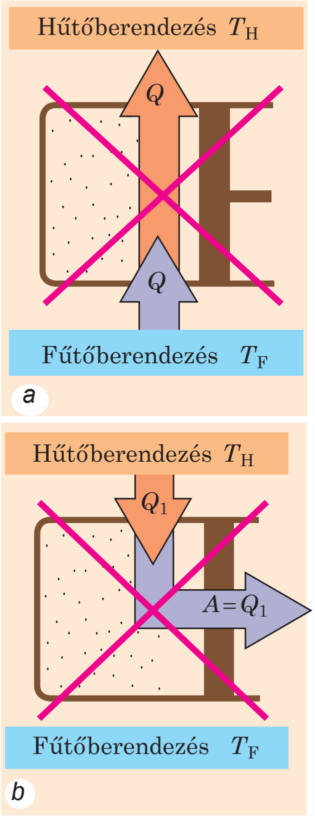
Lehetetlen az a folyamat, amelynek egyetlen eredménye – a kevésbé felmelegített testről a jobban felmelegített test felé történő energiaátadás hő formájában (39.1. *a* ábra).

Figyeljetek oda az „*egyetlen eredmény*” szavakra. A hő önkényesen csak a jobban felmelegített testről adódhat át a kevésbé meleg test felé, miközben más testekkel semmilyen változás nem történik. A fordított folyamat szintén lehetséges, viszont az eredménye *nem lesz egyértelmű*. Például, a hűtőgépben a hő a kevésbé meleg hűtőpanelről a melegebb környezetnek adódik át, viszont közben elektromos energiafelhasználás történik.

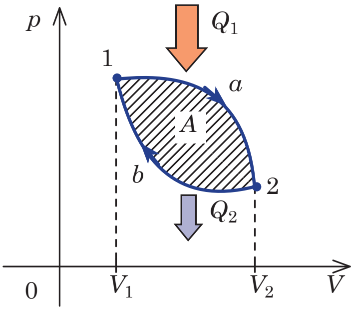
William Thomson (lord Kelvin) angol fizikus 1851-ben **termodinamika második törvényét (főtételét)** a következőképpen fogalmazta meg:

Lehetetlen az a természeti folyamat, amelynek egyetlen eredménye – a test általi mechanikai munkavégzés a belső energia csökkenése által (39.1. *b* ábra).

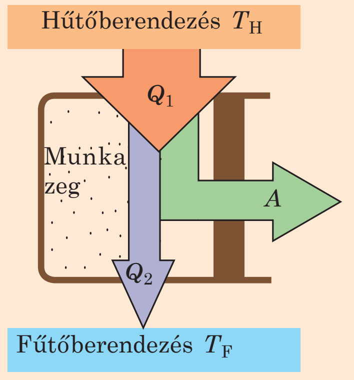
Ha az ilyen folyamat végbemehetne, akkor *másodfajú örökmozgó gépet* kaphatnánk. Az ilyen gép például, a Világóceán hőenergiáját teljes egészében munkává alakíthatná át.



39.1. ábra. A termodinamika első törvénye által „megengedett”, viszont a második törvény által „tiltott” ciklikus folyamatok: *a* – ideális hűtőgép; *b* – másodfajú örökmozgó gép



39.2. ábra. Ciklikus folyamat során a gáz eredeti állapotába tér vissza. Ha a gáz tágulása (1*a*2 szakasz) nagyobb nyomásnál történik, mint az összenyomása (2*b*1 szakasz), akkor a ciklus alatt végzett munkák összege pozitív (ez a munka az



39.3. ábra. Hőerőgépek működési elve: miután a munkaközeg a fűtőtesttől bizonyos Q_1 mennyiségű energiát kapva A mechanikai munkát végez, a hűtőgépnek valamilyen Q_2 hőmennyiséget ad át

2 Milyen fő részekből áll a hőerőgép?

A termodinamika első és második törvénye által engedélyezett folyamatok a hőerőgépekben mennek végbe. Példaként megvizsgáljuk a *hőerőgép* működési elvét.

Hőerőgépeknek azokat a gépeket nevezzük, amelyek ciklikusan dolgozva a tüzelőanyag belső energiáját mechanikai munkává alakítják át.

A gépben a mechanikai munkát a dugattyú széthúzásával és összenyomásával a gáz végzi. Azt a gázt, amely a kitágulás folyamatával végez munkát, *munkaközegnek* nevezzük.

Ahhoz, hogy a gáz megemelhesse a dugattyút, arra van szükség, hogy a dugattyú alatti nyomás nagyobb legyen a külső nyomásnál. A nyomás ekkora növelése a munkaközeg hőmérsékletének növelésével érhető el. Azt a berendezést, amelytől a munkaközeg bizonyos hőmennyiséget kap, *fűtőberendezésnek* nevezzük.

A munkaközeg nem tágulhat a végtelenségig. A hőerőgép folyamatos munkájához szükség van a dugattyú eredeti helyzetébe való visszaállításához. A gáz eközben összenyomódik és negatív munkát végez. Ahhoz, hogy a teljes ciklus folyamán a munka pozitív legyen, a nyomásnak, tehát a hőmérsékletnek is a gáz összenyomásakor kisebbnek kell lennie, mint a gáz tágulása során (39.2. ábra), vagyis a gázt le kell hűteni. Azt az objektumot, amelynek a munkaközeg leadja a hőmennyiség egy részét, *hűtőberendezésnek* nevezzük.

Bármilyen hőerőgép három fő részből áll: *fűtőberendezésből, munkaközegből és hűtőberendezésből* (39.3. ábra).

A hőerőgépben ciklikus periodikus folyamat megy végbe, melynek eredményeként a fűtőberendezés belső energiája csökkenésének köszönhetően mechanikai munkavégzés történik. Viszont ez az eredmény nem az egyedüli, mert az energia egy része a hűtőgépnek adódik át.

3 Lehet-e a hőerőgép hatásfoka 100 %?

A munkaközeg belső energiája egy ciklus alatt változatlan marad (a belső energia – állapotfüggvény, a ciklus végén a gáz az eredeti állapotába tér vissza), ezért a termodinamika első törvénye alapján a gáz által egy ciklus alatt végzett A munka a következő: $A = Q_1 - Q_2$, ahol Q_1 – a fűtőberendezéstől kapott hőmennyiség; Q_2 – a hűtőberendezésnek leadott hőmennyiség. Minél kevesebb hő adódik (vész el) a hűtőberendezésnek, annál nagyobb a hőerőgép hatásfoka.

Hőerőgép hatásfoka η – a hőerőgép hatékonyságát jellemző fizikai mennyiség, amely a hőerőgép által a második ciklusban végzett munkának és a fűtőberendezéstől kapott hőmennyiségnek az arányával egyenlő:

$$\eta = \frac{A}{Q_1}; \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Jegyezzétek meg! 1. Ha a hőerőgépben üzemanyag ég el, akkor $Q_1 = qm$, ahol q – az üzemanyag égésének fajhője; m – az üzemanyag tömege. 2. A hőerőgép hatásfoka mindig kisebb egynél.

A hőerőgépek munkáját elemezve *Sadi Carnot* (1796–1832) francia fizikus 1824-ben arra a következtetésre jutott, hogy a leghatékonyabb (a lehető legnagyobb η_{max} hatásfokú) az úgynevezett ideális hőerőgép, amely két izoterm és két adiabatikus ciklusban dolgozik (39.4 ábra). Carnot bebizonyította, hogy az ilyen hőerőgép hatásfoka a következő:

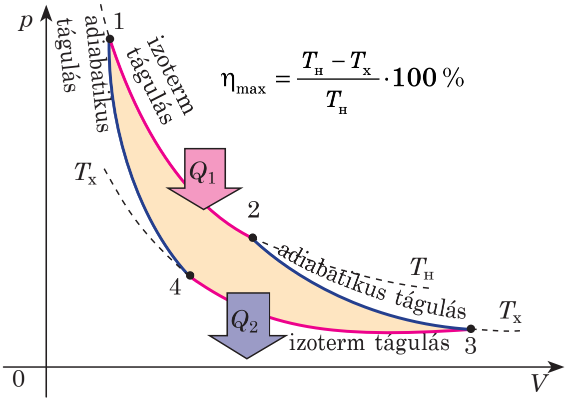
$$\eta_{max} = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}},$$

ahol T_F – a fűtőberendezés hőmérséklete; T_H – a hűtőberendezés hőmérséklete.

A **termodinamika második törvénye (főtétele) *Carnot*** megfogalmazásában:

Bármilyen, T_F hőmérsékletű fűtőtesttel és T_H hőmérsékletű hűtőberendezéssel dolgozó reális hőerőgép hatásfoka nem haladhatja meg az ideális hőerőgép hatásfokát.

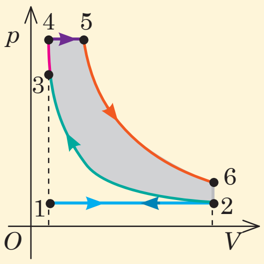
Carnot megfogalmazása azt mutatja, hogy a hőerőgép hatásfokának a növeléséhez csökkenteni kell a hűtőberendezés, és (vagy) növelni a fűtőberendezés hőmérsékletét. Viszont a hűtőberendezés hőmérséklete nem csökkenthető a környezeti hőmérséklet alá, a fűtőberendezés hőmérsékletét pedig a dugattyú és a henger anyagának hőállósága határolja be. Ezért a maximális hatásfok nem haladhatja meg a 60-70 %-ot. Napjainkban a mérnökök erőfeszítéseket tesznek a valós hatásfok növelésére a súrlódás közbeni energiaveszteség és az üzemanyag nem tökéletes égése általi veszteségek csökkentésével.



39.4. ábra. *Carnot-ciklus*: 1-2 – izoterm tágulás T_F hőmérsékleten, a munkaközeg Q_1 hőmennyiséghez jut; 2-3 – adiabatikus tágulás, a hőmérséklet csökkenése T_H értékig, nincs hőcsere; 3-4 – izoterm összenyomás T_H hőfokon, a munkaközeg Q_2 hőmennyiséget ad le; 4-1 – adiabatikus összenyomás, a hőmérséklet T_F értékre emelkedik

4 Hogyan működnek a dízelmotorok?

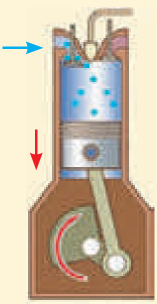
A mai civilizációt nehéz elképzelni hőerőgépek nélkül. Legszélesebb körben a hőerőgépeket a hő- és atomerőművekben használják, ahol a nagyteljesítményű gőzturbinák (belső égésű motorok) az elektromos generátorok rotorjait forgatják. Hőerőgépeket használnak a legtöbb közlekedési eszközben is. A nagyteljesítményű repülőgépeket és űrhajókat turboreaktív és reaktív, a könnyű gépeket dugattyús motorokkal szerelik fel. A hajók motorjai lehetnek dízelüzeműek (belsőégésű motorok) és turbinások is. A modern gépkocsik nagy részét karburátoros és dízelmotorok hozzák mozgásba.

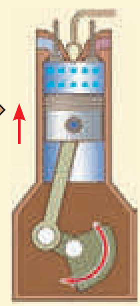


A 8. osztályos fizika tananyagából megismerkedhettetek a porlasztós belsőégésű motorok működésével. Most megvizsgáljuk, hogyan működik a *dízelmotor.*

A karburátoros (porlasztós) motoroktól eltérően (ahol a robbanóelegy a dugattyún kívül jön létre és elektromos szikrától robban be), a dízelmotorokban a robbanóelegy közvetlenül a dugattyúban jön létre és az összenyomás során keletkezett forró levegő robbantja be (39.5. ábra).

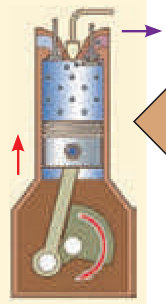
I. ütem
Szívás
A grafikon 1 → 2 szakasza
A dugattyú lefelé mozog. A nyitott szívószelepen a levegő a hengerbe szívódik

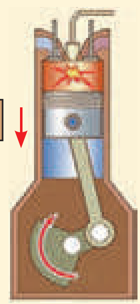




II. ütem
Sűrítés
A grafikon 2 → 3 szakasza
Mindkét szelep zárva, a dugattyú felfelé mozog és összenyomja a levegőt. A nagy nyomásnak köszönhetően a levegő 700 °C-ra forrósodik fel.

IV. ütem
Kipufogás
A grafikon 2 → 1 szakasza
Kinyílik a kipufogószelep (6 → 2). A dugattyú felemelkedik, az égéstermékek a kipufogószelepen át a légkörbe kerülnek





III. ütem
Munkaütem
A grafikon 4 → 5 → 6 szakasza
A fúvókán át a dugattyúba kerül a szétporlasztott dízel üzemanyag (3 → 4), amely összekeveredik a felforrósított levegővel. A robbanóelegy berobban, és tágulva lefelé tolja a dugattyút

39.5. ábra. Négyütemű dízelmotor munkafolyamatának grafikonja és működési elve

Kényelmes használatuk és hasznosságuk ellenére a hőerőgépek szennyezik a környezetet (ezek elsősorban a kibocsájtott káros anyagok, hőszennyezés). Sajnos, napjainkban az emberiség nem mondhat le a hőerőgépek használatáról, ezért az ezzel kapcsolatos ökológiai problémák megoldásra várnak.

? Kiegészítő forrásanyag felhasználásával derítsétek ki, milyen nemzetközi környezetvédelmi programok valósulnak meg napjainkban!

5 Hogyan működik a hűtőberendezés?

A **hűtőberendezés** – olyan ciklikus működésű berendezés, amely a hűtőkamra hőmérsékletét a környezeti hőmérsékletnél alacsonyabb szinten tartja.

A hűtőberendezés működési elve a 39.6. ábrán látható.

A hűtőberendezés munkaközege a hűtőközeg – könnyen párolgó folyadékgőz. Összenyomás hatására a hűtőközeg lecsapódik, melynek következtében a hőcserélőn keresztül a környezetbe kerülő nagy Q_1 hőmennyiség szabadul fel. A gáz összenyomása *kompresszorral* történik, amely az elektromos áram felhasználásával A' mechanikai munkát végez.

A párologtatóban csökken a folyadék felszíne feletti nyomás, a hűtőközeg elpárolog, miközben Q_2 hőmennyiség nyelődik el. Mivel a munkaközeg sűrítése nagyobb nyomáson megy végbe, mint a tágulása, ezért a ciklus alatt a gáz munkája negatív:

$$A = Q_2 - Q_1 .$$

A külső erők a ciklus alatt pozitív munkát végeznek: $A' = Q_1 - Q_2$.

A berendezés hűtési együtthatója – hűtőberendezés hatékonyságát jellemző fizikai mennyiség, amely a hűtőhelyiségből egy ciklus alatt elvett hőmennyiség és a külső erők munkájának arányával egyenlő:

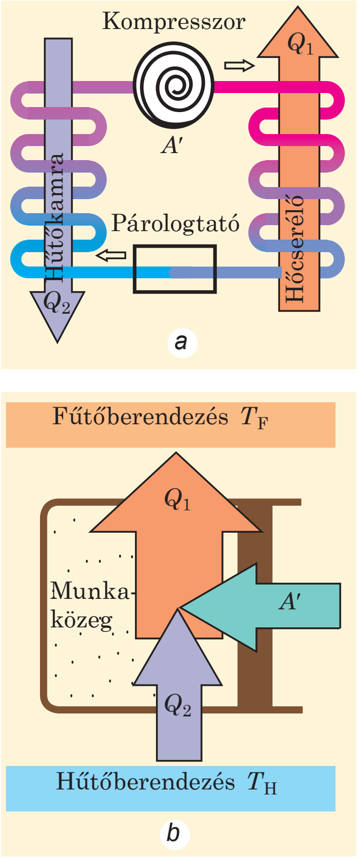
$$k = \frac{Q_2}{A'}; \quad k = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

A termodinamika második törvényéből következik, hogy a berendezés maximális hűtési együtthatója: $k_{max} = \dfrac{T_x}{T_H - T_x}$

Jegyezzétek meg! A berendezés hűtési együtthatója lehet egytől nagyobb (eltérően a hőerőgép hatásfokától).

Ha a hőcserélő csöveit a helyiségen kívül helyezik el, a hűtőgépet pedig nyitva hagyják, akkor a hűtőberendezés elvonja a helyiség hőjét és a kinti környezetnek adja át. Ezen az elven dolgozik a *légkondicionáló berendezés – a helyiségek levegőjének hűtésére szolgáló elektromos berendezés.*

Ha a hőcserélő csövei a helyiségben maradnak, a kinyitott hűtőgépet pedig a helyiségen kívülre viszik, akkor a hűtőberendezés elveszi a környezettől a hőt és a helyiségben adja le. Ez a működési elve a *hőszivattyúnak – helyiségek fűtésére szolgáló berendezésnek.* Érdekes tény,



39.6. ábra. Hűtőberendezés felépítése (*a*) és működési elve (*b*): a munkaközeg kitágul és a hűtőgéptől kapott Q_2 hőmennyiség hatására munkát végez. A külső erők A' munkájának hatására a munkaközeg összenyomódik, miközben a környezetnek $Q_1 = Q_2 + A'$ hőmennyiség adódik át.

hogy a hőszivattyú működése gazdaságosabb a közönséges elektromos fűtőberendezésekétől, mivel működése során a helyiségnek leadott hőmennyiség $(Q_2 = A' + Q_1)$ nagyobb az elektromos áram által végzett A' munkától. A modern légkondicionálók kétféle munkaciklussal vannak ellátva: nyáron légkondicionálóként, télen pedig hőszivattyúként működnek.

Összegezés

- A természetben a makroszkopikus folyamatoknak meghatározott iránya van és a folyamatok ezzel ellentétes irányban spontán nem mehetnek végbe. Azokat a folyamatokat, amelyek spontán csak egy irányban mehetnek végbe, visszafordíthatatlan folyamatoknak nevezzük.
- A természeti folyamatok visszafordíthatatlansága a termodinamika második törvénye (főtétele) alapján a következőképpen fogalmazható meg: lehetetlen az a periodikus folyamat, amelynek egyetlen eredménye – a test általi mechanikai munkavégzés a belső energiájának csökkenése által.
- Hőerőgépeknek azokat a gépeket nevezzük, amelyek ciklikusan dolgozva a tüzelőanyag belső energiáját mechanikai munkává alakítják át. Bármilyen hőerőgép három fő részből áll: fűtőberendezésből, munkaközegből és hűtőberendezésből.
- A hőerőgép hatásfoka a $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$; képlet segítségével határozható meg; a hatásfok nem haladhatja meg az ideális hőerőgép hatásfokát, ami a következő: $\eta_{max} = \frac{T_н - T_х}{T_н}$.
- A hűtőberendezés – olyan ciklikus működésű berendezés, amely a hűtőkamra hőmérsékletét a környezeti hőmérsékletnél alacsonyabb szinten tartja

Ellenőrző kérdések

1. Mondjatok példákat természeti folyamatokra, és bizonyítsátok be azok visszafordíthatatlanságát! **2.** Fogalmazzátok meg a termodinamika második törvényét! **3.** Soroljatok fel olyan feltételes folyamatokat, amelyeknél teljesül a termodinamika első törvénye, de ellentmondanak a termodinamika második törvényének! **4.** Mit nevezünk hőerőgépnek? Soroljátok fel a fő elemeit! **5.** Hogyan határozható meg a hőerőgép hatásfoka? Milyen lehetőségek léteznek a hatásfok megnövelésére? **6.** Hogyan határozható meg Carnot ciklusának hatásfoka? **7.** Hogyan működik a hűtőberendezés? Soroljatok fel különböző hűtőberendezéseket! Mi a különbség közöttük? **8.** Mit jellemez a hűtési együttható?

39. gyakorlat

1. Lehűl-e a helyiség levegője, ha kinyitjuk a hűtőgép ajtaját?
2. A hőerőgép Carnot-ciklusban működik. Határozzátok meg a gép hatásfokát, ha a fűtőberendezés hőmérséklete a Kelvin skála szerint a hűtőberendezés hőmérsékletéténél *a*) 2-szer; *b*) 3-szor; *c*) *n*-szer nagyobb!
3. A munkaközeg a fűtőberendezéstől 240 J nagyságú hőmennyiséget kap, melyből 150 J-t a hűtőberendezésnek ad le. Határozzátok meg a motor hatásfokát és az általa végzett munkát!
4. A 1,0 kW kapacitású, Carnot-ciklusban működő hőerőgépben a fűtőközeg – forrásponton lévő víz, a hűtőközeg – olvadó jég. Mekkora jégtömeg olvad el a gép egy perces működése közben? A **jég fajlagos olvadáshője 330 kJ/kg.**

A *MOLEKULÁRIS FIZIKA* ÉS *TERMODINAMIKA* C. III. FEJEZET ÖSSZEGEZÉSE 2.rész A termodinamika alapjai

1. Megtudtátok, hogy a termodinamika alapfogalma a *belső energia*

Az U **belső energia** – a testet alkotó részecskék rendszertelen mozgása mozgási energiájának és a részecskék kölcsönhatása helyzeti energiájának összegével egyenlő.

A belső energia megváltoztatásának módjai

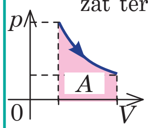
Hőátadás

Hőmennyiség:

- az anyag felmelegítéséhez/lehűtéséhez szükséges hőmennyiség: $Q = cm\Delta T = C\Delta T$
- az anyagok olvadásához/kristályosodásához szükséges hőmennyiség: $Q = \lambda m$
- az anyagok párolgásához/lecsapódásához szükséges hőmennyiség: $Q = Lm$, $Q = rm$

Munka

Számbelileg a $p(V)$ függvény grafikonja alatt található alakzat területével egyenlő



Az egyatomos ideális gáz belső energiája

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}pV$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\cdot\frac{m}{M}R\Delta T$$

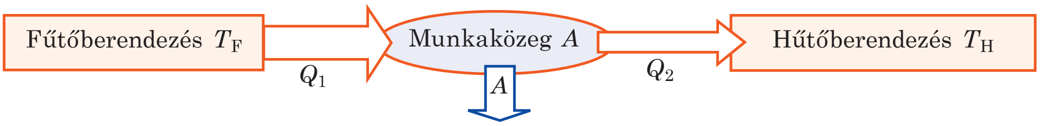
$$\Delta U = \frac{3}{2}\cdot(p_2V_2 - p_1V_1)$$

2. Megismerkedtetek az *energia megmaradásának és átalakulásának törvényével a termodinamikában.*

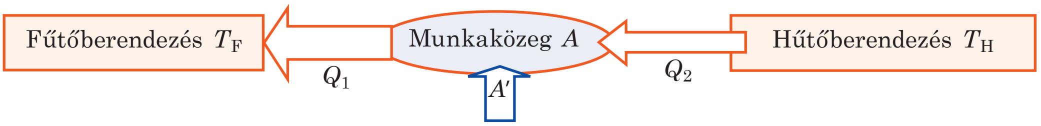
A termodinamika első törvénye: $Q = \Delta U + A$

Adiabatikus folyamat:	Izoterm folyamat:	Izobár folyamat:	Izochor folyamat:
$Q = 0$, $A = -\Delta U$	$\Delta U = 0$, $Q = A$	$Q = \Delta U + A$, $Q = \Delta U + p\Delta V$	$A = 0$, $Q = \Delta U$

3. Felidéztétek *a hőerőgépek működési elvét:*



4. *Megismertétek a hűtőberendezés működési elvét:*



5. Tisztáztátok az okát annak, hogy a *hőerőgép hatásfoka miért kisebb mindig* 100 *%-tól, megtudtátok, hogyan számítható ki a* η *hatásfok és határozható meg a k hűtési együttható*!

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \qquad \eta_{max} = \frac{T_H - T_x}{T_H} \qquad k = \frac{Q_2}{A'} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \qquad k_{max} = \frac{T_x}{T_H - T_x}$$

ÖNELLENŐRZÉSRE SZOLGÁLÓ FELADATOK A *MOLEKULÁRIS FIZIKA ÉS TERMODINAMIKA* C. III. FEJEZETHEZ. 2.rész A termodinamika alapjai

Az 1-4 feladatok csak egy helyes választ tartalmaznak.

1. (*1 pont*) Melyik hőátadás *nem lehetséges* a szilárd testek esetében.
a) hővezetés;
b) hősugárzás;
c) konvekció;
d) mindegyik lehetséges.

2. (*2 pont*) Hogyan változott meg 0,5 mol mennyiségű egyatomos ideális gáz belső energiája, ha a gáz hőmérséklete 200 K-kal megnőtt?
a) megnőtt 831 J-nyit;
b) csökkent 831 J-nyit;
c) megnőtt 1247 J-nyit;
d) csökkent 1247 J-nyit

3. (*2 pont*) A gázon 50 J munkát végeztek, miközben a belső energiája 80 J-lal csökkent. Mekkora hőmennyiséget vett fel (adott le) a gáz?
a) felvett 30 J-t;
b) leadott 30 J-t;
c) felvett 130 J-t;
d) leadott 130 J-t.

4. (*2 pont*) Mekkora munkát végzett a 40 % hatásfokú dízelmotor, ha az égési folyamat során 44 MJ hőmennyiség szabadult fel?
a) 0,11 MJ; b) 17,6 MJ; c) 94,6 MJ; d) 110 MJ.

5. (*2 pont*) Állítsatok fel „fizikai folyamat – fizikai mennyiségek változása" megfeleltetést.

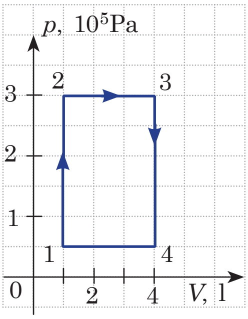
1 Izoterm tágulás
2 Izochor melegedés
3 Adiabatikus tágulás
4 Izobár összenyomódás

A A gáz hőmérséklete csökken
B A gáz bizonyos hőmennyiséget ad le
C A gáz nyomása és térfogata változatlan marad
D A gáz belső energiája nem változik
E A gáz munkája nulla

6. (*3 pont*) Hogyan változott meg 20 l térfogatú egyatomos ideális gáz belső energiája, ha izochor melegítése során a nyomása $\mathbf{1{,}5\cdot10^5}$ Pa-ról $\mathbf{2{,}0\cdot10^5}$ Pa-ra emelkedett? Mekkora munkát végzett a gáz?

7. (*3 pont*) Határozzátok meg a kripton által végzett munkát és belső energiájának változását, ha térfogata 15 l-ről 20 l-re növekedett. A nyomás állandó és értéke $\mathbf{2{,}0\cdot10^5}$ Pa!

8. (*4 pont*) Miután az 1 kg vizet tartalmazó, 1,50 kJ/K hőkapacítású kaloriméterbe 100 °C hőmérsékletű vízgőzt engedtek, a víz hőmérséklete 80 °C-ra emelkedett. Határozzátok meg a vízgőz tömegét, ha a kaloriméterben lévő víz kezdeti hőmérséklete 20 °C volt! A víz fajhője 4,2 kJ/(kg·K), a fajlagos párolgáshője – 2,3 MJ/kg.



9. (*5 pont*) Az ábrán az ideális egyatomos gázzal végbement folyamat grafikonja látható. Mekkora munkát végzett a gáz? Mekkora hőmennyiséget adott le a gáz a környezetének? Határozzátok meg a bemutatott ciklus hatásfokát!

Válaszaitokat hasonlítsátok össze a könyv végén található megoldásokkal! Jelöljétek meg a helyes válaszokat és *számoljátok* össze *a megszerzett pontokat! Az eredményt osszátok el kettővel! Az így kapott szám megfelel a tanulmányi eredményeteknek.*

A számítógép ellenőrzésű gyakorló tesztfeladatokat az *Interaktív oktatás* internetes portálon találjátok.

IV. FEJEZET ELEKTROMOS TÉR

40. §. AZ ELEKTROSZTATIKA ÁBÉCÉJE

A rugalmasság és súrlódás minden típusa elektromágneses természetű: a növények, állati és emberi szervezetek léte az elektromágneses kölcsönhatásokon alapszik. Ezen kölcsönhatást az *elektrodinamika* – az elektromos tér tulajdonságairól szóló tudomány tanulmányozza. Az elektromos téren keresztül történik az elektromosan töltött testek, illetve részecskék kölcsönhatása. Ha az elektromosan töltött testek vagy részecskék nyugalmi állapotban vannak, akkor kölcsönhatásuk tanulmányozásával az elektrodinamika egy külön ága – az *elektrosztatika* – foglalkozik. Az elektrosztatika alapjaival a 8. osztályos fizika tananyagában már megismerkedtetek. Ahhoz, hogy továbbléphessünk, megismételjük az alapfogalmakat.

1 Mi az elektromos töltés?

A q elektromos töltés a részecskék vagy testek elektromágneses kölcsönhatásában betöltött szerepét jellemző fizikai mennyiség.

Az elektromos töltés mértékegysége az SI rendszerben a **coulomb:** $[q] = 1$ (C).

1 C egyenlő azzal a töltéssel, amely a vezető keresztmetszetén 1 s alatt halad át, ha a vezetőben folyó áram erőssége 1 amper (A):

$$1\ \text{C} = 1\ \text{A} \cdot \text{s}.$$

Az elektromos töltés legfontosabb jellemzői

1. Kétféle elektromos töltés létezik – *pozitív* és *negatív*. Azt a töltést, melyet a borostyán, illetve az ebonitrúd gyapjúval való dörzsölésekor kapunk, negatívnak, amely pedig az üvegrúd selyemmel történő dörzsölésekor keletkezik, pozitívnak nevezzük.

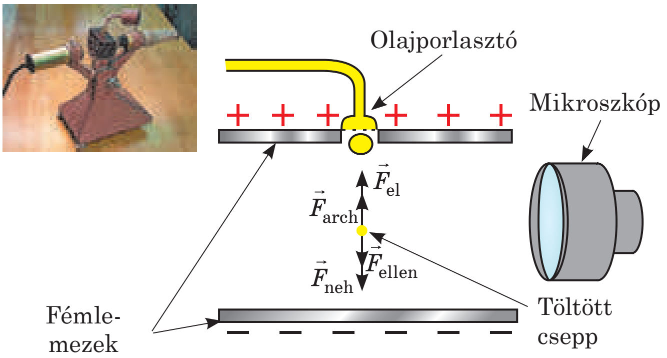
2. Az egynemű töltéssel rendelkező testek *taszítják,* a különböző töltésekkel rendelkezők pedig *vonzzák* egymást.

3. Az elektromos töltés *hordozója* mindig valamely *részecske. A* töltés nem létezik részecske nélkül.

4. Az elektromos töltés diszkrét jellegű, azaz a fizikai testek elektromos töltése egy legkisebb (elemi) töltés egész számú többszöröse. *A legkisebb negatív töltés hordozója az elektron.* Ezt a töltést általában e betűvel jelölik; az értéke $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. *A legkisebb pozitív töltés hordozója a proton,* amelynek töltése nagyságát tekintve megegyezik az elektronéval. Ha q a test töltése, e az elektron töltése, N egész szám, akkor $|q| = N|e|$.

2 Hogyan mérték meg az elektron töltését?

Az elemi töltés első, viszonylag pontos meghatározása elsőként *Robert Andrews Millikan* (1868–1953) amerikai kísérleti fizikusnak sikerült a XX. század elején. Kísérletének vázlata a 40.1. ábrán látható. A szabályozható töltésű



40.1. ábra. Millikan kísérletéhez szolgáló berendezés, valamint a kísérlet vázlata. A lemezek közé került cseppre a nehézségi erő $\left(\vec{F}_{neh}\right)$, a légellenállás ereje $\left(\vec{F}_{ellen}\right)$, az archimédeszi erő $\left(\vec{F}_{arch}\right)$ és a lemezek elektromos térereje $\left(\vec{F}_{el}\right)$ hat

lemezek közötti térbe a tudós porlasztott olajcseppeket juttatott. A folyamat közben nagyon apró, negatív töltésű részecskék jöttek létre.

Millikan minden esetben egy meghatározott, töltéssel rendelkező olajcseppet vizsgált. A lemezek töltését fokozatosan változtatva a tudós elérte, hogy a csepp egyenletesen felfelé emelkedett. Érthető, hogy eközben a cseppre ható erők kiegyenlítődtek. Ezt figyelembe véve, valamint azt a tényt, hogy a lemezek részéről a cseppre ható $\vec{F}_{el}$ erő egyenesen arányos a csepp töltésével, a tudós kiszámította az olajcsepp töltését.

A méréseket többször elvégezve (a történészek azt állítják, hogy a kísérletek közel négy évig tartottak), Milliken megállapította, hogy a q töltés minden esetben egy $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C legkisebb töltés egész számú többszöröse volt. Vagyis $q = Ne$, ahol N egész szám.

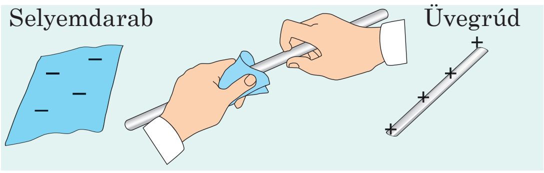
A vizsgált cseppeknek negatív töltésük volt, azaz elektrontöbblettel rendelkeztek. Ezért a tudós azt a következtetést vonta le, hogy a legkisebb töltés – az elektron töltése.

Millikan kísérletének legfontosabb eredménye nemcsak az elektron töltésének a meghatározása, hanem az elektromos töltés diszkrét voltának igazolása volt.

3 Mi történik elektromozás során?

Elektromos töltés felvételét makroszkopikus testek által, **elektromozódásnak** nevezzük.

Az elektromozás néhány fajtája ismert, melyek közül az egyik a *dörzsöléssel való feltöltődés (triboelektromosság)*. Már ismeretes számotokra, hogy a dörzsöléses feltöltődés két különböző anyagból készült test szoros kölcsönhatása által jön létre, miközben az elektronok egy része az egyik testről átmegy a másikra. A testek szétválasztása után kiderül, hogy az a test, amely leadta az elektronjai egy részét, *pozitív* töltéssel rendelkezik, annak a testnek a töltése, amely felvette ezeket az elektronokat, *negatív* lesz (40.2. ábra).



40.2. ábra. Dörzsöléssel történő elektromozás során az elektronok egy része az üvegpálcáról átmegy a selyemdarabra, melynek következtében az üvegpálca pozitív, míg a selyem negatív töltésű lesz

A testek bármilyen elektromozása esetén a bennük lévő elektromos töltések *elosztása* történik, és nem újabb töltések jönnek létre. Ez a megállapítás a természet egyik legfontosabb törvényéből – az **elektromos töltés megmaradási törvényéből** – következik:

A zárt rendszert alkotó testek össztöltése változatlan marad minden, ebben a rendszerben történő bárminemű kölcsönhatás során::

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_n = \text{const},$$

ahol q_1, q_2, ..., q_n a rendszert alkotó testek töltései; n a testek száma.

Ha az üvegrúd selyemmel történő elektromozása előtt sem a rúd, sem a selyem nem volt feltöltődve, úgy a kölcsönhatásuk után feltöltődnek és a töltéseik nagysága megegyezik, az előjelük viszont ellenkező lesz. Azaz a töltéseik összege, amint a kísérlet kezdete előtt is, nulla lesz.

4 Mit határoz meg a Coulomb-törvény?

Charles Coulomb francia fizikus (1736–1806) kísérleti úton jutott el az *elektrosztatika alaptörvényéhez,* amely később a tiszteletére a **Coulomb-törvény** elnevezést kapta:

Két pontszerű q_1 és q_2 mozdulatlan elektromos töltés között ható F erő nagysága egyenesen arányos a két töltés nagyságának szorzatával, és fordítottan arányos a közöttük lévő távolság négyzetével:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

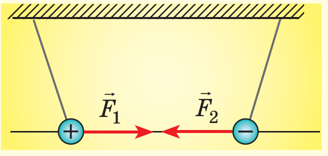
ahol $k = 9\cdot 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$ arányossági együttható. A **pontszerű töltés** *az olyan töltéssel rendelkező test fizikai modellje, melynek a méretei elhanyagolhatók a vizsgált, szintén töltéssel rendelkező testekhez való távolságukhoz képest.*

A k **arányossági együttható** számszerűleg egyenlő azzal az erővel, amellyel két pontszerű, egyenként 1 C töltéssel rendelkező, 1 m távolságra lévő töltés hat egymásra a *vákuumban.*

Néha a k együttható helyett *más együtthatót,* az úgynevezett ε_0 **dielektromos állandót** használnak: $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$. Ebben az esetben a Coulomb-törvény matematikai alakja a következőképpen néz ki: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$.

Jegyezzétek meg!

- A Coulomb-törvényben a töltések *nagyságának (abszolút értékeik)* szorzatáról van szó, mivel a töltések előjelei csak az erő irányára vannak hatással.
- A pontszerű töltések között ható erőket *Coulomb-féle erőknek* nevezzük.
- A Coulomb-féle erők a *kölcsönhatásban lévő pontszerű töltéseket összekötő egyenes mentén irányulnak.*



- Ha három vagy több töltés hat egymásra, elsőként meghatározzák egy konkrét töltés kölcsönhatási erejét a többi töltéssel, majd meghatározzák azok eredőjét.
- Ha a töltéseket vákuumból dielektrikumba helyezik át, akkor azok kölcsönhatási ereje ε-szer csökken, ahol ε a dielektrikum dielektromos állandója (lásd a 43. §-t).

5 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Az egyenként $5 \cdot 10^{-7}$ C nagyságú q_1 pozitív és q_2 negatív töltéseket összekötő egyenes mentén található egy $q_3 = -1 \cdot 10^{-8}$ C töltés. A q_1 és q_2 töltések közötti r_1 távolság 6 cm, a q_2 és q_3 töltések közötti r_2 távolság pedig 3 cm. Határozzátok meg a q_3 töltésre ható erőt, ha az a q_1 és q_2 töltések között helyezkedik el!

Adva:

$|q_1| = |q_2| = 5 \cdot 10^{-7}$ C

$|q_3| = 1 \cdot 10^{-8}$ C

$r_1 = 6 \cdot 10^{-2}$ m

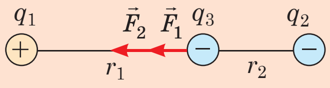
$r_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ m

$k = 9 \cdot 10^9 \ \dfrac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$

$\vec{F}$ — ?

A fizikai probléma elemzése, megoldás

Magyarázó rajzot készítünk, amelyen feltüntetjük a q_1 és q_2 töltések részéről a q_3 töltésre ható $\vec{F}_1$ és $\vec{F}_2$ erőket.



Ahogyan az ábrán látható, a q_1 és q_2 töltések részéről a q_3 töltésre ható erők $\vec{F}$ eredőjének értéke: $F = F_1 + F_2$.

A Coulomb-törvény alapján: $F_1 = k\dfrac{|q_1||q_3|}{r_1^2}$; $F_2 = k\dfrac{|q_2||q_3|}{r_2^2}$.

Leellenőrizzük az mértékegységeket, és kiszámítjuk a keresett mennyiség értékét:

$$[F] = \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{N};$$

$$F_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{36 \cdot 10^{-4}} = 1{,}25 \cdot 10^{-2}\ \text{(N)}; \quad F_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^{-2}\ \text{(N)};$$

$F = 5 \cdot 10^{-2}$ N $+ 1{,}25 \cdot 10^{-2}$ N $= 6{,}25 \cdot 10^{-2}$ N.

Felelet: $F = 62{,}5$ mN.

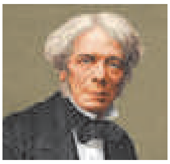
Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk elektromos töltésnek? **2.** Nevezzétek meg az elektromos töltés mértékegységét! **3.** Milyen típusú töltések léteznek? **4.** Hogyan hatnak egymásra az azonos előjelű töltésekkel rendelkező testek? A különböző előjelű töltésekkel rendelkezők? **5.** Melyik részecske rendelkezik a legkisebb negatív töltéssel? A legkisebb pozitív töltéssel? **6.** Hogyan értelmezitek azt az állítást, hogy az elektromos töltés diszkrét? **7.** Ki és hogyan mérte meg elsőként az elektron töltését? **8.** Ha az elektromosan semleges test leadja elektronjai egy részét, milyen előjelű töltéssel fog utána rendelkezni? **9.** Miért töltődik fel mind a két test dörzsöléssel történő elektromozás során? **10.** Fogalmazzátok meg az elektromos töltés megmaradásának törvényét! **11.** Fogalmazzátok meg Coulomb törvényét!

40. gyakorlat

1. Hogyan viselkedik a hajatok, ha akrilt tartalmazó pulóvert vesztek magatokra a fejeteken át? Miért?
2. Hogyan változik meg két töltés között ható erő, ha a köztük lévő távolság a 4-szeresére növekszik, és mindkét töltés nagysága megduplázódik?
3. Két egyforma fémgömböt úgy töltöttek fel, hogy az egyik töltése 5-szöröse a másikénak. A gömböket összeérintették, majd ismét az eredeti távolságra helyezték őket egymástól. Hányszorosára változott a kölcsönhatásuk ereje, ha az érintkezés előtt a töltésük azonos volt? Ha különböző volt?
4. Vékony selyemcérnára $5 \cdot 10^{-8}$ C töltésű és 2 g tömegű golyót függesztettek. Miután alulról egy másik, töltéssel rendelkező golyót közelítettek hozzá, a cérna feszítőereje a 2-szeresére növekedett. Határozzátok meg a golyók közötti távolságot, ha töltésük nagysága egyenlő!

41. §. ELEKTROMOS TÉR



Michael Faraday
(1791–1867)

Milyen a töltések kölcsönhatásának mechanizmusa? Hogyan „érzékelik” egymást, és hogyan hatnak egymásra bizonyos távolságokban a töltések? Ezekre és sok más kérdésre keresve a feleletet vetette fel Michael Faraday angol fizikus a *mező* vagy *tér* elméletét, melyet Albert Einstein később a Newton utáni idők legfontosabb felfedezésének nevezett. A fizika tananyagában már találkoztatok a tér fogalmával. Most részletesebben folytatjuk az ismerkedést az említett fogalommal.

1 Mit neveznek elektromos térnek?

Faraday elmélete szerint *az elektromos töltések nem közvetlenül hatnak egymásra. Minden töltés az őt körülvevő térben elektromos mezőt alkot, és a töltések kölcsönhatása ezek által a mezők által történik.* Például két, q_1 és q_2 töltés kölcsönhatása ahhoz vezethető, hogy a q_1 töltés tere hat a q_2 töltésre és a q_2 töltés tere szintén hat a q_1 töltésre.

Az elektromos mező óriási, de véges – a fény vákuumbeli sebességével terjed a térben. Ennek a tulajdonságnak köszönhetően két töltés között a kölcsönhatás nem azonnal, hanem bizonyos Δt időintervallum múlva kezdődik. A kölcsönhatás ekkora késését nehéz észrevenni néhány méteres távolságon belül, viszont annál érzékelhetőbb kozmikus léptékekben.

Az ember nem tudja érzékszervei segítségével közvetlenül észlelni az elektromos mezőt, ugyanakkor létezésének *anyagisága*, vagyis objektivitása, kísérletileg nyert bizonyítást.

Az **elektromos mező** – az anyag olyan formája, amely a töltéssel rendelkező testek körül jön létre, és az ebben a térben lévő töltött testre történő erőhatás következtében nyilvánul meg.

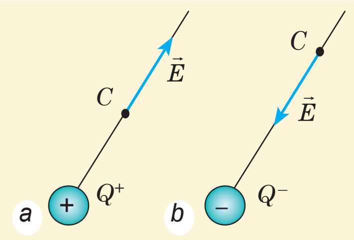
Az elektromos mező az egységes elektromágneses tér alkotóeleme. Az elektromos tér forrásául a mozdulatlan és mozgó elektromos töltéseken kívül a változó mágneses tér is szolgál.

A kizárólag *mozdulatlan* töltések által alkotott időben változatlan elektromos mezőt **elektrosztatikus mezőnek** nevezik.

2 Mit tekintenek az elektromos mező erőhatását jellemző mennyiségnek?

A feltöltött testet körülvevő elektromos teret *próbatöltés* segítségével lehet tanulmányozni. Érthető, hogy a próbatöltés nem deformálhatja a vizsgált teret, ezért erre a célra nagyon kis töltéssel rendelkező *pontszerű töltést* célszerű alkalmazni.

Tehát a tér valamely pontjának tanulmányozása érdekében ebben a pontban kell elhelyezni a q próbatöltést, és meghatározni a rá ható $\vec{F}$ erőt. Nyilvánvaló, hogy az elektromos tér abban a pontban a legerősebb, ahol a legnagyobb erőhatás mérhető. Viszont az elektromos térben a próbatöltésre ható erő függ a próbatöltés értékétől. Ugyanakkor az $\frac{\vec{F}}{q}$ hányados nem függ a töltés nagyságától, ezért az ilyen hányadost tekinthetjük a *tér erőjellemzőjének*.



P41.1. ábra. Az elektromos mező $\vec{E}$ térerősség vektorának meghatározása tetszőleges C pontban: a teret a Q^+ pozitív pontszerű töltés hozta létre (*a*); a teret a Q^- negatív pontszerű töltés hozta létre (*b*)

Az **adott pontban az $\vec{E}$ elektromos térerősség** az elektromos mezőt jellemző fizikai vektormennyiség, amely egyenlő a térben elhelyezett próbatöltésre ható $\vec{F}$ erőnek és az adott q töltés értékének a hányadosával:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Az elektromos térerősség vektorának iránya annak az erőnek az irányával egyezik meg, amely az adott pontba helyezett pozitív próbatöltésre hatna (41.1. ábra).

Az $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ képlet segítségével meghatározható az elektromos térerősség mértékegysége:

$$[E] = 1\frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Tegyük fel, hogy a Q pontszerű töltés a vákuumban elektromos teret hoz létre. Megvizsgáljuk ezt a teret a *Q töltéstől r távolságra lévő q* próbatöltés segítségével. A tér részéről a próbatöltésre a Coulomb erő hat: $F = k\frac{|Q|\cdot|q|}{r^2}$.

Mivel a feszültség modulja $E = \frac{F}{|q|}$, van:

$$E = k\frac{|Q|\cdot|q|}{r^2|q|} = k\frac{|Q|}{r^2}.$$

Tehát *a próbatöltéstől r távolságra lévő Q pontszerű töltés által létrehozott elektromos tér térerősségének az értéke az alábbi képlet segítsé$\vec{E}$gével határozható meg*:

$$E = k\frac{|Q|}{r^2}, \text{ vagy } E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|Q|}{r^2}.$$

Jegyezzétek meg!

Ugyanezzel $E = k\frac{|Q|}{r^2}$ a képlettel számítható ki az egyenletesen töltött gömb elektromos térerőssége is a gömb sugarával egyenlő, illetve annál nagyobb távolságokon. Ez azzal magyarázható, hogy a gömb felületén, illetve a gömbön kívüli mező megegyezik a gömb belsejében lévő pontszerű töltés terével.

3 Mi a terek szuperpozíciójának az elve?

Ismerve az adott pontban valamely töltés által keltett elektromos mező $\vec{E}$ *térerősségét*, nem nehéz meghatározni annak az erőnek a nagyságát és irányát, amellyel a tér hat az adott pontba helyezett q *töltésre:*

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Ha viszont a teret nem egy, hanem néhány töltés hozta létre, akkor a próbatöltésre a töltések részéről ható erők eredője egyenlő azon erők vektori összegével, amellyel a rendszerben lévő töltések egyenként hatnának az adott próbatöltésre:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n.$$

Innen következik az **elektromos terek szuperpozíciójának (egymásra halmozásának) elve:**

> Különböző töltések adott pontbeli térerőssége egyenlő az egyes töltések által keltett térerősségek vektori összegével (41.2. ábra)

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$$

4 Hogyan tehető láthatóvá az elektromos mező eloszlása a térben?

Az elektromos mezőt *grafikusan* is ábrázolhatjuk, felhasználva az *elektromos mező erővonalait.* A vonalakhoz húzott bármelyik érintő iránya megegyezik az elektromos mező térerősség vektorainak irányával (41.3. ábra).

Az elektromos tér erővonalainak *általános tulajdonságai* vannak (ez a meghatározásukból ered): nem metszik egymást; nincsenek törésvonalaik; a pozitív töltésektől indulnak ki és a negatívokon végződnek.

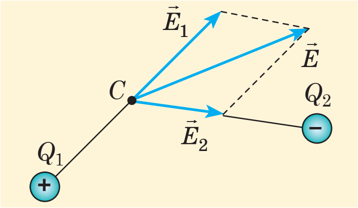
Egyszerű megrajzolni a különálló pontszerű töltés által létrehozott mező erővonalait (41.4. ábra). A pontszerű töltés által létrehozott mező erővonalainak sokasága azt bizonyítja, hogy a töltés a mező forrása.

Az erővonalak képe alapján nemcsak az $\vec{E}$ térerősségvektor irányáról, de annak nagyságáról is képet alkothatunk. Valóban, a pontszerű töltések esetében a térerősség növekszik a töltésekhez közeledve, és eközben, mint az a 41.4. ábrán látható, az erővonalak sűrűsödnek.

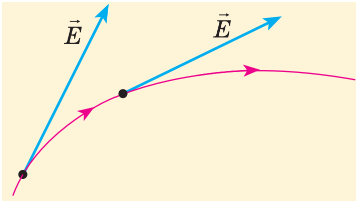
Ha a tér valamely részén az erővonalak közötti távolság egyenlő, akkor a tér ezen részén a térerősség is egyforma. Azt az elektromos teret, melynek térerősségvektorai a tér minden pontjában egyenlők, homogén (*egynemű*) térnek nevezzük.

Bármely feltöltött test által alkotott elektromos tér erővonalait viszonylag nehéz megrajzolni, ezért általában megközelítő ábrázolásokra hagyatkoznak. Ez azt jelenti, hogy szimmetrikusan ábrázoljuk a töltések elhelyezkedését (41.5. ábra).

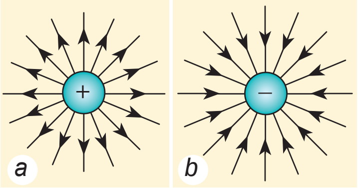
Figyeljétek meg a két ellentétes töltésű lemez által létrehozott tér erővonalainak



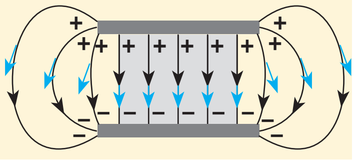
41.2. ábra. Az elektromos tér térerősségének meghatározása a C pontban. A teret két, Q_1 és Q_2 pontszerű töltés hozta létre



41.3. ábra. Az elektromos tér erővonalai (az ábrán pirossal jelölték)



41.4. ábra. Az elektromos tér erővonalai, amelyet két pontszerű: *a* – pozitív, *b* – negatív töltés hozott létre



41.5. ábra. Két azonos nagyságú, de ellentétes töltésű lemez közötti elektromos mező erővonalai. Kékkel a térerősségvektorok irányát jelölték ábrázolását (41.5. ábra): a lemezek közötti tér azon részén, amely messze van a lemezek széleitől (a rajzon ez a rész ki van színezve), a térerősség vonalai párhuzamosak, és a közöttük lévő távolság egyenlő, vagyis az elektromos mező ezen a részen homogén.

Összegzés

- Az elektromos mezőnek az anyag nem atomi felépítésű formáját nevezzük, amely a töltéssel rendelkező testek körül létezik, és erőhatást fejt ki a benne lévő bármilyen töltéssel rendelkező testre.
- Az elektromos mező erőhatását az $\vec{E}$ térerősség jellemzi: $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$. Különböző töltések adott pontbeli térerőssége egyenlő az egyes töltések által keltett térerősségek vektori összegével: $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\ldots+\vec{E}_n$.
- Az elektromos mezőt grafikusan az elektromos mező erővonalaival ábrázolják. A vonalakhoz húzott bármelyik érintő iránya megegyezik az elektromos mező térerősség vektorainak irányával az adott pontban.

Ellenőrző kérdések

1. Mit nevezünk elektromos mezőnek? **2.** Milyen objektumok hozzák létre az elektromos mezőt? **3.** Milyen mennyiség jellemzi az elektromos mező erőhatását? Milyen képlet segítségével határozható meg? **4.** Hogyan határozható meg a Q pontszerű töltés által létrehozott mező erőssége? **5.** Miben rejlik az elektromos mező szuperpozíciójának elve? **6.** Mit nevezünk az elektromos mező erővonalának? **7.** Metszhetik-e egymást az elektromos mező erővonalai? Lehetnek-e párhuzamosak?

41. gyakorlat

1. Mekkora erővel hat a 250 N/C erősségű elektromos mező a 40 nC nagyságú töltésre?

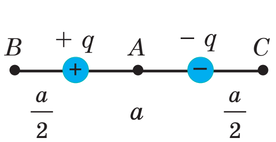
2. Egy $8\cdot10^{-10}$ C értékű pontszerű elektromos töltés az elektromos mező egy tetszőleges pontjában helyezkedik el. Határozzátok meg az elektromos térerősséget ebben a pontban, ha ismeretes, hogy a mező a töltésre $2\cdot10^{-7}$ N erővel hat!

3. Hogyan mozog az egynemű elektromos mezőn áthaladó elektron, ha mozgásának iránya: a) az erővonalakkal ellentétes? b) az erővonalakra merőleges? Hogyan mozogna ezekben az esetekben a proton?

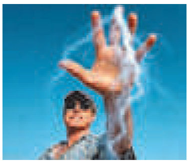
4. A pontszerű töltés térerőssége a töltéstől 30 cm távolságra 600 N/C. Mekkora a térerősség a töltéstől 10 cm távolságra?

5. Az a oldalú négyzet csúcsaiban azonos nagyságú q pontszerű töltések találhatók. Határozzátok meg a térerősséget a négyzet középpontjában, ha: a) mindegyik töltés pozitív; b) az egyik töltés negatív!

6. Két, $+q$ és $-q$ pontszerű töltés egymástól a távolságra helyezkedik el (lásd az ábrát). Határozzátok meg a térerősséget a töltéseket összekötő szakasz A felezőpontjában; a szakasz meghosszabbításán elhelyezkedő B és C pontokban, amelyek a hozzájuk legközelebb eső töltéshez $\frac{a}{2}$ távolságra találhatók!



42. §. AZ ELEKTROSZTATIKUS TÉRBEN A TÖLTÉS ELMOZDÍTÁSÁRA FORDÍTOTT MUNKA. POTENCIÁL

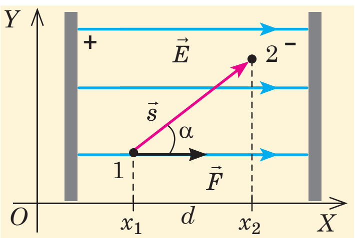


A mindennapi életben, főként száraz időben, találkozhatunk olyan helyzettel, amikor valamilyen tárgyat megérintve, kellemetlen ütést érzünk. A tapasztalat azt mutatja, hogy ilyen meglepetés a nagy potenciállal rendelkező tárgyaktól származhat. A potenciál fogalmával ismerkedhettek meg ebben a paragrafusban.

1 Hogyan határozható meg az egynemű elektrosztatikus mezőben a töltések elmozdítására fordított munka?

Ha az elektrosztatikus mező az elektromosan töltött testekre erőhatást gyakorol, akkor a testek elmozdításával képes munkavégzésre.

Tegyük fel, hogy az $\vec{E}$ térerősséggel rendelkező homogén elektrosztatikus térben a q pontszerű töltés az x_1 koordinátájú 1-es pontból az x_2 koordinátájú 2-es pontba mozdul el (42.1. ábra).



42.1. ábra. Az egynemű elektromos mező által végzett munka meghatározása

Meghatározzuk az elektrosztatikus mező $\vec{F}$ erejének a töltés elmozdítására fordított A munkáját. A munka meghatározása szerint: $A = Fs\cos\alpha$.

A tér egynemű, tehát az $\vec{F}$ erő állandó, értéke pedig: $F = qE$, Az $s\cos\alpha = d = x_2 - x_1$ pedig az elmozdulásvektor vetülete a tér erővonalainak irányára.

Tehát az egynemű elektrosztatikus mező erőinek a q töltés 1-es pontból a 2-es pontba történő elmozdítására fordított munkája ($A_{1\to2}$) a következőképpen írható fel:

$$A_{1\to2} = qE\left(x_2 - x_1\right), \text{ vagy } A_{1\to2} = qEd$$

Jegyezzétek meg! Ha a töltés nem az 1-es pontból a 2-es pontba mozdulna el, hanem ellenkező irányba, akkor a munka előjele az ellenkezőjére változna, vagyis a munka az elektromos mező erőivel szemben történne.

? Milyen eredményt kapnánk, ha az 1-es pontból a 2-es pontba nem pozitív, hanem negatív töltés mozdulna el?

Jegyezzétek meg!

A $A_{1\to2} = qE\left(x_2 - x_1\right)$ képlet a töltés tetszőleges mozgáspályája esetén is igaz lesz. Vagyis a homogén elektrosztatikus mező ***konzervatív***. *Minden elektrosztatikus mező konzervatív:* az elektrosztatikus (a Coulomb-féle) erők munkája (a gravitációs erők munkájához hasonlóan) független a mozgáspálya alakjától, és csakis a töltés kezdeti és végső helyzete határozza meg; *zárt mozgáspálya esetén az elektrosztatikus mező munkája nullával egyenlő.*

2 A pontszerű töltés erőterében töltéssel rendelkező test helyzeti energiája

Az elektrosztatikus mezőben lévő test, a Föld gravitációs terében lévő testekhez hasonlóan, helyzeti energiával rendelkezik. Az elektromos mezőben lévő töltés helyzeti energiáját általában W_p szimbólummal jelölik. A helyzeti energia tételének megfelelően, a töltés ellenkező előjellel vett helyzeti energiaváltozása egyenlő azzal a munkával, amelyet az elektrosztatikus mező végez a töltésnek az 1. pontból a 2. pontba történő elmozdítása során:

$$-\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2} = A_{1\to 2}$$

Két pontszerű, egymástól r távolságra lévő Q és q töltés kölcsönhatásának helyzeti energiája a következő képlettel fejezhető ki:

$$W_p = k\frac{Qq}{r}$$

Jegyezzétek meg: 1) a töltések kölcsönhatásának helyzeti energiája *pozitív* ($W_p > 0$), ha a töltések egyneműek, és *negatív* ($W_p < 0$), ha a töltések különneműek; 2) ha a töltéseket *végtelen távolságra* távolítják egymástól ($r \to \infty$), akkor $W_p = 0$ (megszűnik a töltések közötti kölcsönhatás).

Tehát két pontszerű töltés kölcsönhatásának energiája megegyezik azzal a munkával, melyet az elektrosztatikus mező végez, amikor a töltések közötti távolságot r-ről a végtelenre növeli.

3 Mit nevezünk az elektrosztatikus mező potenciáljának?

Az elektrosztatikus mező adott pontbeli φ **potenciálja** skaláris fizikai mennyiség, amely az elektrosztatikus mező energetikai jellemzője, és az elektromos töltés W_p helyzeti energiájának, valamint a q töltés értékének a hányadosával egyenlő:

$$\varphi = \frac{W_p}{q}$$

A potenciál mértékegysége az SI rendszerben a **volt**: $[\varphi] = 1\,\text{В} = 1\,\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\left(1\,\text{V} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{C}}\right)$.

A potenciál meghatározásából következik, hogy a tér φ potenciálja a Q töltéstől r távolságra lévő pontokban a következő képlet segítségével határozható meg: $\varphi = k\frac{Q}{r}$ (*).

A (*) képletből láthatjuk: 1) ha a teret pozitív pontszerű töltés hozta létre (Q > 0), akkor a mező potenciálja bármely tetszőleges pontban pozitív ($\varphi > 0$); 2) ha az elektromos mezőt negatív pontszerű töltés hozta létre (Q < 0), akkor a mező potenciálja bármely pontban negatív ($\varphi < 0$). A (*) képlet érvényes az egyenletesen feltöltött gömb (vagy golyó) potenciáljára is annak sugarától nagyobb vagy azzal egyenlő távolságokon.

Ha az elektromos mezőt *több, véletlenszerűen elhelyezett* töltés alkotja, akkor annak φ potenciálja a mező *bármely pontjában egyenlő a töltések által külön-külön létrehozott* $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ potenciálok algebrai összegével:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n$$

4 Hogyan határozzák meg a potenciálkülönbségét?

Amikor az elektrosztatikus mezőben a töltés az 1-es pontból a 2-es pontba mozdul el, a tér munkát végez, amely megegyezik a töltés ellenkező előjellel vett helyzeti energiájának változásával: $A_{1\to2} = W_{p1} - W_{p2}$. Mivel $W_p = q\varphi$, ezért $A_{1\to2} = q\varphi_1 - q\varphi_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. A $(\varphi_1 - \varphi_2)$ kifejezést – *a mozgáspályája kezdőpontjának potenciálja és végpontjának potenciálja közötti különbséget – potenciálkülönbségnek nevezzük.*

A két pont közötti **potenciálkülönbség** olyan skaláris fizikai mennyiség, amely az elektrosztatikus mező erőinek a töltés kezdeti pontból a végpontba való elmozdítására fordított munkájának és a töltésnek a hányadosával egyenlő:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1\to2}}{q}$$

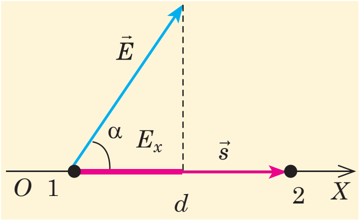
A potenciálkülönbség mértékegysége az SI rendszerben a **volt**: $[\varphi_1 - \varphi_2] = 1$ V.

Két pont között a potenciálkülönbség 1 V, *ha* 1 C *elektromos töltésnek két pont közötti elmozdulása során az elektromos mező* 1 J *munkát végez.*

Megjegyezzük, hogy a $(\varphi_1 - \varphi_2)$ potenciálkülönbséget hasonló esetekben *feszültségnek* is nevezik (U). Fontos, hogy ne tévesszük össze a $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ *potenciálváltozást* a $\varphi_1 - \varphi_2$ *potenciálkülönbséggel* (*feszültséggel*).

5 Milyen összefüggés van az elektrosztatikus térerősség és a potenciálkülönbség között?

Megvizsgáljuk a *homogén* elektromos mezőt két tetszőlegesen kiválasztott, egymástól d távolságra lévő 1-es és 2-es pont közötti szakaszon; mozogjon a q töltés az elektromos mező hatására az 1-es pontból a 2-esbe (42.2. ábra). Ebben az esetben a tér által végzett munkát felírhatjuk a pontok közötti $(\varphi_1 - \varphi_2)$ potenciálkülönbségen keresztül: $A_{1\to2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ – vagy az $\vec{E}$ térerősség segítségével: $A_{1\to2} = Fs\cos\alpha = qEd\cos\alpha = qE_x d$, ahol $E_x = E\cos\alpha$ az 1-es és 2-es ponton át húzott $\vec{E}$ vektor vetülete az OX tengelyre.



42.2. ábra. Az elektrosztatikus térerősség és a potenciálkülönbség közötti összefüggés levezetéséhez

A munka képleteit összehasonlítva, a következőt kapjuk: $q(\varphi_1 - \varphi_2) = qE_x d$, ahonnan: $\varphi_1 - \varphi_2 = E_x d$, illetve: $E_x = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$.

Abban az esetben, amikor a töltés mozgási iránya egybeesik az elektromos mező feszültségének az irányával $(\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{s})$, a képlet a következő alakban írható fel:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \text{ vagy } E = \frac{U}{d}$$

Az utolsó képletből következik, hogy *a térerősség mértékegysége az SI rendszerben a* **volt per méter**: $[E] = 1\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Bizonyítsátok be, hogy $1\ \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$!

6 Milyen felületeket neveznek ekvipotenciálisnak?

Az elektrosztatikus mező szemléltetésére az erővonalakon kívül *ekvipotenciális felületeket* is használnak.

Az **ekvipotenciális felület** olyan felület, amelynek minden pontjában az elektrosztatikus mező potenciálja egyenlő.

A nagyobb szemléletesség kedvéért nemcsak egy ekvipotenciális felületet kell vizsgálni, hanem azok teljes rendszerét. Ugyanakkor összetett felületek sokaságát egy rajzon belül nagyon nehéz ábrázolni, ezért általában grafikusan csak az ekvipotenciális felületek síkmetszetét ábrázolják (42.3. ábra).

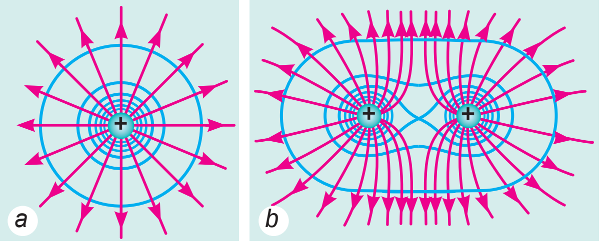
Az ekvipotenciális felületek szorosan összefüggnek az elektromos mező erővonalaival. Ha az elektromos töltés ekvipotenciális felületen mozog, akkor a tér munkája nullával egyenlő, mivel $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, az ekvipotenciális felületen pedig $\varphi_1 = \varphi_2$. A másik oldalról ez a munka az elektrosztatikus mezőben a töltésre ható $\vec{F}$ erő segítségével is kifejezhető: $A = Fs\cos\alpha$, ahol s a töltés elmozdulása; α az $\vec{F}$ és $\vec{s}$ vektorok közötti szög. Mivel $A = 0$, ugyanakkor $F \uparrow 0$ és $s \uparrow 0$, ezért $\cos\alpha = 0$, tehát $\alpha = 90°$. Ez azt jelenti, hogy a ekvipotenciális felületen történő töltéselmozdulás során az erő $\vec{F}$, valamint a térerősség $\vec{E}$ vektora is bármely pontban merőleges az $\vec{s}$. elmozdulásvektorra. Az *elektromos mező erővonalai merőlegesek az ekvipotenciális felületekre* (lásd a 42.3. ábrát).

Jegyezzétek meg! Az ekvipotenciális felületek szimmetriája a mező forrásainak szimmetriáját ismétli. Például a pontszerű töltés által alkotott mező gömbszimmetrikus, ezért ennek a térnek az ekvipotenciális felületei koncentrikus gömbök; homogén tér esetén az ekvipotenciális felületek pedig egymással párhuzamos síkok.

7 Gyakoroljuk a feladatok megoldását

Feladat. Egy nyugalomban lévő (kezdősebessége nulla) elektront –300 V potenciálkülönbségű tér gyorsított fel. Mekkora sebességet ért el az elektron? Az elektron tömege $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, a töltés nagysága $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

A fizikai probléma elemzése. Mivel az elektron negatív töltésű és kezdősebessége $v_0 = 0$, ezért a mező erőterének hatására az elektron az erővonalak irányával ellenkező irányba mozog, vagyis a potenciál növekedésének irányába. Ezért a tér pozitív munkát végez, aminek eredményeként az elektron mozgási energiája és ennek megfelelően a mozgási sebessége is növekedni fog. Felhasználva az elektrosztatikus mező által végzett munka meghatározásának képletét, melyet a potenciálkülönbség segítségével írtunk fel, valamint a mozgási energia tételét, meghatározzuk a keresett mennyiséget.



42.3. ábra. Egyszerű elektromos mezők ekvipotenciális felületei (kék vonal) és erővonalai (piros vonal), melyet: *a* pozitív pontszerű töltés; *b* két egyenlő nagyságú, de ellentétes előjelű pontszerű töltés hozott létre

Adva:
$\varphi_1 - \varphi_2 = -300$ V
$v_0 = 0$
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
$e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

v — ?

Matematikai modell felállítása, megoldás

A mozgási energia tétele alapján:

$$A = \Delta W_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2},\ \text{ahol}\ A = e(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ – a térerők munkája.}$$

Tehát: $e(\varphi_1 - \varphi_2) = \dfrac{mv^2}{2}$, ahonnan $v = \sqrt{\dfrac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}$.

Leellenőrizzük az egységeket, és kiszámítjuk a keresett mennyiség értékét:

$$[v] = \sqrt{\frac{\mathrm{C \cdot V}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{C \cdot J}}{\mathrm{kg \cdot C}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{kg \cdot m \cdot m}}{\mathrm{kg \cdot s^2}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{c}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-300)}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \approx 1{,}0 \cdot 10^{7}\ \text{(m/s)}.$$

Felelet: $v \approx 1{,}0 \cdot 10^{7}$ m/s.

Összegzés

- Az elektrosztatikus mező konzervatív. Az elektrosztatikus mezőben a q töltés 1-es pontból 2-es pontba történő elmozdításakor végzett munka nem függ a mozgáspálya alakjától; megegyezik a töltés ellenkező előjellel vett W_p helyzeti energiájának változásával, homogén mező esetében pedig a következő képlettel határozható meg: $A_{1\to 2} = qEd$.
- Az elektrosztatikus mező energetikai jellemzője a φ potenciál, ami az elektromos töltés W_p helyzeti energiájának, valamint a q töltés értékének a hányadosával egyenlő: $\varphi = \dfrac{W_p}{q}$. A potenciál mértékegysége az SI rendszerben a volt (V); 1 V = 1 J / 1 C.
- A tér φ potenciálja a Q töltéstől r távolságra lévő pontokban a következő képlet segítségével határozható meg: $\varphi = k\dfrac{Q}{r}$. Több töltés által létrehozott elektromos mező potenciálja: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n$.
- A két pont közötti $(\varphi_1 - \varphi_2)$ potenciálkülönbség olyan skaláris fizikai mennyiség, amely az elektrosztatikus mező erőinek a töltés kezdeti pontból a végpontba való elmozdítására fordított $A_{1\to 2}$ munkájának és a q töltésnek a hányadosával egyenlő: $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{A_{1\to 2}}{q}$. A homogén elektrosztatikus mező térerőssége és a $(\varphi_1 - \varphi_2)$ potenciálkülönbség közötti összefüggés: $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$.
- Az elektrosztatikus mezők szemléltetésére az erővonalakon kívül ekvipotenciális felületeket – azonos potenciálú felületet – is használnak..

Ellenőrző kérdések

1. Hogyan határozzák meg a homogén elektrosztatikus mezőnek a töltések adott térben történő elmozdításakor végzett munkáját? Függ-e az elektrosztatikus mező által végzett munka a mozgáspályától? **2.** Mivel egyenlő két pontszerű töltés kölcsönhatásának helyzeti energiája? **3.** Mit nevezünk az elektrosztatikus mező potenciáljának? **4.** Hogyan határozzák meg a pontszerű töltés terének potenciálját? **5.** Mit nevezünk potenciálkülönbségnek? **6.** Milyen összefüggés van a homogén elektrosztatikus mező térerőssége és potenciálkülönbsége között?

7. Milyen felületeket nevezünk ekvipotenciálisaknak? **8.** Hogyan helyezkednek el az elektromos mező erővonalai az ekvipotenciális felülethez viszonyítva?

42. gyakorlat

1. A q és $2q$ nagyságú töltések egymástól R távolságra helyezkednek el. Hogyan változik a töltések kölcsönhatásának helyzeti energiája, ha a közöttük lévő távolságot a kétszeresére növelik? Ha a töltések nagyságát növelik a kétszeresére?

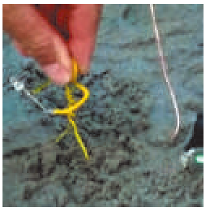
2. A homogén, 500 N/C erősségű térben a $q=-40$ nC töltést az erővonalak irányában 15 cm-re mozdították el. Mekkora az elektromos mező munkavégzése? Hogyan változott a töltés helyzeti energiája?

3. A 2 μC nagyságú töltést a $Q=5$ μC pontszerű töltéstől 10 cm-re lévő A pontból a Q töltéstől 5 cm-re található B pontba helyezték át. Mekkora munkát végzett az elektromos mező? Függ-e az elvégzett munka a töltés mozgáspályájától?

4. Az elektrosztatikus mezőben a 450 V potenciálú pontból a 900 V potenciálú pontba egy negatív töltésű részecske mozog. Az elektromos mező eközben 1,8 μJ munkát végez. Határozzátok meg a részecske töltését!

5. A $3\cdot10^7$ m/s sebességgel mozgó elektron berepül az elektromos térbe. Mekkora potenciálkülönbséget kell befutnia az elektronnak ahhoz, hogy sebessége $1\cdot10^7$ m/s-ra csökkenjen!

Kísérleti feladat



Tisztában vagytok vele, milyen veszélyes a feszültség alatt lévő huzal érintése. Viszont sok olyan eset ismeretes, amikor az ember vagy állat akkor vesztette életét, amikor egy leszakadt vezeték közelébe került. A kísérlet elvégzése után megértitek, hogyan előzhetők meg a hasonló balesetek. Szükségetek lesz: két szál vastag, szigetelt, 10–15 cm és egy szál 20–25 cm hosszúságú huzalra, fénydiódára (LED fényforrásra), egyenáramú áramforrásra (40 V), két edényre, melyek közül egyikben száraz, míg a másikban nedves homok van.

1. Tisztítsátok le a huzalok végeit, és a két rövidebből alakítsátok ki az ábrán látható huzalfigurát!
2. A huzalok egyik végét kössétek a LED fényforráshoz, a másik végét pedig helyezzétek a nedves homokba!
3. A hosszú huzal egyik végét csatlakoztassátok az áramforrás pozitív sarkához, a másik végét pedig süllyesszétek a homokba!

Kapcsoljátok be az áramforrást, és a LED égőt figyelve végezzetek el néhány kísérletet: a huzalfigurát először közelítsétek a homokba süllyesztett huzalhoz, majd távolítsátok el tőle; a huzalfigurák egyik végét helyezzétek egymáshoz teljesen közel, épp hogy csak ne érintkezzenek, majd növeljétek a közöttük lévő távolságot; szigeteljétek le a huzalfigurák végeit; helyezzétek azok végeit a száraz homokba! Vonjatok le következtetéseket!

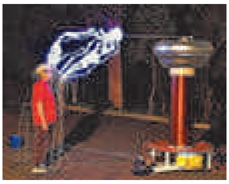
Fizika és technika Ukrajnában

A **Lembergi Politechnikai Nemzeti Egyetem** – Kelet-Európa legrégebbi műszaki egyeteme (1816-ban alapították).

200 éves történelme során az egyetemen több mint 250 ezer szakembert bocsátott ki, Lviv városának minden 12. lakosa az egyetem végzőse.

Az egyetemen a következő irányú tudományos iskolák működnek: matematika, elméleti és alkalmazott mechanika, rádiótechnika, elektrotechnika, csillagászat, geodézia, műszergyártás, méréstechnika, nanoanyagok és nanotechnológiák, energia- és nyersanyag-takarékos technológiák, perspektivikus számítógépes rendszerek és informatikai technológiák.

43. §. VEZETŐK ÉS DIELEKTRIKUMOK AZ ELEKTROMOS TÉRBEN



A gravitációs és az elektrosztatikus kölcsönhatások közötti analógiák tanulmányozása során több közös tulajdonságot is felfedeztünk. Viszont tulajdonságaikban jelentős eltérések is tapasztalhatók. Az egyik ilyen, hogy a gravitációs hullámok mindenen áthatolnak és leárnyékolhatatlanok. Valóban, a nehézségi erőt nem tudjuk kivédeni. Az elektrosztatikus mező hatása ellen ugyanakkor védekezhetünk, vezetőkből védelmet kiépítve. Megvizsgáljuk, miért lehetséges ez.

1 A vezetők belső felépítésének jellegzetességei

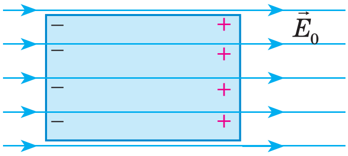
Bármilyen anyag molekulákból, atomokból és ionokból áll, amelyek töltött részecskéket tartalmaznak. Ezért, ha a testet elektromos mezőbe helyezzük, ez a testet alkotó anyagban változásokat eredményez. Érthető, hogy ezek a változások függnek magának az anyagnak a tulajdonságaitól. Elektromos tulajdonságaik alapján az anyagokat az alábbiak szerint csoportosíthatjuk: *vezetők, szigetelők (dielektrikumok)* és *félvezetők*.

Vezetők – *az elektromos áramot jól vezető anyagok*. Ahhoz, hogy az anyag vezető legyen, olyan töltött részecskékkel kell rendelkeznie, amelyek szabadon mozoghatnak. A vezetők tipikus példái a fémek. A fémek szabad elektronok *felhőjében* lévő pozitív töltésű ionokból álló kristályrácsból tevődnek össze. Éppen a szabad elektronoknak köszönheti a fém a vezetőképességét. Vezetők még az elektrolitok és bizonyos feltételek mellett a gázok. Az elektrolitokban a szabad töltött részecskék a pozitív és negatív ionok, a gázokban pedig ezek mellett az elektronok.

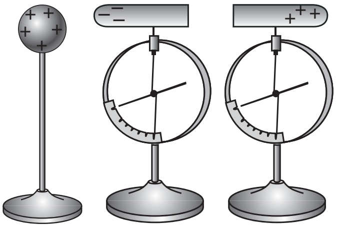
2 A vezetők elektrosztatikus tulajdonságai

***1. tulajdonság**. A vezető belsejében az elektrosztatikus térerősség nulla.* Helyezzük a fémvezetőt elektrosztatikus mezőbe (43.1. ábra). Az elektromos erők hatására a szabad elektronok mozgása irányítottá válik. Ha az elektromos mező nem elég nagy, az elektronok nem tudják elhagyni a vezetőt, és felületének egy részén gyűlnek össze – a vezetőnek ez a része negatív töltésű lesz; az ellentétes oldal pozitív töltésűvé válik (ezt az ott maradt pozitív ionok alkotják). A vezető felszínén *megosztott* (indukált) elektromos töltések jelennek meg, miközben a vezető össztöltése változatlan marad (43.2. ábra).

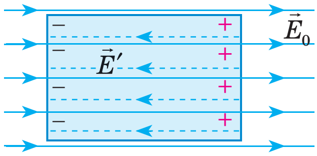
Az elektrosztatikus indukció az elektromos töltések megoszlása az elektrosztatikus mezőbe helyezett vezetőben, aminek eredményeként a vezető felszínén elektromos töltések keletkeznek.



43.1. ábra. A külső elektromos mező a vezető felszínén ellentétes előjelű töltéseket indukál



43.2. ábra. Ha két, egymással érintkező vashengert szétválasztanak egy feltöltött gömb közvetlen közelében, úgy mindkét henger feltöltődik



$E = E_0 - E = 0$

43.3. ábra. A vezetőben a töltésszétválasztás addig tart, amíg a vezető belsejében a külső $\vec{E}'$, és belső $\vec{E}_0$ mezőből származó elektromos térerősség nem lesz egyenlő egymással

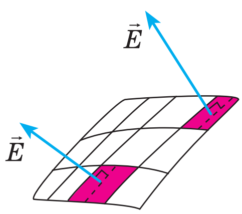
Az így felhalmozott töltések létrehozzák a saját $\vec{E}'$, térerősségű elektromos mezejüket, amely ellentétes irányú a külső mező $\vec{E}_0$ térerősségével (43.3. ábra). A töltésszétválasztás a vezetőben addig tart, amíg az indukált töltések által létrehozott erőtér a vezető belsejében teljesen kompenzálja a külső teret. Rövid időn belül a vezető belsejében az $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ *eredő térerősség nullával lesz egyenlő.*

Milyen folyamat menne végbe, ha a vezető belsejében hosszú ideig létezne az elektromos mező?

2. tulajdonság*. A vezető felülete ekvipotenciális.* Ez a tulajdonság a térerősség és a potenciálkülönbség közötti $E = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$ összefüggés egyenes következménye. Ha a térerősség a vezető belsejében nulla, akkor a potenciálkülönbség is nulla, ezért a vezető összes pontjának potenciálja azonos.

3. tulajdonság*. A vezető teljes statikus töltése annak felületén koncentrálódik.*

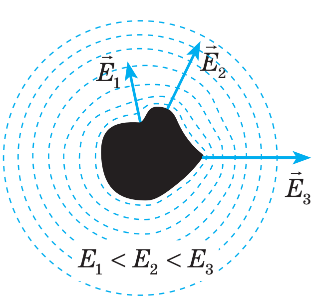
Ez a tulajdonság Coulomb törvényének és az egynemű töltések közötti taszítóerőnek a következménye.



43.4. ábra. A vezető fel*ületének* tetszőleges pontjában az elektromos mező $\vec{E}$ *térerőssége* merőleges erre a felületre

4. tulajdonság*. A vezető elektrosztatikus mezejének térerősségvektora merőleges annak felületére* (43.4. ábra).

A 4. tulajdonságot indirekt bizonyítási eljárással igazoljuk. Tételezzük fel, hogy a vezető felületének valamely pontjában az elektrosztatikus mező $\vec{E}$ térerősségvektora a vezető felületével a derékszögtől eltérő szöget zár be. A vektort két összetevőjére bontjuk: a felület normálisára, amely a felületre merőleges $\vec{E}_n$ vektor, valamint az $\vec{E}_\tau$ tangenciális vektorra, amely azonos irányú a felülethez húzott érintővel. Az $\vec{E}_\tau$ hatására az elektronok irányítottan mozognak a felületen, ami azt jelenti, hogy a vezető felületén elektromos áram folyik. Ez pedig ellentmond az energiamegmaradás törvényének, tehát: $\vec{E}_\tau = 0$, ezért $\vec{E} = \vec{E}_n$.



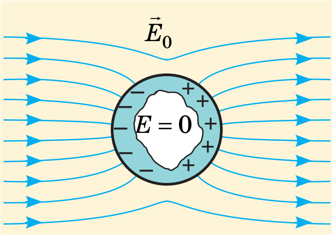
43.5. ábra. A vezető elektrosztatikus mezejének térerőssége a kiszögelléseken nagyobb, az üregekben kisebb

5. tulajdonság. *Az elektromos töltések a vezető felületén úgy oszlanak el, hogy a vezető elektrosztatikus térerőssége a kiszögelléseknél (csúcsoknál, éleknél) nagyobb, míg az üregeknél kisebb értéket mutat* (43.5. ábra).

3 Hogyan alkalmazzák a vezetők elektrosztatikus tulajdonságait?

Felsorolunk néhány példát a vezetők elektrosztatikus tulajdonságainak felhasználására.

Elektrosztatikus védelem. Néha felmerül a különböző testek, műszerek külső elektromos tértől való védelmének szükségessége. Nyilvánvaló, hogy ezeket a testeket fémburokba kell helyezni, mivel a külső elektromos mező az indukált töltések megjelenését csak a vezető felületén váltja ki, a belsejében lévő tér nullával egyenlő (43.6. ábra). Hasonló eredmény érhető el abban az esetben is, ha az összefüggő vezetőburkot lecseréljük kis lyukú fémhálóra: az elektromos tér a hálón a lyukak nagyságának megfelelő távolságra hatol be.

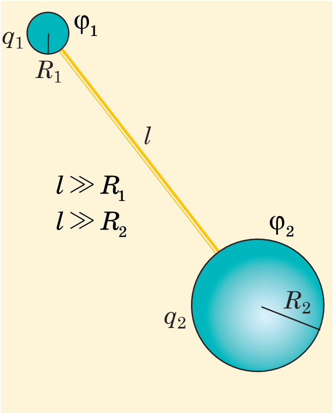


43.6. ábra. Elektrosztatikus védelem. A külső elektromos mező hatására a gömb felületén indukált töltések keletkeznek, melyeknek tere árnyékolja a külső elektromos mezőt; a gömb belsejében a térerősség nulla lesz

Földelés. Ahhoz, hogy egy kisebb feltöltött testet kisüssünk (megszabadítsunk töltéseitől), össze kell kötni vezetőn keresztül egy nagyobb testtel, mivel azok több elektromos töltést tudnak magukban felhalmozni. Az állítás igazolásához megvizsgálunk két, vezetővel összekötött R_1 és R_2 sugarú vezetőgömböt, melyek egymástól (sugarukhoz viszonyítva) jelentős l távolságra vannak (43.7. ábra). A rendszerrel közvetített Q elektromos töltés a gömbök között úgy oszlik meg, hogy a potenciáljuk egyenlő lesz $(\varphi_1 = \varphi_2)$. A gömbök közötti távolság jóval nagyobb azok sugaránál, ezért a gömbök φ_1 és φ_2 potenciáljainak kiszámításánál figyelmen kívül hagyható erőtereik kölcsönhatása, így a gömbök potenciáljának a képletét alkalmazzuk:

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{R_1}; \quad \varphi_2 = k\frac{q_2}{R_2}.$$

Mivel $\varphi_1 = \varphi_2$, azt kapjuk, hogy a gömbök töltése egyenesen arányos sugaraikkal: $\frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2}$.



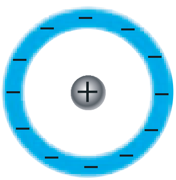
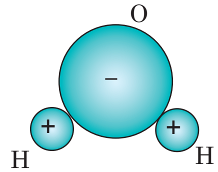
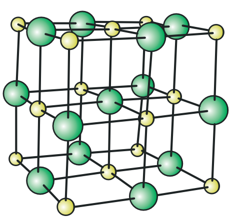
43.7. ábra. Két, vezetővel összekötött vezetőgömb által alkotott rendszerrel közölt Q töltés a gömbök között úgy oszlott el, hogy azok φ_1 és φ_2 potenciáljai egyenlők lesznek

Jegyezzétek meg! Ha a feltöltött gömbök egyike jelentősen nagyobb a másiknál, úgy azok összekötésekor a teljes töltés a nagyobbik gömbön halmozódik fel. Ez az állítás igaz különböző formájú vezetőkre is. Ha a feltöltött elektroszkópot kézzel érintjük meg, az azon lévő töltés megoszlik a műszer és az emberi test között. Mivel az utóbbi mérete jóval nagyobb, ezért az összes töltés a testre helyeződik át.

Gyakran a Földet használják nagyméretű testként: ha meg szeretnénk védeni egy eszközt attól, hogy rajta töltések halmozódjanak fel, leföldeljük, vagyis egy földbe leásott erős vezetővel kötjük össze.

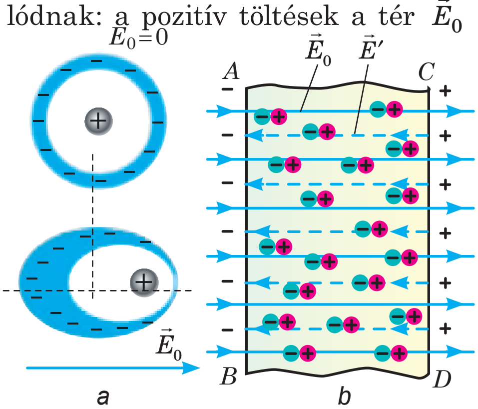
4 Melyek a dielektrikumok belső felépítésének jellegzetességei?

Dielektrikumoknak nevezzük azokat az anyagokat, amelyek rosszul vezetik az elektromos áramot: normál körülmények között nem rendelkeznek szabad töltéshordozókkal. Kémiai összetételük szerint a dielektrikumok három csoportra oszthatók.

Apoláris dielektrikumok	Poláris dielektrikumok	Ionrácsos dielektrikumok
Olyan anyagok, melyek molekulái (atomjai) apolárisak: külső elektrosztatikus mező hiányában a pozitív és negatív töltésközéppontok egybeesnek.	*Poláris molekulákból álló anyagok:* külső elektrosztatikus mező hiányában a pozitív és negatív töltésközéppontok nem esnek egybe, azaz az elektronfelhők a molekulákban az atomok egyikéhez tolódnak el	*Ionos szerkezetű anyagok.* Köztük a sók és lúgok, például a nátrium-klorid $(NaCl)$. Sok ionrácsos dielektrikum kristályrácsa két egymásba helyezett kristályrácsból áll, melyek mindegyikét azonos előjelű ionok alkotják. Külső tér hiányában a kristályrács összességében semleges.
		
Az ilyen anyagok tipikus példái az egyatomos nemesgázok; a szimmetrikus kétatomos molekulából álló gázok; némely szerves anyag; műanyagok.	A poláris dielektrikumok egyik példája a víz (H_2O). A víz molekulái, mint más poláris dielektrikumok molekulái, *elektromos dipólusok.*	

5 Hogyan hat az elektrosztatikus mező a dielektrikumokra?

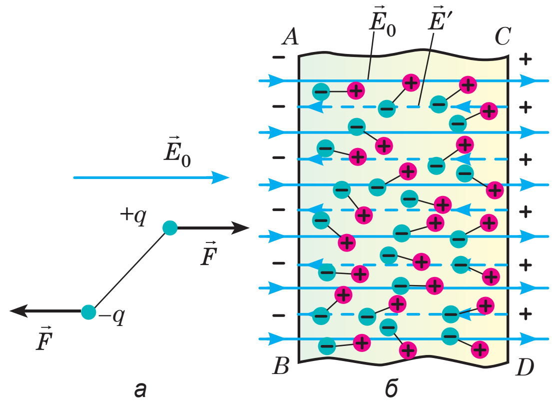
Ha a dielektrikumot külső elektrosztatikus mezőbe helyezzük, az a *dielektrikum polarizációját* vonja maga után. Az *apoláris* dielektrikumok polarizációja során *elektronpolarizáció vagy elektromos polarizáció* jön létre. A külső elektrosztatikus mező hatására az apoláris dielektrikumok molekulái polarizálódnak: a pozitív töltések a tér $\vec{E}_0$ térerősségvektorának irányába mozdulnak el, a negatívok pedig az ellenkező irányba (43.8. a ábra). Végül a molekulák elektromos dipólusokká alakulnak át, melyek a külső tér erővonalainak mentén láncot alkotnak. Ennek eredményeként az *AB* és *CD* felszíneken ellentétes előjelű kiegyenlítetlen *kötött* töltések jelennek meg saját teret alkotva, melyek $\vec{E}'$, térerőssége a külső tér $\vec{E}_0$ térerősségével szemben irányul (43.8. *b* ábra).



43.8. ábra. Apoláris dielektrikum az $\vec{E}_0$ térerősségű elektrosztatikus mezőben

A poláris dielektrikumok polarizációja során orientációs polarizáció lép fel. A külső elektromos mező hatására a dipólok* úgy fordulnak el, hogy tengelyeik a tér erővonalai mentén helyezkedjenek el. Ugyanakkor a molekulák hőmozgása, amely dezorientációs (eltérítő) tényezőként lép fel, gátolja ezt a folyamatot, ezért a dipólok csak részlegesen rendeződnek (43.9. ábra).

A molekulák elhelyezkedésének rendezettsége ahhoz vezet, hogy az *AB* és *CD* felszíneken ellentétes előjelű kiegyenlítetlen kötött töltések jelennek meg. Ezek a töltések saját $\vec{E}'$, térerősségű mezőt alkotnak, melynek iránya ellentétes a külső tér $\vec{E}_0$ térerősségével.



43.9. ábra. Poláris dielektrikum az $\vec{E}_0$ térerősségű elektrosztatikus mezőben

Megjegyezzük, hogy a poláris dielektrikumokban jelen van a *polarizáció elektromos mechanizmusa*, vagyis az elektromos mező hatására a molekulákban töltéseltolódás történik.

Az ionos dielektrikumok polarizációjának folyamatában ionos polarizáció figyelhető meg. A külső tér hatására a pozitív ionok elmozdulnak a tér irányába, a negatív ionok pedig az ellenkező irányba, aminek következtében a kristályok élein kiegyenlítetlen kötött töltések jönnek létre, azaz a kristály polarizálódik. Meg kell jegyeznünk, hogy az ionos polarizáció önállóan nem figyelhető meg, azt minden esetben elektronpolarizáció kíséri.

6 Hogyan hat a dielektrikum az elektrosztatikus mezőre?

A szigetelők polarizációjának különböző mechanizmusait tanulmányozva meggyőződhettetek arról, hogy amikor a dielektrikum külső elektrosztatikus mezőbe kerül, annak felületén kötött töltések jelennek meg. A kötött töltések $\vec{E}'$, térerősségű elektromos teret hoznak létre, melynek iránya a dielektrikum belsejében ellentétes a külső mező $\vec{E}_0$ térerősségvektorának az irányával. Ennek következtében a tér a dielektrikum belsejében gyengül. Végső soron az mező $\vec{E}$ eredő térerőssége a dielektrikum belsejében nagyságát tekintve kisebb a külső tér $\vec{E}_0$ térerősségénél: $E = E_0 - E'$. Az $\vec{E}$ térerősség csökkenésének és a vákuumban mért $\vec{E}_0$ térerősségnek a hányadosát, az **anyag** ε **dielektromos állandójának** (**permittivitásának**) nevezzük. A dielektromos állandó az adott dielektrikumot jellemző skaláris fizikai mennyiség:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}$$

A különböző anyagok dielektromos állandója több tízszeresével is különbözhet egymástól. Például a gázok dielektromos állandója egyhez közelít, a ritka

* Dipól: olyan részecske, melyben a pozitív és negatív töltések középpontja nem esik egybe.

és szilárd nem poláris dielektrikumoké egyes nagyságrendű, a poláris dielektrikumoké pedig tízes nagyságrendű (a víznek $\varepsilon = 81$). Léteznek anyagok, melyek dielektromos állandója tíz-, illetve százezres nagyságrendű (ezeket *ferroelektromos* (vagy *seignette-elektromos*) anyagoknak nevezik).

Az elektromos térerősség ε-szeres csökkenése a vákuumban létesített térerősséghez képest ugyanilyen csökkenést eredményez a dielektrikumban lévő pontszerű töltések elektrosztatikus kölcsönhatásának erejében. Ezért két q_1 és q_2 értékű, a dielektrikumban egymástól r távolságra lévő elektromos töltés kölcsönhatása esetében Coulomb törvénye a következő alakot veszi fel: $F = k\dfrac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon r^2}$.

Ugyanígy változnak meg a dielektrikumban lévő pontszerű Q töltés által létrehozott tér φ potenciáljának és E térerősségének meghatározására szolgáló képletek: $\varphi = k\dfrac{Q}{\varepsilon r}$, $E = k\dfrac{|Q|}{\varepsilon r^2}$, ahol r a töltésnek és annak a pontnak a távolsága, amelyben a térerősséget vagy a potenciált határozzák meg.

? Összegezzétek önállóan a 43. §-t! Ne használjatok többet 150–200 szónál!

Ellenőrző kérdések

1. Milyen anyagokat nevezünk vezetőknek? **2.** Mi az elektromos indukció (megosztás)? **3.** Nevezzétek meg a vezetők legfontosabb elektrosztatikus tulajdonságait! **4.** Hogyan védik meg a berendezéseket és műszereket az elektromos erőtér hatásától? **5.** Milyen célból alkalmaznak földelést? **6.** Milyen anyagokat nevezünk dielektrikumoknak? Mondjatok példákat! **7.** Miben különböznek a poláris és az apoláris dielektrikumok egymástól? **8.** Mit nevezünk a dielektrikum polarizációjának? Mi a mechanizmusa? **9.** Mit jellemez az anyag dielektromos állandója?

43. gyakorlat

1. Miért vonzódnak a töltés nélküli testek a töltéssel rendelkezőkhöz?

2. A feltöltött elektrométer gömbjéhez egy töltés nélküli vezetőt közelítenek (amely nem ér a gömbhöz). Hogyan és miért változik az elektrométer mutatójának az állása? A feleletet ellenőrizzétek kísérletileg!

3. Hogyan változnak a 43.2. ábrán bemutatott kísérlet eredményei, ha a henger dielektrikumból készült? A feleletet magyarázzátok meg!

4. Egy selyemcérnán függő feltöltetlen fóliahüvelyhez egy feltöltött rúddal közelítünk. Írjátok le, és magyarázzátok meg a hüvely viselkedését!

5. Egy feltöltött elektrométer gömbje fölé egy töltés nélküli plexiüvegdarabot rögzítettek. Hogyan változik az elektrométer mutatójának állása?

6. Két azonos nagyságú töltéssel rendelkező kis golyót 50 cm-re helyeztek el egymástól a transzformátorolajban. A golyók 2,2 mN erővel hatnak egymásra. Határozzátok meg a golyók töltésének nagyságát! A transzformátorolaj dielektrikus állandója 2,2.

7. A 40 g tömegű és 4,2 cm^3 térfogatú, töltéssel rendelkező fémgolyót egy transzformátorolajat tartalmazó edénybe süllyesztették. Miután a rendszert homogén, 4,0 MV/m erősségű elektrosztatikus térbe helyezték, a golyó a felszínre úszott. Határozzátok meg a golyó minimális töltését! Az olaj sűrűsége 800 kg/m^3, a dielektromos állandó pedig 5.

8. Milyen szerkezetet ábrázol a 43. §. elején található fénykép? Ki, mikor és milyen célból hozta létre?

44. §. ELEKTROMOS KAPACITÁS. KONDENZÁTOROK. A FELTÖLTÖTT KONDENZÁTOR ENERGIÁJA

Már az első osztályosok is tisztában vannak vele, hogy a pénzt a bankokban őrzik. De vajon hol tárolják a töltéseket? És miért is kell őket tárolni? Ezekre a kérdésekre kaptok választ ebben a paragrafusban.

1 Mi az elektromos kapacitás?

Az *elektromos kapacitás* a vezető vagy néhány vezetődből álló rendszer elektromos töltésfelhalmozó képességét jellemzi.

Megkülönböztetünk különálló vezető és vezetők rendszerének elektromos kapacitását (például ilyen a kondenzátor). *Különállónak* azt a vezetőt nevezzük, amely annyira távol van a testektől, hogy azok semmilyen hatást nem gyakorolnak a vezetőre.

A **különálló vezető** (C) elektromos kapacitása – skaláris fizikai mennyiség, amely a vezető töltésfelhalmozó képességét jellemzi, és egyenlő a különálló vezető q töltésének és φ potenciáljának arányával::

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Az elektromos kapacitás mértékegysége a SI rendszerben – **a farad: [C] = 1 F** (Faraday tiszteletére nevezték el). 1 F annak a vezetőnek az elektromos kapacitása, amely 1 C töltés hatására 1 V potenciállal rendelkezik; $\mathbf{1\ F = 1\ \frac{C}{V}}$.

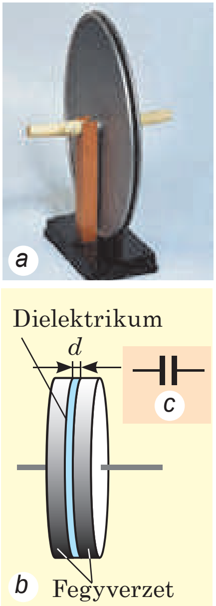
Mivel 1 F nagyon nagy kapacitási egység, ezért általában annak törtrészeit használják: $1\ pF = 10^{-12}$ F; $1\ nF = 10^{-9}$ F; $1\ \mu F = 10^{-6}$ F.

2 Mi a kondenzátor?

A **kondenzátor** (44.1. ábra) olyan eszköz, amely két párhuzamos vezetőből (fegyverzetből) és az azokat elválasztó dielektrikumrétegből áll, melynek vastagsága csekély a fegyverzetek méreteihez képest.

A kondenzátor fegyverzeteire nagyságukat tekintve egyenlő, de ellenkező előjelű töltéseket közlünk: a különböző előjelű töltések vonzzák egymást, tehát a fegyverzetek belső felületein helyezkednek el.

A kondenzátor feltöltéséhez általában mindkét fegyverzetét összekötik az akkumulátor pólusaival: ennek következtében a fegyverzeteken azonos nagyságú, de ellentétes előjelű töltések jelennek meg. Az eredmény akkor sem változik, ha csak az egyik fegyverzetre kötjük az akkumulátor



44.1. ábra. Iskolai levegős kondenzátor: a – külalakja; b – felépítése; c – jelölése a kapcsolási rajzokon egyik pólusát, a másikat pedig leföldeljük: ebben az esetben az elektrosztatikus megosztás hatására a leföldelt fegyverzeten szintén megjelenik a töltés, amely megegyezik a másikon lévő töltés nagyságával, csak ellenkező az előjele.

A kondenzátor töltésén az egyik fegyverzetén lévő töltés nagyságát értik. A kondenzátor q töltésének és a fegyverzetei $(\varphi_1 - \varphi_2)$ potenciálkülönbségének az aránya nem függ sem a q, sem a $(\varphi_1 - \varphi_2)$, értékétől, vagyis a kondenzátor jellemzőjeként szolgálhat. Az ilyen jellemzőt a *kondenzátor elektromos kapacitásának nevezzük*. A kondenzátor elektromos kapacitása a következő képlettel határozható meg:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \text{ vagy } C = \frac{q}{U},$$

ahol U – a fegyverzetek közötti feszültség, amely jelen esetben a közöttük lévő potenciálkülönbséggel egyenlő.

A kísérletek azt mutatják, hogy a kondenzátor kapacitása növekszik, ha növelik a fegyverzetek felszínének területét, vagy közelítik azokat egymáshoz. A kapacitásra hatással van a felhasznált dielektrikum tulajdonsága is: minél nagyobb annak dielektromos állandója, annál nagyobb a kondenzátor kapacitása annak a kondenzátornak a kapacitásához képest, amelyben dielektrikumként levegő szolgál.

A *síkkondenzátor* két párhuzamos, dielektrikumréteggel elválasztott fémlemezből (fegyverzetből) áll (44.1. ábra). Az síkkondenzátor elektromos kapacitását a következő képlettel határozzák meg:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

ahol $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m – elektromos állandó; ε – a dielektrikum dielektromos állandója; S – a lemezek területe; d – a lemezek közötti távolság.

A síkkondenzátor lemezei közötti tér homogén, ezért a lemezek közötti tér E térerőssége és a kondenzátor lemezein lévő U feszültség közötti összefüggés a következő képlettel fejezhető ki: $U = Ed$.

3 Hogyan számítják ki a kondenzátortelepek elektromos kapacitását?

Minden kondenzátort a *kapacitás és a U_{max} maximális üzemi feszültség jellemez*. Ha a kondenzátorban a feszültség jelentősen túllépi az U_{max} értéket, akkor a kondenzátor átüt – a fegyverzetek között szikra jön létre, amely megrongálja a szigetelést. Ahhoz, hogy adott üzemfeszültség mellett létrehozzák a szükséges elektromos kapacitást, úgynevezett *kondenzátortelepeket* hoznak létre, miközben *párhuzamos, soros és vegyes kapcsolást* alkalmaznak.

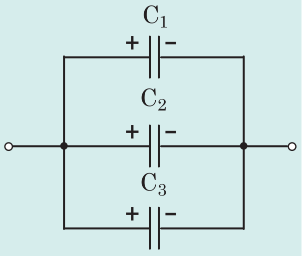
A könnyebb érthetőség kedvéért megvizsgálunk egy három, egyenként C_1, C_2 és C_3 kapacitással rendelkező kondenzátor által alkotott telepet.

*A **kondenzátorok párhuzamos kapcsolása*** esetén a kondenzátorok pozitív töltéssel rendelkező fegyverzete egy csomópontban, míg a negatív töltéssel rendelkezők egy másik csomópontban vannak összekötve (44.2. ábra). Ebben az esetben a kondenzátortelep q össztöltése az azt alkotó kondenzátorok töltéseinek algebrai összegével egyenlő: $q = q_1 + q_2 + q_3$, ahol q_1, q_2, és q_3 – az első, második és harmadik kondenzátor töltése.

A csomópontba összekötött fegyverzetek egy vezetőt alkotnak, ezért a potenciáljuk és a kondenzátorok fegyverzetei közötti potenciálkülönbség (feszültség) azonos: $U = U_1 = U_2 = U_3$.

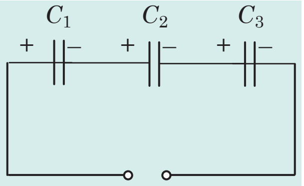
Tehát a kondenzátorok párhuzamos kapcsolása esetén a telep megengedett üzemfeszültsége egy kondenzátor üzemfeszültsége segítségével határozható meg.

Mivel $q = CU$, $q_1 = C_1U$, $q_2 = C_2U$, $q_3 = C_3U$, ezért $CU = C_1U + C_2U + C_3U$, tehát a három párhuzamosan összekapcsolt kondenzátor alkotta telep elektromos kapacitása a következő: $C = C_1 + C_2 + C_3$.



44.2. ábra. Három párhuzamosan összekapcsolt kondenzátor alkotta telep

Soros kapcsolás *esetén* a kondenzátorokat az ellentétes töltésű fegyverzetükkel kötik össze (44.3. ábra). Ebben az esetben az egymás mellett elhelyezkedő kondenzátorok ellentétes töltésű fegyverzeteinek potenciálja azonos: $q = q_1 = q_2 = q_3$.



44.3. ábra. Három sorosan összekapcsolt kondenzátor alkotta telep

Az egymással sorosan kapcsolt kondenzátorok által alkotott telep feszültsége az egyes kondenzátorok feszültségének összegével egyenlő: $U = U_1 + U_2 + U_3$.

Tehát, a sorosan összekapcsolt kondenzátorok által alkotott telep megengedett üzemfeszültsége nagyobb az egyes kondenzátorok megengedett üzemfeszültségénél.

Soros kapcsolás esetében a telep kapacitása a következő képlettel határozható meg: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$.

Vezessétek le önállóan az utolsó képletet!

Kondenzátorok soros kapcsolása esetén a telep kapacitása kisebb, mint a telepet alkotó legkisebb kapacitású kondenzátoré.

A felírt összefüggéseket általánosíthatjuk *tetszőleges számú kondenzátort* tartalmazó telep esetén is.

Jegyezzétek meg!

- Ha a telep n számú párhuzamosan összekapcsolt, egyenként C' kapacitású kondenzátort tartalmaz, akkor:

$$C = nC'$$

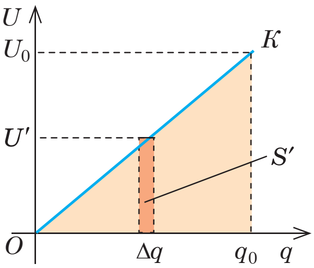
- Ha a telep n számú sorosan összekapcsolt, egyenként C' kapacitású kondenzátort tartalmaz, akkor:

$$\frac{1}{C} = \frac{n}{C'}, \text{ vagy } C = \frac{C'}{n}$$

4 Mivel egyenlő a síkkondenzátor energiája?

A feltöltött kondenzátor a töltéssel rendelkező rendszerekhez hasonlóan energiával rendelkezik. Erről könnyen meggyőződhetünk egy egyszerű kísérlet segítségével. A feltöltött kondenzátor fegyverzetéhez zseblámpaizzót kapcsolunk, és azt tapasztaljuk, hogy az áramkör zárásakor az izzó felvillan. Ezután megmérjük a kondenzátor lemezei közötti feszültséget – a feszültség nulla értéket mutat, tehát a kondenzátor kisült. Ez arról tanúskodik, hogy a feltöltött kondenzátor energiával rendelkezett, amelynek egy része fényenergiává alakult át.

Kiszámítjuk a C kapacitású, q_0 töltéssel rendelkező, U_0 feszültségre feltöltött kondenzátor energiáját. Ezt az energiát pontosabban a töltött kondenzátor fegyverzetei között létrejött elektrosztatikus tér energiájának is nevezhetjük,



44.4. ábra. A töltött kondenzátor elektromos tere által a kondenzátor kisülése során végzett munkájának a kiszámításához

mivel bármely tetszőleges, töltéssel rendelkező testek energiája az általuk alkotott elektromos térben koncentrálódik

Kisülés esetén a kondenzátor lemezein lévő U feszültség a kondenzátor q töltésével egyenes arányos változik: $C=\frac{q}{U}\Rightarrow U=\frac{1}{C}q$, ezért az $U(q)$ függvény grafikonja a 44.4. ábrán látható alakot veszi fel.

A kondenzátor teljes töltését elméletben apró, Δq „adagokra" osztjuk és feltételezzük, hogy minden egyes „adag" elvesztése során a kondenzátorban lévő feszültség nem változik. Ezáltal sok sáv jön létre. A sávok S' területe oldalainak szorzatával egyenlő, vagyis: $S'=\Delta qU'=A'$, ahol U' – az a feszültség, amely alatt a kondenzátor elveszítette az adott Δq *töltésadagját;* A' – a tér által a Δq töltésadag elveszítése során végzett munka.

Érthető, hogy a tér által a kondenzátor töltésének q_0-ról 0-ra történő csökkenése közben végzett teljes munkát a színes háromszög területe határozza meg. Tehát, $A=\frac{q_0U_0}{2}$. Figyelembe véve, hogy $q_0=CU_0$, a következőt kapjuk: $A=\frac{CU_0^2}{2}$, vagy $A=\frac{q_0^2}{2C}$.

Másik részről, ez a munka egyenlő a kondenzátor elektromos tere energiájának W_p-ről 0-ra való csökkenésével: $A=W_p-0=W_p$.

Tehát, *az U feszültségre feltöltött, C kapacitású, q töltéssel rendelkező kondenzátor* W_p *energiája a következő képlettel határozható meg:*

$$W_p=\frac{qU}{2}=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}$$

5 Miért van szükség kondenzátorokra?

A modern ***technikában*** nehéz olyan ágazatot találni, amelyben ne használnának széleskörűen kondenzátorokat. Nem működnek kondenzátorok nélkül a *rádió-* és a *televízió készülékek* (rezgőkörök hangolása és beállítása), *rádiólokációs készülékek, lézertechnikai berendezések* (nagy energiájú impulzusok fogadása), a *telefon-* és *telegráfipar* (az egyenáramú és váltóáramú körök szétválasztása, szikra keletkezésének megakadályozása az érintkezéseknél), *elektromos mérőműszerek* (kapacitási minták létrehozása). És a felsorolás még korántsem teljes körű.

Az ***elektroenergetikában*** szintén sokrétűen használják a kondenzátorokat: jelen vannak a fénycsöves világítótestekben, elektromos hegesztőkészülékekben, a feszültség stabilizátorokban.

A kondenzátorok különféle alkalmazása azok sokrétűségét igényli. Az egy grammnál is kisebb, alig néhány milliméteres miniatűr kondenzátorok mellett találkozhatunk néhány tonna tömegű, több méter magasságúakkal is. A modern kondenzátorok kapacitása a pikofarad részeitől a néhány tíz-, illetve százezer mikrofaradig, üzemfeszültsége pedig néhány volttól több száz kilovoltig terjedhet. A kondenzátorok az alábbi ismertetőjelek és tulajdonságok szerint osztályozhatók:

- *rendeltetésük szerint* – állandó és változó kapacitásúak;
- *fegyverzetük alakja szerint* – laposak, henger-, gömb- és egyéb alakúak;
- *a dielektrikum típusa szerint* – levegő, papír, csillámpala, kerámia, elektrolitikus és egyéb kondenzátorok.

Összegezés

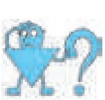
- A különálló vezető ***C*** elektromos kapacitása egyenlő a különálló vezető q töltésének és φ potenciáljának arányával: φ: $C=\dfrac{q}{\varphi}$. Az elektromos kapacitás mértékegysége a SI rendszerben – a farad (F).

A ***q*** töltéssel és lemezei közötti ***U*** feszültséggel rendelkező kondenzátor kapacitása: $C=\dfrac{q}{U}$. A síkkondenzátor kapacitása a következő képlettel határozható meg: $C=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$.

A szükséges kapacitás eléréséhez a kondenzátorokat telepekbe kapcsolják össze.

Fizikai mennyiség	A kondenzátorok összekötésének típusa	
	soros	párhuzamos
Töltés	$q=q_1=q_2=\ldots=q_n$	$q=q_1+q_2+\ldots+q_n$
Feszültség	$U=U_1+U_2+\ldots+U_n$	$U=U_1=U_2=\ldots=U_n$
Kapacitás	$\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}+\ldots+\dfrac{1}{C_n}$	$C=C_1+C_2+\ldots+C_n$

- A töltött kondenzátor energiájának képletei: $W_p=\dfrac{CU^2}{2}$; $W_p=\dfrac{q^2}{2C}$; $W_p=\dfrac{qU}{2}$.
- A kondenzátorokat rendeltetésük (állandó és változó kapacitásúak); fegyverzetük alakja (laposak, henger-, gömb alakúak); a dielektrikum típusa szerint (levegő, papír, csillámpala, kerámia, elektrolitikus) osztályozzák.

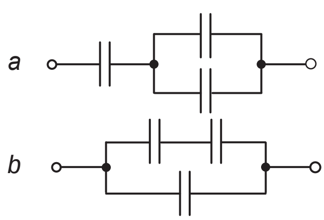


Ellenőrző kérdések

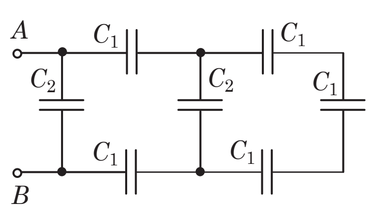
1. Mit nevezünk a különálló vezető elektromos kapacitásának? Mi a mértékegysége? **2.** Mi a kondenzátor? Mire szolgál? **3.** Miért töltik ki a kondenzátorok lemezei között lévő teret dielektrikumokkal? 4. Mitől függ a kondenzátor kapacitása? **5.** Milyen képlet segítségével határozzák meg a síkkondenzátor kapacitását? **6.** Milyen képlet segítségével határozható meg a sorosan összekapcsolt kondenzátorok által alkotott telep kapacitása? A párhuzamosan összekapcsolt kondenzátorok által alkotott telepé? **7.** Milyen képletek segítségével számítható ki a töltött kondenzátor energiája? **8.** Nevezzétek meg a kondenzátorok felhasználásának ágazatait. Soroljatok fel példákat! 9. Milyen típusú kondenzátorokat ismertek?

44. gyakorlat

1. A síkkondenzátor lemezei közötti feszültség 12 V. A kondenzátor töltése 60 μC. Mennyi a kondenzátor kapacitása? Mivel egyenlő az energiája? Hogyan változik a kondenzátor energiája, ha a feszültséget változatlanul hagyva kétszeresére növelik a lemezei közötti távolságot?
2. Négy azonos kondenzátort egyik esetben sorosan, míg a másik esetben párhuzamosan kapcsoltak össze. Melyik esetben lesz a kondenzátortelep kapacitása nagyobb és hányszor?
3. Határozzátok meg a kondenzátortelep kapacitását (1. ábra). A kondenzátorok mindegyikének kapacitása C.
4. A levegő síkkondenzátort feltöltés után lekapcsolták az energiaforrásról és kerozinba merítették. Hogyan változik meg a kondenzátor energiája? A kerozin dielektromos állandója 2,1.
5. Két darab, egyenként 1 és 2 μF kapacitású, egymással sorosan kapcsolt kondenzátort a 120 V feszültségű áramforráshoz kapcsolták. Mekkora a feszültség az első és a második kondenzátor fegyverzetei között?
6. A 100 V feszültségre feltöltött kondenzátort egy ugyanolyan kapacitású, de 200 V feszültségre feltöltött kondenzátorral párhuzamosan kapcsoltak össze. Mekkora feszültség jött létre a kondenzátorok fegyverzetei között?
7. A levegő síkkondenzátor fegyverzetei közötti távolságot 5 mm-ről 12 mm-re növelték. Mennyivel változott meg a kondenzátor energiája, ha a kondenzátorban lévő feszültség 180 V? A fegyverzet területe 174 cm^2.
8. Az A és B pólusokra $C_1 = 2$ μF és $C_2 = 1$ μF kapacitású kondenzátorokat csatlakoztattak (2. ábra). Számítsátok ki a kondenzátortelep kapacitását!



1. ábra



2. ábra

9. Kiegészítő információforrás segítségével tudjatok meg minél többet a kondenzátorok létrehozásának történetéről és a modern kondenzátorok gyártási technológiájáról!

Fizika és technika Ukrajnában

A Jurij Kondratyuk nevét viselő Poltavai Műszaki Egyetemet 1930. augusztus 18-án alapították mint a mezőgazdasági építészmérnökök főiskoláját. A főiskola első rektora (1930–1934) *Dmitro Ivanovics Iljasenko* volt. 1961-ben a tanintézményt építészmérnöki főiskolává, majd 1994-ben – Poltavai Műszaki Egyetemmé nevezték át. 2002-ben kapta meg a nemzeti státusát. Az egyetem 1997 júniusában vette fel Jurij Kondratyuk (Olekszander Sargel) nevét.

Napjainkban az egyetemen több mint 10 ezer hallgató tanul az intézmény 8 szakának 42 szakképzésén. Legnépszerűbbek a tervezői, építész, elektromechanikus, kőolaj, gáz és nyersanyag gazdálkodási, információs és telekommunikációs technológiák és rendszerek szakok.

AZ *ELEKTROMOS TÉR* C. IV. FEJEZET ÖSSZEGEZÉSE

1. Elmélyítettétek az *elektromos térről* korábban megszerzett tudásotokat.

Az **elektromos tér** az anyag olyan formája, amely a feltöltött testek körül létezik, és erőhatást gyakorol a benne lévő bármilyen feltöltött testre.

2. Bebizonyítottátok, hogy az elektromos tér *energiával* rendelkezik, melynek segítségével a tér részéről az elektromos töltésre ható erők *munkát* végeznek:

$$A = W_{p1} - W_{p2}\,; \quad A = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$$

A homogén tér erőinek munkája: $A = Eqd$

Zárt mozgáspálya esetén $A = 0$

A pontszerű töltés tere erőinek munkája: $A = \dfrac{kQq}{\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$

3. Megismerkedtetek az *elektromos teret jellemző fizikai mennyiségekkel.*

Az elektromos tér jellemzői

Erőjellemzők

Feszültség: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$; $\quad [E] = 1\,\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 1\,\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$

A pontszerű töltés tere esetében: $E = \dfrac{k|q|}{\varepsilon r^2}$

Energetikai jellemzők

Potenciál: $\varphi = \dfrac{W_p}{q}$; $\quad [\varphi] = 1\,\mathrm{V}$

A pontszerű töltés tere esetében: $\varphi = \dfrac{kq}{\varepsilon r}$

4. Felidéztétek az *elektromos tér grafikus ábrázolását.*

5. Megtudtátok, *hogyan hat az elektromos tér az anyagra és az anyag az elektromos térre.*

Vezetők: $E = E_0 - E' = 0$

Dielektrikumok: $E = E_0 - E'\,; \quad \varepsilon = \dfrac{E_0}{E}$

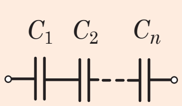
6. Megismerkedtetek a kondenzátorokkal, azok *rendeltetésük, fegyverzetük alakja és dielektrikumuk típusa szerinti osztályozásával*; *megtanultátok a kondenzátor elektromos kapacitásának* (C) és energiájának (W) *a fogalmát.*

$C = \dfrac{q}{U}$; *síkkondenzátorok* esetére: $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$

$W = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{qU}{2}$

A kondenzátorok összekapcsolásának típusai

Soros

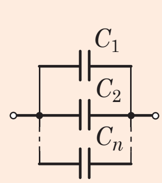


$q = q_1 = q_2 = \ldots = q_n$

$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$

$\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \ldots + \dfrac{1}{C_n}$

Párhuzamos



$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$

$U_1 = U_2 = \ldots = U_n$

$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$

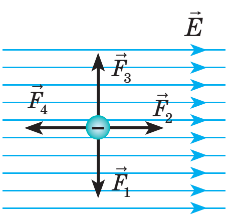
ÖNELLENŐRZÉSRE SZOLGÁLÓ FELADATOK AZ *ELEKTROMOS TÉR* C. IV. FEJEZETHEZ

1. feladat. A +20 nC töltésű, 2 g tömegű fémgolyó selyemcérnán függ. Alá, bizonyos távolságra ugyanekkora nagyságú, de –4 nC töltésű golyót helyeztek.

1. (*1 pont*) Megváltozik-e a cérna húzóereje, és ha igen, hogyan?
a) növekszik; c) változatlan marad;
b) csökken; d) előbb növekszik, majd csökken.
2. (*3 pont*) Mekkora távolságra kell elhelyezni a másik golyót, hogy a cérna húzóereje 2-szeresére változzon meg? A golyók a levegőben vannak.

2. feladat. A vákuumban az elektromos tér erővonalai mentén mozgó elektron két, 400 V potenciálkülönbséggel rendelkező pont között halad el. Miután elhagyta ezt a potenciálkülönbséget, az elektron sebessége nulla lett.

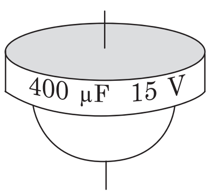
1. (*1 pont*) A feltüntetett erők közül (1. ábra) melyik mutatja az elektronra ható erő irányát? a) $\vec{F}_1$; b) $\vec{F}_2$; c) $\vec{F}_3$; d) $\vec{F}_4$.
2. (*2 pont*) Mivel egyenlő az elektromos tér által végzett munka?
3. (*3 pont*) Határozzátok meg, mekkora volt az elektron sebessége, amikor az elektromos térbe ért, valamint az elektron által megtett távolságot, ha a térerősség 8 kV/m.
4. (*4 pont*) Mivel egyenlő az elektron mozgási energiaváltozása, ha ugyanakkora kezdősebességgel került az elektromos térbe, de a tér erővonalaira merőlegesen? Az elektron mozgásideje a térben $2 \cdot 10^{-8}$ s. A térerősség 300 V/m.



1. ábra

3.feladat. Két, egyenként +40 μC értékű pontszerű töltés a vákuumban egy bizonyos távolságra helyezkedik el egymástól.

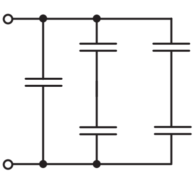
1. (*2 pont*) Mivel egyenlő az elektromos térerősség a két pont közötti távolság felezőpontjában?



2. ábra

4. feladat. A 2. ábra egy csillámpala kondenzátort ábrázol, melynek a felszínén feltüntették a kapacitását és üzemfeszültségét.

1. (*2 pont*) Határozzátok meg az üzemfeszültségre feltöltött kondenzátor egyik lemeze töltésének nagyságát.
a) 6 mC; b) 27 μC; c) 38 kC; d) 400 μC.
2. (*3 pont*) Hogyan változik a kondenzátor energiája, ha feltöltve az üzemfeszültségre, párhuzamosan hozzákapcsolnak egy vele azonos feltöltetlen kondenzátort?
3. (*3 pont*) Mivel egyenlő az ilyen kondenzátorokból a 3. ábra szerint összeállított telep kapacitása?


3. ábra

Válaszaitokat hasonlítsátok össze a könyv végén található megoldásokkal! Jelöljétek meg a helyes válaszokat, és számoljátok össze az általatok megszerzett pontszámokat! Az eredményt osszátok el kettővel! Az így kapott szám felel meg a tanulmányi eredményeteknek!

A számítógép ellenőrzésű gyakorló tesztfeladatokat az *Interaktív oktatás* internetes portálon találjátok.

NAPENERGETIKA

Sokan használtok mobiltelefont és egyéb elektromos eszközt, ezért reméljük, hogy az elektromos áramról jóval többet tudtok, mint amennyit a IV. fejezetben olvashattatok róla. Itt egy viszonylag új típusú elektromos erőforrásra – a napelemre – gondolunk, valamint azokra a változásokra, amelyeket a felhasználásuk eredményez.

A Napenergia – a Földi élet alapja. Viszont az emberiség szinte a teljes történelme idején nem rendelkezett megfelelő eszközökkel a napenergia saját céljaira való átalakítására és csak az úgynevezett másodlagos termékek: fa, tőzeg, kőszén felhasználására volt lehetősége. Csak a XIX. és XX. századforduló idején fedezték fel a *fényelektromos jelenséget (fotoeffektust)* – az elektromos áram létrejöttét egyes anyagokban a napsugárzás hatására. Közel száz évre volt szükség ahhoz, hogy létrejöjjön a *fotoelektromos átalakítók* (amelyeket ma napelemeknek neveznek) ipari előállításának lehetősége. Gyakorlati felhasználásuk fejlődése szemeink előtt játszódik le. A világ napelemeinek összkapacitása 2001-ben 700 MW volt (ez a viszonylag nem nagy Dnyiprogesz vízerőmű kapacitásának felel meg). Ez a mutató 2016-ban már 230 GW volt – nagyjából 5-ször nagyobb Ukrajna energiatermelésénél.

Napjainkban sokat írnak a kőolaj és földgázkészletek katasztrofális csökkenéséről. Vajon a napenergetikai esetében is fennáll ilyen veszély? Földünk a Naptól 10 perc alatt annyi energiát kap, amennyit a Föld teljes lakossága egy év alatt használ fel. Ez azt jelenti, hogy a többi energiaforrás helyettesítésére elegendő egy akkora földterületet betelepíteni napelemekkel, amekkora Csehország vagy Ausztria területe. Tehát az elkövetkezendő évszázadokban nem fogy el a napenergia-tartalék. Viszont egyelőre technikailag lehetetlen egy pontba összpontosítani a világ energiatermelését. Ezért a mérnökök más utat választottak: napelemek telepítésére meglévő objektumokat használnak. Ennek egyik példája a háztetőkre szerelt napelemek (1. ábra). Ettől jóval modernebb megoldás az *„integrált áramforrás”* – napelemek beépítése az épületek konstrukciós elemeibe: ablakokba, téglába, cserépbe.

Ismét felidézzük Elon Musk amerikai vállalkozót és feltalálót. A Tesla elektromos meghajtású gépkocsik új korszakot nyitottak az autóiparban. A legmeghökkentőbbek talán az elektromos tehergépkocsik (2. ábra). Teljes rakománnyal (36 tonna) az ilyen gépkocsi 20 s alatt gyorsul fel 100 km/h sebességre és egy töltéssel 800 km-t képes megtenni.

A napenergetika kilépett a „gyerekkorból”. Vajon milyen lesz a felnőtt élete?

1. ábra

2. ábra

GYAKORLATOK ÉS FELADATOK FELELETEI

Bevezető

№ 2. **1**. 8 %. **2**. 1) 2,1 mm; 0,1 mm; 0,2 mm; 9,5 %; 2) $\mathbf{2{,}1 \pm 0{,}2}$ (mm). **№ 3.** **1**. Nem; nem; nem; igen. **3.** $a_x=2$; $a_y=3$; $b_y=0$; $c_x=3$, $c_y=-4$; $d_x=-4$, $d_y=0$; $l_x=0$, $l_y=-3$; $s_x=-2$, $s_y=-5$.

I. fejezet. Mechanika.

1. rész. Kinematika

№ 4. **1.** Egydimenziós; kétdimenziós; kétdimenziós; háromdimenziós; háromdimenziós. **2.** Nap. **3.** Magával. **4.** 31,4 m; 28,3 m. **5.** Egyenes; parabolikus. **№ 5.** **1.** 111 m/s; 9 m/s. **2.** 167 m; 174 m. **3.** I negyed: 0,94 m/s, 0,85 m/s; II negyed: 0,47 m/s, 0,42 m/s; félkör: 0,6 m/s, 0,4 m/s. **4.** $x_1(t)=-700+5t$, $x_2(t)=500-20t$, $x_3(t)=1400-25t$; $t_{21}=48$ s, $x_{21}=-460$ m; $t_{31}=70$ s, $x_{31}=-350$ m; $t_{23}=180$ s, $x_{23}=-3100$ m. **5.** A repülőgépnek az északi iránytól 7,7°-ra kell eltérnie nyugat felé; 2 h 1 min. **6.** 40 km/h. **№ 6.** **1.** 1) – 4 m/s^2, 20 m/s; 2) 5 s. **2.** 1) 18,75 m; 2) 5 s; 3) $v_x=2{,}5+0{,}5t$, $s_x=2{,}5t+0{,}25t^2$; 4) 3,5 m/s, 3 s; 6) 4 s. **3.** 2) $s_x=-18t+0{,}9t^2$. **4.** 10 s; 120 m. **№ 7.** **1.** A gyorsulás azonos; 6 m/s. **2.** 5 m; 10 m; 0. **3.** 1) a) 20 m/s; b) 3,5 s; c) 35 m; 2) 35 m. **4.** 1) 4,16 s, 31,6 m/s; 2) 2,16 s, 31,6 m/s; 3) 3 s, 30 m/s. **№ 8.** **2.** A *B* pontban a legnagyobb, az *A* pontban – a legkisebb. **3.** 3,3 m/s^2. **4.** 1,5-szer. **5.** 6,3 m/s; 150 fordulat. **6.** 1200-szor. **7.** 1675 km/h.

Önellenőrzésre szolgáló feladatok az I. fejezethez. I. rész

1. d. **2.** b. **3.** c. **4.** b. **5.** 1 min 38 s. **6.** 24 m; 4,8 m/s **7.** 2 m; 7 m/s. **8.** 3,2 m. **9.** 7 m/s; ⊕1,2 m. **10.** $x=-1+4t-t^2$; $v_x=4-2t$.

2. rész. Dinamika és a megmaradási törvények

№ 9. **3.** 1 VR: 20 m, 2 s, 10 m/s^2, 20 m/s; 2 VR: 36 m, 2 s, 10 m/s^2, 25 m/s. **5.** a) 6 N; balra irányul; b) 4 N; balra irányul; c) 10 N; az F_2 erő mentén irányul. **№ 10.** **2.** Nem. **3.** 270 g. **4.** 1,44-szor. **7.** 1) 4200 N; 2) 960 N. **№ 11.** **3.** 1) háromszorosára növekszik; 2) 9-szeresére csökken. **4.** 49-szer. **5.** $2\cdot 10^{30}$ kg. **6.** 5520 s; ⊕6800 km. **7.** 42 000 km. **№ 12.** **1.** 20 cm. **2.** Az A pontban; a *C* pontban; a *B* pontban. **3.** 100 kN/m. **4.** 1) 10 N; 2) 5 N; 3) 15 N. 5. Az A pontban – 20 kN; a *B* pontban – 15,5 kN; a *C* pontban – 22,25 kN; 114 km/h. **6.** 3,2 m/s. **7.** 3 kN. **№ 13.** **4.** 25 m; 2,5 s. **5.** 20 s. **6.** 43 N. **№ 14.** **1.** a) stabil; b) instabil; c) indifferens. **4.** 100 N. **5.** 39°. **№ 15.** **2.** 500 J. **3.** 1800 MJ. **4.** 1–A, 2–B, 3–D. **5.** 150 kJ. **6.** $E_k\uparrow$ 2-szer. **7.** 420 kJ; 42 kW. **№ 16.** **1.** Nem. **3.** 2 m. **5.** 15 m. **6.** 1 m/s. **7.** –250 J; 63 cm. **№ 17.** **1.** Az impulzus nem változik. **2.** 1) 0; 2) 19,6 kg; 3) 3 m/s. **3.** 3 kg vagy 330 g.

Önellenőrzésre szolgáló feladatok az I. fejezethez. 2.rész

1. c. **2.** d. **3.** 1–E, 2–C, 3–A, 4–B. **4.** d. **5.** b. **6.** d. 7. 30 mJ, 10 cm. **8.** 0,25. **9.** 0,3 m/s^2. **10.** 5,4 J.

3. rész. Mechanikai rezgések és hullámok

№ 19. **2.** 1) 0,5 Hz, 3,14 rad/s; 2) 5; 3) 30 cm. **3.** 0,4 m; 3 s; 0,33 Hz; ≈0,8 m/s, ≈1,8 m/s^2. **4.** $x(t)=0{,}1\cos(2\pi t)$ (m). **5.** 1) 2 m, 4 s, 0,25 Hz, $x(t)=2\cos(\pi t/2)$ (m); 2) 5 cm, 0,4 s, 2,5 Hz, $x(t)=0{,}05\sin(5\pi t)$ (m). **№ 20.** **1.** 1) *T* nem változik; 2) $T\downarrow$; 3) $T\downarrow$. **2.** Nem. **3.** Az óra sietni kezd; az óra kissé késni kezd. **4.** 2,3 kg. **5.** 2 mm; 1 m. **6.** 1) 10π rad/s, 0,2 s; 2) 4,9 kN/m; 3) 98 J; 4) 0,14 m; 49 J; 49 J. **№ 21.** **2.** Nem. **3.** 20 m/s. **4.** 160 N/m. **5.** 20 m/s. **№ 22.** **1.** 1–B, 2–D, 3–A. **2.** 20 mm; hosszanti. **3.** 1) 0,2 cm, 1,6 m, 0,94 Hz; 2) jobbról balra; 3) A – lefelé, C – felfelé; 4) A – felfelé, B – felfelé, C – felfelé. **№ 23.** **1.** 0,77 m; 3,4 m; 11,4 m. **2.** 600 m. **3.** $\lambda\downarrow$ 4,4-szer. **4.** A hanghullámok diffrakciójának köszönhetően.

Önellenőrzésre szolgáló feladatok az I. fejezethez. 3. rész

2. c. 2. b. **3.** 1–E, 2–B, 3–A, 4–C. **4.** 1–D, 2–B, 3–A. **5.** a. **6.** $\vec{v}_A\uparrow$, $a_A=0$; $\vec{v}_B\downarrow$, $\vec{a}_B\uparrow$. **7.** $x=0{,}1\sin 10\pi$. **8.** $l=1{,}25$ m; $s=5$ cm. **9.** ⊕2,1 s. **10.** $k=8$ N/m; $v_{max}=31{,}4$ cm/s; $E_p=5$ mJ.

II. fejezet. A speciális relativitáselmélet elemei

№ 24. **1.** *c*. **2.** *c*. **4.** a) 0,94*c*; b) 420 000 km. **3.** 0,95*c*; 0,38*c*. **№ 25.** **1.** $\tau=3{,}3$ év. **2.** $l=2{,}5$ m. **3.** 2-szer. **4.** ⊕$5{,}6\cdot10^{14}$ kg.

III. fejezet. Molekuláris fizika és termodinamika

1. rész. Molekuláris fizika

№ 26. **1.** $\approx 1{,}7\cdot10^{-9}$ m. **2.** $3{,}34\cdot10^{25}$. **3.** a) $M=28\cdot10^{-3}$ kg/mol, $N=6{,}02\cdot10^{25}$, $\nu=35{,}7$ mol, $m_0=4{,}65\cdot10^{-26}$ kg; б) $M=44\cdot10^{-3}$ kg/mol, $N=6{,}02\cdot10^{25}$, $\nu=22{,}7$ mol, $m_0=7{,}3\cdot10^{-26}$ kg; в) $M=16\cdot10^{-3}$ kg/mol, $N=6{,}02\cdot10^{25}$, $\nu=62{,}5$ mol, $m_0=2{,}66\cdot10^{-26}$ kg. **4.** 190 mrd. **№ 27.** **2.** Diffúzióval; melegben. **3.** Diffúzió. **6.** Igen; rövid ideig. 28. gyakorlat. **№ 28.** **1.** 2) a) $p\uparrow$, $V\downarrow$, $v_{кв}$, m_0 не змінятьcя, $\rho\uparrow$; b) $p\downarrow$, $V\uparrow$, $t\downarrow$, $\bar{v}_{кв}\downarrow$, m_0 nem változik, $\rho\downarrow$. **2.** $p\uparrow$ 4-szer. **3.** $p\uparrow$ 9-szer. **4.** 1,3 m^3. **5.** $8{,}4\cdot10^{-21}$ J. **№ 29.** **2.** 184 K; –128 F. **3.** $p\uparrow$ 4-szer; $\bar{v}_{кв}\uparrow$ 2-szer. **4.** $3{,}6\cdot10^{27}$. **№ 30.** **1.** $p\uparrow$ 8-szor. **2.** ≈20 m. **3.** 2,14 atm. **5.** $p\downarrow$. **№ 31.** 5. Lehet. **6.** Nem. **№ 32.** **4.** 40 %; 7,76 g/m^3; 776 g; 194 g. **№ 33.** **2.** $5{,}82\cdot10^{-5}$ m. **3.** 3,2 Pa. **4.** 0,041 N/m. **5.** 0,21 mJ. **№ 34.** **2.** *b* – monokristályosból; *c* – polikristályosból. **№ 35.** **3.** 1) 0,1 MPa; 2) 0,1; 3) 1 MPa; 4) 0,28 mm. **4.** 22 kN. **5.** 1 – törékeny; 2 – plasztikus; 3 – rugalmas.

Önellenőrzésre szolgáló feladatok a III. fejezethez. I. rész

1. c. **2.** d. **3.** d. **4.** a. **5.** c. **6.** 1–C, 2–E, 3–D, 4–B. **7.** $2{,}9\cdot10^{22}$. **8.** $p\downarrow, T\downarrow, V\uparrow$. **9.** Nem. **10.** 1,2 mm; $h\downarrow$ 1,2 cm-re; $h\downarrow$ 1,4 cm-re; $h\uparrow$ 3,6 cm-re.

2. rész. A termodinamika alapjai

№ 36. **1.** –14 kJ. **2.** 225 J; 9 K. **3.** a) $U\downarrow$ 3750 J-ra; b) $U\uparrow$ 10 500 J-ra; c) $U\uparrow$ 15 000 J-ra; d) U nem változik. **4.** 2,9 kg. **5.** 190 kg. **№ 37.** **2.** 3,9 kJ. **3.** ≈3,3 kJ. **4.** –500 kJ; 450 kJ. **5.** $A_{1'2'3'}>A_{123}$. **№ 38.** **1.** $\Delta U=-15$ J; $A=0$. **2.** $\Delta U=-3{,}6$ J; $A=-2{,}4$ J. **3.** Izobarikus tágulás során.. **4.** a) $5{,}6\cdot10^2$ J; b) 1,9 kJ; c) $2{,}6\cdot10^2$ J; d) leadta, 475 kJ. **5.** 8,3 kJ; $\Delta U=21$ kJ. **№ 39.** **1.** Nem lehet. **2.** 50 %; 67 %; $\frac{n-1}{n}$. **3.** 90 J; 37,5 %. **4.** ≈ 500 g.

Önellenőrzésre szolgáló feladatok az III. fejezethez. 2. rész

1. c. **2.** c. **3.** d. **4.** b. **5.** 1 – D; 2 – E; 3 – A; 4 – B. 6. 1,5 kJ; 0. **7.** 1,0 kJ; 1,5 kJ. **8.** 143 g. **9.** 750 J; 0; 1875 J; 29 %.

IV. fejezet. Elektromos tér

№ 40. **2.** ↓ 4-szer. **3.** a) ↑ 1,8-szer; b) ↓ 1,25-szor. **№ 41.** **1.** 10 μN. **2.** 250 N/C. **3.** a) elektron – egyenes vonalúan, $v_{el}\uparrow$, proton – egyenes vonalúan, $v_{pr}\downarrow$; b) parabolikus mozgáspályán, $v_{el}\uparrow$, $v_{pr}\uparrow$. **4.** 5400 N/C. **5.** a) 0; b) $\frac{4kq}{a^2}$ **6.** $E_A=8kq/a^2$; $E_B=E_C=\frac{32kq}{9a^2}$.

№ 42. **1.** $W_p\downarrow$ 2-szer; $W_p\uparrow$ 4-szer. **2.** –3 μJ; $A\uparrow$. **3.** –0,9 J; nem. **4.** 4 nC. **5.** 2,275 kV. **№ 43.** **3.** Igen. **4.** 367 nC.. **5.** 0,46 μC. **№ 44.** **1.** 5 μF, 360 μJ, $W\downarrow$ 2-szer.. **2.** Párhuzamos $C\uparrow$ esetén 16-szor. **3.** (2/3)*C*. **4.** $W\downarrow$ 2-szer. **5.** 80 V és 40 V. **6.** 150 V. **7.** $W\downarrow$ μJ-ral. **8.** ≈1,6 μF.

Önellenőrzésre szolgáló feladatok az IV. fejezethez

1. feladat. **1.** a. **2.** 6 mm. *2. feladat..* **1.** d. **2.** $-6{,}4\cdot10^{-17}$ J. **3.** $1{,}2\cdot10^7$ m/s, 5 cm. **4.** $5{,}1\cdot10^{-19}$ J. *3. feladat.* **1.** 0. *4. feladat.* **1.** a. **2.** $W\downarrow$ 4-szer. **3.** 800 μF.

TÁRGYMUTATÓ

TARTALOM

II. fejezet. A speciális relativitáselmélet elemei

III. fejezet. Molekuláris fizika és termodinamika

1. rész. Molekuláris fizika

2. rész. A termodinamika alapjai

IV. fejezet Elektromos tér

Bejegyzések a tankönyv használatáról

Sorszám	A tanuló neve	Tanév	A tankönyv állapota	
			a tanév elején	a tanév végén
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Навчальне видання

БАР'ЯХТАР Віктор Григорович
ДОВГИЙ Станіслав Олексійович
БОЖИНОВА Фаїна Яківна та ін.

ФІЗИКА
(рівень стандарту, за навчальною програмою
авторського колективу
під керівництвом Локтєва В. М.)

Підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти
з навчанням угорською мовою

За редакцією В. Г. Бар'яхтара, С. О. Довгого

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Переклад з української мови
Перекладач *Буркуш Арпад Арпадович*
Угорською мовою

Редактор *Є. Є. Ґулачі*
Художнє оформлення *В. І. Труфен.*
Коректор *Г. М. Тирканич*

В оформленні підручника використані зображення,
розміщені в мережі Інтернет для вільного використання

Формат 70x100/16.
Ум. друк. арк. 22,10. Обл.-вид. арк. 28,73.
Тираж 1067 пр. Зам. № 2525

Державне підприємство „Всеукраїнське спеціалізоване видавництво „Світ"
79008 м. Львів, вул. Галицька, 21
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 4826 від 31.12.2014
www.svit.gov.ua, e-mail: office@svit.gov.ua, svit_vydav@ukr.net

Друк ТОВ „Рік-У"
88000 м. Ужгород, вул. Гагаріна, 36
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 5040 від 21.01.2016