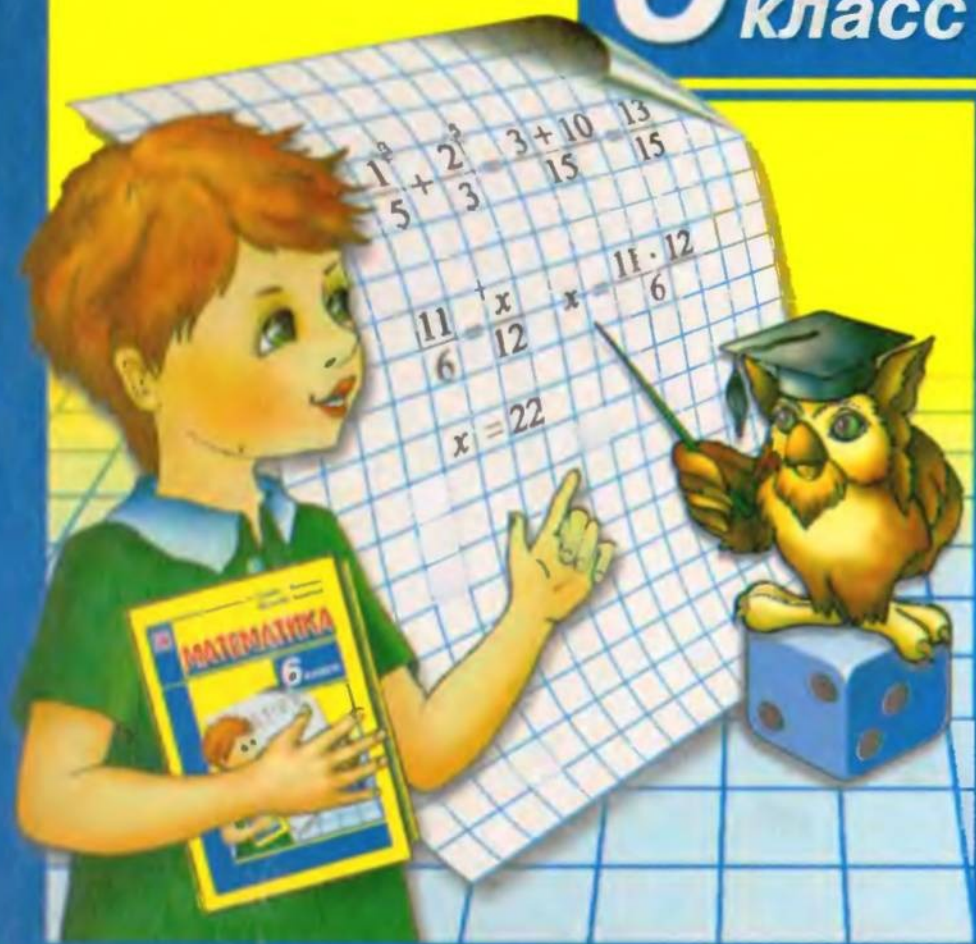




Галина Янченко
Василий Кравчук

МАТЕМАТИКА

6 класс



УДК 371.671
ББК 22.1я721
Я 66

Редакторы: *Ярослав Гапюк* — кандидат педагогических наук

Ярослав Гринчишин — кандидат физико-математических наук

Сергей Мартынюк — кандидат физико-математических наук

Литературное редактирование *Оксаны Давыдовой, Маргариты Бильчук*

Художественное оформление *Виктора Стецюка, Светланы Демчак, Светланы Бедной, Иванны Кокиль*

Ответственный за выпуск *Сергей Мартынюк*

*Рекомендован Министерством образования и науки Украины
(письмо №6/2-12 от 22.05.2006 г.)*

Янченко Галина, Кравчук Василий

Я 66 Математика: Учебник для 6 класса. — Тернополь: Підручники і посібники, 2006. — 272 с.

ISBN 966-07-0596-4

УДК 371.671
ББК 22.1я721

ЮНЫЙ ДРУГ!

Материал, который вы будете изучать, представлен в четырех разделах. Каждый раздел состоит из параграфов, а параграф — из пунктов.

Каждый параграф имеет заставку, где сформулированы основные вопросы, ответы на которые вы найдете в дальнейшем его изложении. Основные положения тем сжато изложены в «Памятке», находящейся в конце параграфа.



Каждый пункт начинается изложением теоретического материала. Умная сова подскажет вам, что здесь главное, на чем надо сосредоточиться, где порассуждать, что запомнить.

Теоретический материал содержит вопросы. Попробуйте сначала ответить на них самостоятельно, а потом сверьте свой ответ с текстом учебника.

Дополнительный материал дан под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Он обозначен значком «Знайка».



За теоретическим материалом следует рубрика «Прочитайте». Она поможет вам познакомиться с основными видами упражнений и способами их решения, научит правильно записывать решение. Начало и конец решения каждого задания обозначены значком (●).



Прочитав теоретический материал и подумав над образцами решения задач, вы начнете работу по выполнению *устных* упражнений и решению простых задач (*уровень А*), а затем перейдете к более сложным задачам (*уровень Б*). Некоторые задачи этого уровня решены. Если при решении какой-либо задачи вы столкнетесь с трудностями, просмотрите решения задач рубрики «Прочитайте», а также воспользуйтесь схемами, подсказками, советами.

Над задачами со «звездочкой» (*) надо хорошенько подумать. Решить некоторые из них вы сможете, прочитав материал рубрики «Для тех, кто хочет знать больше».

Проявить смекалку вы сможете во время решения задач рубрики «Разминка для ума».



Прочитав материал «*Интересные рассказы*», вы познакомитесь с историей развития математики.



Задачи, номера которых помещены под значком «домик» (например, **315.**), предназначены для самостоятельной работы дома.



Рубрика «*Упражнения для повторения*» поможет вам упражняться в решении основных типов задач.



Проверить свои знания и умения вы сможете с помощью рубрики «*Вопросы и задания для самопроверки и повторения*».

На последних страницах вы найдете интересные и сложные задачи.

Успехов вам!

Раздел I. Делимость чисел

§1. Делимость чисел

В этом параграфе вы найдете ответы на следующие вопросы:



1. Что такое делитель натурального числа; кратное натурального числа?
2. Делится ли число 11 545 на 5, а число 112 401 на 9?
3. Какие числа называют простыми, а какие — составными?
4. Как найти наибольший общий делитель?
5. Два троллейбуса разных маршрутов встретились на общей конечной остановке. Продолжительность движения одного троллейбуса на маршруте составляет 48 мин, а другого — 42 мин. Через какое время они снова встретятся на конечной остановке?

§ 1. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

1. Делители натурального числа

18 конфет можно разделить поровну между 3 детьми, дав каждому ребенку по 6. Это же количество конфет, не разрезая их, нельзя разделить поровну между 4 детьми. Если каждому ребенку дать по 4 конфеты, то останется 2. Запишем:

$$18 : 3 = 6; \quad 18 : 4 = 4 \text{ (ост. 2).}$$

Число 18 делится на число 3 без остатка (еще говорят: 18 делится на 3). Число 3 называют *делителем* числа 18. Число 18 не делится без остатка на 4 (еще говорят: 18 не делится на 4). Число 4 не является делителем числа 18.



Любое натуральное число, на которое делится данное натуральное число, называют делителем этого числа.

Запишем все натуральные числа, на которые делится число 18. Такими числами являются 1, 2, 3, 6, 9, 18. Итак, число 18 имеет 6 делителей: 1, 2, 3, 6, 9 и 18.

Число 1 имеет только один делитель — 1. Любое другое число, например, 23, обязательно имеет по крайней мере два делителя — число 1 и само число (23), причем 1 — наименьший делитель, само число (23) — наибольший.

Прочитайте



1. Найти все делители числа 36.

• Чтобы найти все делители числа 36, будем делить его на натуральные числа, начиная с 1: $36 : 1 = 36$; $36 : 2 = 18$; $36 : 3 = 12$; $36 : 4 = 9$; $36 : 5 = 7$ (ост. 1); $36 : 6 = 6$; $36 : 7 = 5$ (ост. 1); $36 : 8 = 4$ (ост. 4) и т. д.

Количество делений можно уменьшить. Найдя один делитель, сразу можем записать еще один, который является частным от деления числа 36 на этот делитель. Делители удобно записать так:

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

Итак, делителями числа 36 являются: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. •

Устно



1. Правильно ли, что:

а) 9 — делитель числа 54; б) 8 — делитель числа 36; в) 44 — делитель числа 11?

2. $16 \cdot 45 = 720$ — верное равенство. Какие из чисел 16, 45, 720 являются делителями остальных из этих трех?
3. Назовите наибольший делитель числа 21 350; наименьший делитель.

Уровень А



Проверьте, будет ли первое число делителем второго:

4. а) 18 и 450; б) 126 и 5166; в) 7 и 25 108.
5. а) 23 и 759; б) 245 и 5885; в) 6 и 10326.
6. Какие из чисел 2, 4, 12, 15, 25, 30, 45, 120, 150 являются делителями числа 180?
7. Какие из чисел 3, 6, 10, 15, 20, 30, 35, 40, 110 являются делителями числа 210?
8. Запишите все делители чисел 12; 23; 72.
9. Запишите все делители чисел 24; 54; 56.
10. Может ли продавец дать сдачу 2 грн. 45 к. монетами по 25 к.?
11. Жители острова разделили между собой поровну 48 собранных кокосовых орехов. Сколько жителей может быть на острове?

Уровень Б



12. Найдите наименьшее число, делителями которого являются числа:
а) 3, 5 и 7; б) 3, 12 и 14.
13. Запишите четыре наименьших числа, делителями которых являются числа 4 и 10.
14. Запишите четыре наименьших числа, делителями которых являются числа 6 и 9.
15. Запишите все трехзначные числа меньше 500, для которых число 75 является делителем.
16. Запишите все трехзначные числа меньше 500, для которых число 50 является делителем.
17. Найдите все делители числа, равного произведению $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.
18. Найдите два таких числа, чтобы, умножив первое на 9, а второе — на 15, получить равные произведения.

19. *Задача-шутка.* Многоголовый змей знает 105 слов, причем каждая голова знает одинаковое количество слов и разные головы не знают одного и того же слова. Сколько голов у змея, если их больше 10, но меньше 20? Какое наименьшее количество голов нужно использовать змею, чтобы сказать 40 разных известных ему слов?



20. Какое наибольшее количество мешков с сахаром массой по 70 кг можно погрузить на автомобиль грузоподъемностью 3 т?
- 21*. Найдите три таких числа, которые имеют только три делителя. Какую закономерность можно увидеть?
- 22*. Найдите три таких числа, которые имеют только четыре делителя.

Разминка для ума



23. Разделите 5 яблок, находящихся в корзине, между пятью друзьями так, чтобы каждый получил по яблоку и одно яблоко осталось в корзине.

Упражнения для повторения



24. Фермер собрал 8,5 ц яблок первого сорта, что составляет 0,4 массы всех собранных яблок. Сколько центнеров яблок собрал фермер?
25. Клиент положил в банк 3200 грн. под 14% годовых. Какой станет сумма вклада через год?
26. Выделите целую и дробную части неправильных дробей:
- а) $\frac{19}{5}$; $\frac{26}{6}$; $\frac{121}{40}$; $\frac{2301}{37}$; $\frac{1656}{9}$; б) $\frac{9}{4}$; $\frac{18}{11}$; $\frac{54}{6}$; $\frac{417}{10}$; $\frac{3517}{31}$.

2. Признаки делимости на 2, 5 и 10

Как известно из изученного в пятом классе, чтобы умножить натуральное число на 10, нужно к записи этого числа дописать справа один нуль, например, $137 \cdot 10 = 1370$. Поскольку 10 является делителем числа 1370, то число 1370 делится на 10. В общем, на 10 делятся все числа, запись которых оканчивается цифрой 0.

Число, запись которого не оканчивается цифрой 0, например, 457, на 10 не делится.



Натуральное число, запись которого оканчивается цифрой 0, делится на 10.

Натуральное число, запись которого не оканчивается цифрой 0, не делится на 10.

Это правило называют *признаком делимости на 10*.

Найдем признак делимости на 5. Для этого разделим на 5 некоторые числа, например, 19, 82, 140, 245, 344, 515, 630, 1027.

Запишем в первый столбик те числа, которые делятся на 5, а во второй — те, которые не делятся на 5.

140	19
245	82
515	344
630	1027

Какую вы заметили особенность чисел, которые делятся на 5; не делятся на 5?



Натуральное число, запись которого оканчивается цифрой 0 или 5, делится на 5.

Натуральное число, запись которого оканчивается цифрой, отличной от 0 или 5, не делится на 5.

Числа, которые делятся на 2, называют *четными*, а числа, которые на 2 не делятся, — *нечетными*. Например, 24 — число четное, поскольку оно делится на 2, а число 25 — нечетное, поскольку оно не делится на 2.

Однозначные числа 0, 2, 4, 6, 8 являются четными, а числа 1, 3, 5, 7, 9 — нечетными.

Запись каждого числа, которое делится на 2, оканчивается однозначным четным числом. Если запись числа оканчивается однозначным нечетным числом, то оно не делится на 2.



Натуральное число, запись которого оканчивается однозначным четным числом, делится на 2.

Натуральное число, запись которого оканчивается однозначным нечетным числом, не делится на 2.

Для тех, кто хочет знать больше



Зная последнюю цифру в записи натурального числа, можно установить, делится ли оно на 2, 5 или 10.

Зная две последние цифры в записи натурального числа, можно ответить на вопрос, делится ли число на 4, на 25. А именно:

Натуральное число делится на 4, если число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 4.

Натуральное число не делится на 4, если число, образованное двумя его последними цифрами, не делится на 4.

Натуральное число делится на 25, если число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 25.

Натуральное число не делится на 25, если число, образованное двумя его последними цифрами, не делится на 25.

Например:

14 536 делится на 4, поскольку двумя его последними цифрами записано число 36, которое делится на 4;

57 375 делится на 25, поскольку 75 делится на 25;

28 426 не делится на 4, поскольку 26 не делится на 4;

438 635 не делится на 25, поскольку 35 не делится на 25.

Устно



27. *Игра «Допиши цифру».*

Первый игрок записывает наименьшее натуральное число, которое делится на 2. Второй дописывает к нему справа такую цифру, отличную от предыдущей, чтобы полученное число делилось на 2, и называет это число. Третий дописывает к полученному числу такую цифру, отличную от предыдущих, чтобы полученное число снова делилось на 2, и т. д.

28. Среди чисел 93, 105, 172, 308, 400, 1511, 2005, 31 510, 113 575, 5 347 300 назовите те, которые делятся на 2; на 5; на 10.

29. *Интеллектуальная разминка.*

Ведущий называет число. Если оно делится на 2, 5 или 10, то участник, на которого указывает ведущий, хлопает в ладоши. Тот, кто ошибся, выбывает из игры.

30. Какие из чисел 9, 12, 42, 97, 156, 789, 1246 являются четными; нечетными?

31. Верно ли утверждение:
а) если число делится на 10, то оно делится и на 2, и на 5;
б) если число делится на 5, то оно делится на 10;
в) если число делится на 2 и на 5, то оно делится на 10?

Уровень А



32. Запишите по два трехзначных числа, которые:
а) делятся на 2; б) делятся на 5; в) делятся на 10;
г) делятся на 2, но не делятся на 5;
д) делятся на 5, но не делятся на 10;
е) делятся и на 2, и на 5.



Из чисел 34, 150, 727, 864, 8800, 1000, 3205, 23 158, 753 435 выпишите те, которые делятся на 2; на 5; на 10.

34. Допишите справа к числу 28 такую цифру, чтобы полученное число делилось на 2; на 5; на 10.



Вместо звездочки запишите такую цифру, чтобы число 127^* было четным; нечетным; делилось на 5; на 10.

36. Делится ли произведение $518\,375 \cdot 436\,833 \cdot 385\,144$ на 2; на 5; на 10?



37. Делится ли сумма $2126 + 3578 + 731$ на 2; на 5; на 10?

38. Используя цифры 0, 1, 4, 5, 7, запишите шесть четырехзначных чисел, каждое из которых не содержит одинаковых цифр и два из которых делятся на 2, два — на 5, два — на 10.



Используя цифры 0, 2, 6, 9, запишите три четырехзначных числа, каждое из которых не содержит одинаковых цифр и первое из которых делится на 2, второе — на 5, третье — на 10.

Уровень Б



40. Используя каждую цифру один раз, запишите наименьшее натуральное число, которое делится на 2; на 5; на 10.



Используя каждую цифру один раз, запишите наибольшее натуральное число, которое:

- а) делится на 2, но не делится на 10;
б) делится на 5, но не делится на 2.

42. Запишите наименьшее четырехзначное число, которое делится на 10 и сумма цифр которого равна 10.



43. Запишите наибольшее четырехзначное число, которое делится на 10 и сумма цифр которого равна 11.

44. Выпишите все натуральные числа, расположенные между числами 179 и 205, которые делятся на 2, но не делятся на 5.

45. Дан ряд чисел 1, 2, 3, ..., 99, 100. Сколько среди них есть четных и сколько нечетных? Сколько чисел делятся на 5 и сколько на 10?

- 46*. Из записанных в ряд чисел от 1 до 193 Наташа вычеркнула все числа, которые делятся на 2, но не делятся на 5, а Маша — все числа, которые делятся на 5, но не делятся на 2. Сколько чисел осталось?



47. Сережа купил пять одинаковых тетрадей. Продавец сказал, что Сережа должен заплатить 3 грн. 48 к. Не ошибся ли продавец?

48. Разделив некоторое число на 5, в остатке получили 4. Какой цифрой может оканчиваться это число?

- 49*. Какие из чисел 148, 275, 400, 12 296, 43 150, 85 225, 90 000 делятся на 4; на 25?

- 50*. Используя цифры 0, 2, 5, 7, 8 не более одного раза, запишите четырехзначное число, которое делится на 4; на 25.



51*. Используя цифры 0, 3, 5, 6, 9 не более одного раза, запишите пятизначное число, которое делится на 4; на 25.

- 52*. Делится ли число, запись которого состоит из 100 двоек, на 2; на 4?

Разминка для ума



53. Было 6 листов бумаги. Каждый из них разрезали на 6 частей, потом некоторые из полученных частей снова разрезали на 6 частей. Когда посчитали общее количество частей, то получили 204 части. Докажите, что счет выполнили неверно.

Упражнения для повторения



54. Олег заплатил за книгу в три раза больше, чем за альбом. После этой покупки из 5 грн. 30 к. у него осталось 50 к. Сколько стоит книга и сколько альбом?

55. а) Задумали число. Если его увеличить в 8 раз и полученный результат уменьшить на 6,7, то получим 14,5. Какое число задумали?
 б) Задумали число. Если его уменьшить на 7,6 и полученный результат увеличить в 4 раза, то получим 8,8. Какое число задумали?
56. Выполните действия:
 а) $45\,019 - 10\,045 : (50\,008 - 49\,871 + 68) \cdot 103$;
 б) $(73,25 - 54,17) : 0,04 + 709,3$.

3. Признаки делимости на 9 и на 3

Найдем признак делимости на 9. Для этого разделим на 9 некоторые числа, например, 288, 361, 441, 814, 917, 8919.

Запишем в первый столбик те числа, которые делятся на 9, а во второй — те, которые не делятся на 9.

288	361
441	814
8919	917

Какую вы заметили особенность чисел, которые делятся на 9; не делятся на 9?

Воспользуйтесь такой подсказкой: найдите сумму цифр каждого из этих чисел.

288	$2 + 8 + 8 = 18$
441	$4 + 4 + 1 = 9$
8919	$8 + 9 + 1 + 9 = 27$

361	$3 + 6 + 1 = 10$
814	$8 + 1 + 4 = 13$
917	$9 + 1 + 7 = 17$

Какое свойство имеет сумма цифр тех чисел, которые делятся на 9?

Какое свойство имеет сумма цифр тех чисел, которые не делятся на 9?



Натуральное число делится на 9, если сумма его цифр делится на 9.

Натуральное число не делится на 9, если сумма его цифр не делится на 9.

Признак делимости на 3 аналогичен признаку делимости на 9.



Натуральное число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3.

Натуральное число не делится на 3, если сумма его цифр не делится на 3.

Для тех, кто хочет знать больше



Признак делимости на 9, например, для числа 468, следует из таких преобразований:

$$\begin{aligned} 468 &= 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8 = 4 \cdot (99 + 1) + 6 \cdot (9 + 1) + 8 = \\ &= 4 \cdot 99 + 4 + 6 \cdot 9 + 6 + 8 = (4 \cdot 99 + 6 \cdot 9) + (4 + 6 + 8). \end{aligned}$$

Число $4 \cdot 99 + 6 \cdot 9 = 4 \cdot 11 \cdot 9 + 6 \cdot 9 = (4 \cdot 11 + 6) \cdot 9$ делится на 9. Сумма $4 + 6 + 8$ является суммой цифр числа 468. Если она делится на 9, то и число 468 делится на 9. Так как сумма $4 + 6 + 8 = 18$ делится на 9, то и число 468 делится на 9.

Прочитайте



1. Справа к числу 1043 дописать такую цифру, чтоб полученное число делилось на 3.

• Сумма цифр числа 1043 равна $1 + 0 + 4 + 3 = 8$. Дописывая одну цифру, можно получить числа с суммами цифр от 8 (когда допишем 0) до 17 (когда допишем 9). Делиться на 3 будут числа с суммой цифр 9, 12, 15. Чтобы получить такие суммы, нужно дописать цифры 1, 4, 7. Получим три числа 10431, 10434, 10437, которые делятся на 3. •

Устно



57. Какие из чисел 435, 44 001, 111 001 делятся на 3; на 9?
58. Назовите трехзначное число, которое делится на 3; на 9. Ответ обоснуйте.
59. *Интеллектуальная разминка.*
Ведущий называет двузначное число. Если оно делится на 3, то участник, на которого указывает ведущий, хлопает в ладоши. Тот, кто ошибся, выбывает из игры.
60. Верны ли утверждения:
а) если число делится на 9, то оно делится на 3;
б) если число делится на 3, то оно делится на 9?

Уровень А



61. Из чисел 141, 576, 12 805, 77 124, 39 645 выпишите те, которые:
а) делятся на 3; б) не делятся на 3;
в) делятся на 9; г) делятся на 3, но не делятся на 9.



Из чисел 486, 25 620, 43 849, 153 990 выпишите те, которые делятся на 3; на 9; на 3 и на 2; на 3 и на 5; на 9 и на 5; на 9 и на 10.

63. Не выполняя деления, установите, имеют ли натуральные корни уравнения:
а) $3x = 489$; б) $9x = 489$.

64. К данному числу допишите справа такую цифру, чтобы полученное число делилось на 3; на 9:

а) 12; б) 322; в) 4485.



К данному числу слева допишите такую цифру, чтобы полученное число делилось на 3; на 9:

а) 34; б) 333; в) 8741.

66. Запись числа состоит из 60 единиц: $11...11$. Делится ли оно на 3; на 9?

Уровень Б



67. Запишите наибольшее трехзначное число, которое делится на 3; на 9.



Запишите наименьшее трехзначное число, которое делится на 3; на 9.

69. Запишите трехзначное число, кратное 9, используя только цифры:

а) 2, 4, 6, 8; б) 0, 1, 2, 4, 8.

70. Поставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы число:

а) $2*3*$ делилось на 3 и на 10; б) $764**$ делилось на 9 и на 10;
в) $*999*$ делилось на 3 и на 5; г) $9*90*$ делилось на 9 и на 5.



Андрей утверждает, что если в числе 828 468 переставить некоторые цифры, то полученное новое число будет делиться на 9, на 3 и на 2. Прав ли он?

72. Почему десятизначное число, записанное с помощью всех десяти цифр, делится и на 3, и на 9?

73. Какую цифру нужно дописать справа к числу 31, чтобы полученное трехзначное число делилось на 15; на 6?

74. Справа и слева к числу 10 нужно дописать по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 18. Сделайте это всеми возможными способами.

75. Оля задумала трехзначное число. О нем она сказала: «Первой цифрой числа является 1, оно делится на 9 и на 5, но не делится на 2». Какое число задумала Оля?



Трехзначное число, первая цифра которого 2, делится на 2, на 5 и на 9. Найдите это число.

77. Сколько существует натуральных чисел меньше 160, которые делятся на 2, но не делятся на 3?



Для каждого из чисел 241, 451, 2378 запишите ближайшее число, которое делится на 9.

79. Оксана забыла первую цифру кода замка *15421, но помнит, что это число делится на 3. Сколько вариантов кода нужно проверить Оксане, чтобы попасть домой?



Разминка для ума



80. Сережа нашел произведение всех чисел от 1 до 11 включительно и записал результат на доске. На перемене кто-то случайно стер три цифры, и на доске осталась запись $399*68**$. Не выполняя умножения повторно, восстановите стертые цифры.

Упражнения для повторения



81. Поле площадью 80 га засеяли подсолнечником и кукурузой, причем кукурузой засеяли 36% поля. На сколько гектаров больше засеяли подсолнечником, чем кукурузой?
82. В хранилище было 8 т капусты. На консервный завод отправили 57% всей капусты, а в магазины — 22%. Сравните массу капусты, оставшейся в хранилище, и массу капусты, отправленной в магазины. Какая из этих масс больше и на сколько тонн?
83. Выполните действия:
а) $(376\,002 - 83\,304) : 207 + 10\,003$; б) $(1617 - 1872 : 18) \cdot 103 - 9999$.

4. Простые и составные числа

Возьмем несколько натуральных чисел и найдем все их делители.

Числа	Делители	Количество делителей
1	1	1
2	1; 2	2
3	1; 3	2
4	1; 2; 4	3
12	1; 2; 3; 4; 6; 12	6
17	1; 17	2
21	1; 3; 7; 21	4
30	1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30	8

Мы видим, что числа имеют разное количество делителей.

Число 1 имеет только один делитель — само это число. Числа 2, 3, 17 имеют по два делителя: 1 и само себя. Числа 4, 12, 21 и 30 имеют больше, чем два делителя.



Натуральное число называют простым, если оно имеет только два разных делителя: единицу и само это число. Число, имеющее более двух делителей, называют составным.

Итак, числа 2, 3, 17 — простые, а числа 4, 12, 21, 30 — составные. Число 1 не является ни простым, ни составным числом.

Если число имеет делитель, отличный от 1 и самого себя, то это число имеет более двух делителей и поэтому является составным. Число 12475 — составное, так как имеет среди делителей, например, число 5.

Наименьшим простым числом является число 2. Наибольшего простого числа не существует. Все простые числа, кроме числа 2, являются нечетными.

Таблица простых чисел, которые не превышают 1000, находится на форзаце учебника.

Устно



84. Правильно ли, что:
- а) 31 — простое число;
 - б) 51 — простое число;
 - в) 1 — простое число;
 - г) 36 182 — составное число?
85. Докажите, что числа 175 410, 368 136, 195 435, 111 111, 909 909 являются составными.
86. Являются ли значения выражений $112 + 3148$, $103 \cdot 11$ и $14 + 3$ составными числами?

87. Верно ли утверждение:
а) каждое четное число является составным;
б) произведение двух простых чисел является составным числом?

Уровень А



Сколько делителей имеют числа? Выпишите сначала простые числа, а потом составные:

88. 26; 41; 63; 72; 82; 91.



- 14; 33; 37; 40; 43; 65.

Докажите, что числа являются составными:

90. 541 701; 5929; 14 641.



- 341 105; 43 681; 117 649.

Запишите вместо звездочки такую цифру, чтобы получилось составное число:

92. а) 317*; б) $1*23$; в) $51*77$.



- а) $7*41$; б) $418*$; в) $18*96$.

Уровень Б



94. Можно ли записать простое трехзначное число, используя только один раз каждую из цифр:
а) 2, 6, 8; б) 0, 0, 7; в) 1, 2, 3?

Простым или составным является число, записанное с помощью:

95. а) 11 двоек; б) 9 единиц; в) всех 10 цифр?



- а) 7 пятерок; б) 7 троек; в) 6 единиц?

97. Верно ли утверждение:
а) произведение любых двух натуральных чисел является составным числом;
б) если натуральное число n делится на 3, то n — составное число;
в) если натуральное число n делится на 4, то n — составное число?
- 98*. Чтобы проверить, будет ли число 323 простым или составным, Коля начал последовательно проверять, будут ли числа 2, 3, 4, 5, 6, ... делителями числа 323. Однако, установив, что число 3 не является делителем числа

323, Коля мог бы сразу сказать, что некоторые следующие числа также не являются делителями числа 323. Какие это числа?

- 99*. Число n простое, причем $n > 2$. Будет ли следующее за ним число $n + 1$ простым?

Разминка для ума



100. Умножив четыре простых последовательных числа, Наташа получила в результате число, последняя цифра которого равна нулю. Какие числа она умножила и какой результат получила?

Интересные рассказы

Решето Эратосфена



История математики знает имена ученых, которые приложили немало усилий для составления таблиц простых чисел. Первые такие попытки были сделаны еще в Древней Греции.

Для нахождения простых чисел древнегреческий ученый Эратосфен (ок. 276 – ок. 194 г. до н. э.) предложил следующий способ. Он выписывал все числа от 1 до некоторого числа a . Вычеркивал число 1, которое не является простым. Подчеркивал число 2 и вычеркивал все числа, которые делятся на 2, то есть числа 4, 6, 8, Следующее незачеркнутое число 3 является простым. Эратосфен подчеркивал это число и вычеркивал все числа, которые делятся на 3. Подчеркивал следующее невычеркнутое число 5, которое является простым, и т. д. С помощью такого способа среди чисел, не превышающих a , можно «высеять» все простые числа.

Если «высеять» все простые числа, не превышающие 30, то получим:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 — первые 10 простых чисел.

1	<u>2</u>	<u>3</u>	4	<u>5</u>	6	<u>7</u>	8	9	10
<u>11</u>	12	<u>13</u>	14	15	16	<u>17</u>	18	<u>19</u>	20
21	22	<u>23</u>	24	25	26	27	28	<u>29</u>	30

Эратосфенов метод «высевания» простых чисел называют еще «решетом Эратосфена». Это связано с тем, что древние греки писали на папирусе или табличках, покрытых воском, и числа не вычеркивали, а выкалывали иголкой, после чего папирус или табличка напоминали решето.

В 1603 году итальянский математик Пьетро Катальди опубликовал в Болонье первую известную нам таблицу простых чисел меньше 750. Позже математики продвигались все дальше в глубь натурального ряда чисел, открывая все новые и новые простые числа.

Уже в 1770 году немецкий математик Иоанн Генрих Ламберт (1728 – 1777) опубликовал таблицу наименьших делителей всех чисел меньше 102 000, которые не делятся на 2, 3 и 5. Это была огромная работа. Не зря, призывая ученых продолжить составление таблицы, Ламберт гарантировал бессмертие тому, кто получит таблицу делителей до 1 000 000.

В середине XIX века в прессе появились сообщения, которые казались совершенно невероятными: Венская академия наук получила рукопись пражского математика Якуба Филиппа Кулика, содержащую таблицу делителей чисел, не делящихся 2, 3 и 5, которую ученый расширил до 100 миллионов.

Редактор таблиц простых чисел Лемер посетил Вену и убедился, что в библиотеке академии хранится семь больших томов рукописных таблиц «Большой канон делителей всех чисел, которые не делятся на 2, 3 и 5, и простых чисел между ними до 100 330 201 Якуба Филиппа Кулика, публичного ординарного профессора высшей математики Пражского университета».

Якуб Филипп Кулик (1793 – 1863) родился во Львове. Окончив местную гимназию, он изучал философию, право и математику во Львовском университете, а с 1814 года преподавал математику в лицее. С 1826 года Кулик стал профессором высшей математики Пражского университета. Много сил ученый отдал развитию культуры, науки и образования в родном крае. Он подарил много книг галицким гимназиям и Львовскому университету. Кулик является автором многих научных работ, но в историю математики он вошел как непревзойденный вычислитель и составитель математических таблиц.

Упражнения для повторения



101. Автомобиль должен был проехать путь между Львовом и Тернополем за 2 ч. Если бы он ехал со скоростью 60 км/ч, то опоздал бы на 15 мин. Каково расстояние между городами?
102. Мотоциклист, пробыв в дороге 1 ч 30 мин, приехал в город Сумы. Ехал он со скоростью 40 км/ч. На сколько минут раньше прибыл бы в Сумы мотоциклист, если бы он ехал со скоростью, на 10 км/ч большей?
103. Найдите площадь квадрата со стороной 3,6 см. Ответ запишите в квадратных дециметрах.
104. Найдите объем куба с ребром 11 дм. Ответ запишите в кубических метрах.
105. Выполните действия:
а) $3^2 - 2^3$; б) $(107 - 972 : 36)^2$; в) $1,03^2 - 0,03^2$.

5. Разложение натуральных чисел на простые множители

Составное число 24 можно записать как произведение двух множителей, например, $24 = 6 \cdot 4$. Говорят, что число 24 разложили на два множителя — 6 и 4. Числа 6 и 4 тоже можно разложить на множители: $6 = 3 \cdot 2$; $4 = 2 \cdot 2$. Теперь число 24 можно записать так: $24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. В произведении $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ все множители являются простыми числами. Итак, число 24 разложили на простые множители.

Разложить число на простые множители означает записать его в виде произведения простых чисел. Любое составное число можно разложить на простые множители. Например:

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7; \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2.$$

Раскладывая числа на простые множители, надо найти простые делители этого числа. При этом можно использовать признаки делимости чисел. Чтобы разложить на множители большие числа, пользуются специальной схемой.

Пусть надо разложить на простые множители число 630. Записываем это число и проводим справа вертикальную черту. Наименьшим простым делителем этого числа является 2; записываем 2 справа от черты. Делим 630 на 2 и записываем частное 315 слева от черты под числом 630. Находим теперь наименьший простой делитель числа 315. Им является число 3, записываем его справа от черты. Делим 315 на 3, частное 105 записываем слева. Делим 105 на 3, получаем 35; 35 делим на 5, получаем 7. Число 7 простое, разделив его на 7, получим 1. Разложение закончено.

630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$$\text{Итак, } 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7.$$

Прочитайте



1. Найти все делители числа 126.

- Разложим число 126 на простые множители:

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Делителями числа 126 являются: 1, простые числа 2, 3, 7 в полученном разложении и всевозможные произведения чисел 2, 3, 3, 7, то есть: 1; 2; 3; 7; 2 · 3; 2 · 7; 3 · 3; 3 · 7; 2 · 3 · 3; 2 · 3 · 7; 3 · 3 · 7; 2 · 3 · 3 · 7.

Итак, делителями числа 126 являются:

$$1; 2; 3; 7; 6; 14; 9; 21; 18; 42; 63; 126.$$

Запишем все делители в порядке их возрастания:

$$1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63; 126. \bullet$$

Устно



106. Являются ли разложениями на простые множители такие произведения:
 $2 \cdot 17$; $1 \cdot 7$; $2 \cdot 3 \cdot 25$; $2^3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 23$; $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 27$?
107. Разложите на простые множители числа: 4; 9; 10; 12; 50.

Уровень А



Разложите на простые множители числа:

108. а) 28, 35, 56, 64, 67; б) 120, 165, 459, 2000, 17 787.
109. а) 33, 36, 74, 91, 98; б) 250, 408, 576, 11 100, 78 720.



110. Делится ли число $n = 2^3 \cdot 3 \cdot 163$ на 2; на 6; на 12?
111. Делится ли число $n = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ на 5; на 6; на 16; на 35?
112. Найдите все делители числа n при:
- а) $n = 3 \cdot 7 \cdot 11$; б) $n = 2^2 \cdot 17$.

Найдите все делители чисел:

113. а) 42, 106, 110; б) 44, 54, 140.
114. а) 30, 154, 186; б) 45, 56, 242.



Уровень Б



115. Найдите все делители числа $n = 2^3 \cdot 41$.



116. Найдите все делители числа 3144.

117. Найдите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит из двух одинаковых множителей.



118. Найдите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит из двух множителей, одним из которых является 17.

119. Замените звездочку цифрой и найдите такие простые числа a, b, c , чтобы было верным равенство:
- а) $33^* = a \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$; б) $*02 = 3 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot c$.

Разминка для ума



120. Девочку спросили: «Сколько грибов ты нашла?». Она ответила: «Меньше 100, и если бы я разложила их на кучки или по 3, или по 4, или по 7 грибов, то в каждом случае остатка не было бы». Сколько грибов нашла девочка?

Интересные рассказы



Расположение простых чисел

Утверждение о том, что каждое отличное от 1 натуральное число можно записать в виде произведения простых множителей и притом единственным способом, если не принимать во внимание порядок расположения сомножителей, является так называемой основной теоремой арифметики — одной из древнейших математических наук (в переводе с греческого «арифметика» — «искусство чисел»).

В соответствии с основной теоремой арифметики простые числа являются как бы кирпичами, из которых «строятся» натуральные числа. Этим и объясняется внимание к простым числам со стороны математиков всех времен. Еще древнегреческий математик Эвклид (ок. 365 — ок. 300 г. до н. э.) доказал, что простых чисел есть бесконечно много, поэтому наибольшего простого числа не существует. Но еще до сих пор не изучены закономерности расположения простых чисел в натуральном ряду.

Талантливые математики многих стран стремились найти закон расположения простых чисел.

В решении этого сложного вопроса весомый результат получил русский ученый, академик Пафнутий Львович Чебышев (1821 — 1894). Он доказал, что между любым натуральным числом больше 1 и его удвоением всегда существует хотя бы одно простое число.

О свойствах простых чисел выдвинуто много интересных гипотез. Среди них самой интересной является гипотеза члена Петербургской академии наук Кристиана Гольдбаха (1690 — 1764), сформулированная так: любое натуральное число больше 5 является суммой трёх простых чисел.

Свойства простых чисел можно наглядно представить так:

а) представим прямолинейный провод, выходящий из комнаты в мировое пространство, проходящий возле Луны и далее за огненный шар Солнца — в бесконечность;

б) мысленно развесим на нем через каждый метр электрические лампочки и пронумеруем их натуральными числами;

в) мысленно включим свет с таким расчетом, чтобы загорелись лампочки, номера которых являются простыми числами;

г) мысленно полетим вдоль этого провода.

Перед нами откроется следующая картина.

1. Лампочка под номером 1 не горит, поскольку единица не является простым числом.

2. Две следующие лампочки под номерами 2 и 3 горят, поскольку числа 2 и 3 — простые. Больше таких лампочек, которые являются соседними и горят, мы не увидим.

3. Будем наблюдать пары лампочек, которые горят, соответствующие числам-близнецам (3 и 5, 5 и 7, 11 и 13 и т. д.). Самой большой из известных пар чисел-близнецов является 10 999 949 и 10 999 951.

4. Чем дальше будем лететь, тем будет становиться темнее, потому что реже будут гореть лампочки. А вот наступил большой промежуток темноты. Но мы вспоминаем свойство простых чисел, открытое Эвклидом, и смело движемся вперед, так как знаем, что впереди еще обязательно есть горящие лампочки, и их достаточно много.

5. Снова долго летим, а впереди и позади — темнота. Снова вспоминаем свойство простых чисел, доказанное Чебышевым, и следуем далее, уверенные в том, что, пролетев путь не больше того, который уже пролетели, мы обязательно увидим свет.

Упражнения для повторения



121. Выполните действия:

а) $0,2 \cdot 0,35 + 1,2 \cdot 0,35 + 2,2 \cdot 0,35 + 3,2 \cdot 0,35 + 4,2 \cdot 0,35$;

б) $(1705 : 100 - 205 : 100)^2$; в) $(135 \cdot 50 - 80 \cdot 50) : 10\,000$.

122. Автомобиль проехал 178 км за 3 ч. За первые два часа он проехал 121 км, а за два последних — 118 км. Сколько километров проехал автомобиль за второй час?

123. Из города *A* в город *B*, расстояние между которыми 140 км, отправился грузовой автомобиль со скоростью 56 км/ч. Когда он проехал 28 км, вслед за ним отправился легковой автомобиль. Найдите скорость легкового автомобиля, если в город *B* оба автомобиля прибыли одновременно.

6. Наибольший общий делитель

Выпишите все делители чисел 18 и 24 и подчеркните их общие делители.

число 18	делители: <u>1</u> , <u>2</u> , <u>3</u> , <u>6</u> , 9, 18
число 24	делители: <u>1</u> , <u>2</u> , <u>3</u> , 4, <u>6</u> , 8, 12, 24

Общими делителями (они подчеркнуты) чисел 18 и 24 являются числа 1, 2, 3, 6, наибольшим из них является 6. Число 6 является наибольшим натуральным числом, на которое делятся и 18, и 24.



Наибольшее натуральное число, на которое делится каждое из данных чисел, называют наибольшим общим делителем этих чисел.

Итак, наибольшим общим делителем чисел 18 и 24 является число 6. Сокращенно это записывают так: $\text{НОД}(18; 24) = 6$.

В рассмотренном примере мы легко нашли наибольший общий делитель чисел, записав все делители каждого из них. Если числа большие и имеют много делителей, то нахождение наибольшего общего делителя этим способом является достаточно сложным.

Рассмотрим еще один способ нахождения наибольшего общего делителя, взяв числа 210 и 294. Разложим каждое из этих чисел на простые множители:

$$210 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{7}; \quad 294 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot 7.$$

Подчеркнем все общие простые множители в разложении данных чисел: 2, 3, 7. Числа 210 и 294 делятся на каждое из чисел 2, 3, 7 и на их произведение: $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Число 42 является наибольшим общим делителем чисел 210 и 294:

$$\begin{array}{r|l} 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 294 & 2 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{НОД}(210; 294) = 42.$$

Назовите последовательность шагов при нахождении НОД двух чисел.

Для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел можно разложить эти числа на простые множители и найти произведение их общих множителей.

По такому правилу можно находить наибольший общий делитель трёх и более чисел. Найдем, например, наибольший общий делитель чисел 45, 75 и 90. Разложим эти числа на простые множители и подчеркнем общие для всех чисел множители:

$$45 = \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}; \quad 75 = \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot 5; \quad 90 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}.$$

$$\text{Итак, } \text{НОД}(45; 75; 90) = 3 \cdot 5 = 15.$$

Если среди данных чисел есть число, на которое делятся другие из данных чисел, то это число является наибольшим общим делителем данных чисел. Например:

$$\text{НОД}(3; 6) = 3; \quad \text{НОД}(4; 16; 20) = 4.$$

Два числа, наибольший общий делитель которых равен 1, называют *взаимно простыми числами*. Например, числа 16 и 27 являются взаимно простыми, так как их наибольшим общим делителем является 1.

Взаимно простые числа вообще имеют только один общий делитель — число 1. Поэтому, если два числа имеют общий делитель, отличный от 1, то они не взаимно простые. Например, числа 18 и 45 не являются взаимно простыми, так как имеют общий делитель 3.

Прочитайте



1. Какое наибольшее количество одинаковых букетов можно составить из 24 васильков и 32 ромашек, используя все цветы?

• Из данных цветов можно, например, составить 2 букета, в каждом из которых будет 12 васильков и 16 ромашек. Нельзя составить три букета, так как 32 ромашки нельзя разделить на 3 одинаковые части. Можно составить четыре одинаковых букета, так как и 24 василька, и 32 ромашки можно разделить на 4 одинаковые части. Очевидно, что для решения задачи нужно найти наибольшее число, на которое можно разделить 24 василька и 32 ромашки, то есть найти наибольший общий делитель чисел 24 и 32. Поскольку $\text{НОД}(24; 32) = 8$, то можно составить самое большее 8 одинаковых букетов. Каждый такой букет будет состоять из $24 : 8 = 3$ васильков и $32 : 8 = 4$ ромашек. •

Устно



124. Является ли число 3 общим делителем чисел 27 и 45; 57 и 44?
125. Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 2 и 8;	б) 15 и 3;	в) 15 и 45;
г) 15 и 18;	д) 31 и 33;	е) 27 и 36.
126. Являются ли взаимно простыми числа 6 и 8; 6 и 9; 6 и 11?
127. Среди чисел 2, 9, 15 и 20 укажите все пары взаимно простых чисел.
128. Назовите несколько чисел, взаимно простых с числом 8; не взаимно простых с числом 8.
129. Может ли число, взаимно простое с числом 15, делиться на 3; на 5?
130. Верно ли утверждение:
 - а) любые два четных числа не являются взаимно простыми;
 - б) любые два простых числа являются взаимно простыми?

Уровень А



131. Найдите наибольший общий делитель чисел m и n при:

- а) $m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$, $n = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$;
б) $m = 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 41$.

Найдите наибольший общий делитель чисел:

132. а) 12 и 8; б) 36 и 48; в) 50 и 175; г) 100 и 81;
д) 308 и 324; е) 210 и 330; ж) 2, 6 и 18; з) 24, 36 и 42.
133. а) 9 и 12; б) 48 и 72; в) 6 и 78; г) 12 и 35;
д) 130 и 78; е) 182 и 156; ж) 6, 14 и 36; з) 32, 64 и 96.

134. Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби:

- а) $\frac{6}{15}$; б) $\frac{8}{27}$; в) $\frac{18}{132}$; г) $\frac{72}{96}$.

Являются ли взаимно простыми числа:

135. а) 3 и 1000; б) 49 и 240; в) 154 и 165; г) 14 332 и 8156?
136. а) 7 и 4000; б) 36 и 245; в) 187 и 230; г) 40 302 и 8001?

137. Запишите все числа меньше 12, взаимно простые с числом 12.

138. Запишите все правильные дроби со знаменателем 8, числитель и знаменатель которых являются взаимно простыми числами.

139. Запишите все неправильные дроби с числителем 6, числитель и знаменатель которых являются взаимно простыми числами.

Уровень Б



140. Найдите хотя бы три значения a , для которых наибольшим общим делителем чисел 18 и a является число 6.

141. Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно составить, имея 48 конфет и 36 яблок, если использовать все конфеты и все яблоки?

142. Прямоугольный лист бумаги длиной 56 см и шириной 48 см нужно разрезать без отходов на наименьшее количество равных квадратов. Сколько квадратов получим?

143. Деревянный брусок длиной 48 см, шириной 30 см и высотой 24 см нужно разрезать без отходов на наименьшее количество равных кубов. Сколько кубов получим?



Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно составить, имея 90 мандаринов, 405 конфет и 135 пряников, если нужно использовать все мандарины, конфеты и пряники?

145. Между всеми учениками класса разделили поровну 58 тетрадей в линейку и 87 тетрадей в клетку. Сколько учеников в классе? Сколько тетрадей в линейку и сколько в клетку получил каждый ученик?
146. В комнате длиной 625 см и шириной 475 см решили выложить пол одинаковыми декоративными плитками квадратной формы, не разрезая их. Какой наибольший возможный размер такой плитки? Сколько плиток наибольшего размера нужно, чтобы выложить ими пол?

Разминка для ума

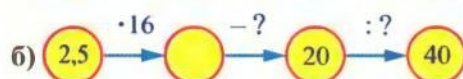


147. В соревнованиях принимают участие 90 учеников. На футболку каждого из участников нанесен номер от 10 по 99 включительно. Фирма «Пинг-Понг» вручила призы владельцам тех номеров, которые делятся на каждую из цифр в записи номера. Сколько учеников получили призы?

Упражнения для повторения



148. Путь 210 км автомобиль проехал в одном направлении за 3 ч, а обратно — за 4 ч. Какова средняя скорость автомобиля за все время движения?
149. За 3 ч мотоциклист проехал 135 км, причем за первый час он проехал на 2 км больше, чем за второй. В течение третьего часа мотоциклист двигался со скоростью, равной средней скорости его движения за эти 3 ч. Сколько километров проехал мотоциклист за каждый час?
150. Агроном подсчитал, что с 32 га поля собрали 352 т картофеля, а с оставшихся 18 га — 207 т. Сколько картофеля собрали в среднем с 1 га поля?
151. Расположите в порядке возрастания числа: $11\frac{1}{4}$; 11,3; $11\frac{1}{5}$; 11,23.
152. Найдите пропущенные числа.



7. Кратные натурального числа. Наименьшее общее кратное

Числа 36, 72, 180 делятся на 18. Говорят, что числа 36, 72, 180 *кратны* числу 18.



Любое натуральное число, которое делится на данное натуральное число, называют кратным данного числа.

Все числа, кратные числу 18, можно получить, умножая число 18 последовательно на числа 1, 2, 3, 4, 5,

18, 36, 54, 72, 90, ... — числа, кратные 18.

Каждое натуральное число имеет бесконечно много чисел, кратных ему, наименьшим из которых является само это число.

Запишите числа, кратные 9, и числа, кратные 12, и подчеркните их общие кратные.

число 9 кратные: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

число 12 кратные: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...

Общими кратными чисел 9 и 12 являются подчеркнутые числа 36, 72, Все они делятся на 9 и на 12. *Наименьшим общим кратным* является число 36.



Наименьшим общим кратным двух натуральных чисел называют наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из данных чисел.

То, что наименьшим общим кратным чисел 9 и 12 является число 36, сокращенно записывают так: $\text{НОК}(9; 12) = 36$.

Разложим числа 9, 12 и их наименьшее общее кратное 36 на простые множители:

$$9 = 3 \cdot 3; \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3.$$

Мы видим, что разложение числа 36 можно получить, если разложение числа 9 умножить на $2 \cdot 2$. Числа 2 и 2 — это такие множители из разложения числа 12, которых нет в разложении числа 9.

Назовите последовательность шагов при нахождении НОК двух чисел.

Чтобы найти наименьшее общее кратное двух чисел, можно каждое из них разложить на простые множители и разложение одного из чисел умножить на те множители другого числа, которых нет в разложении первого.

Найдем наименьшее общее кратное чисел 90 и 210.

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7;$$

$$\text{НОК}(90; 210) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 630.$$

Если одно из чисел делится на другое, то большее из них является наименьшим общим кратным этих чисел. Например, $\text{НОК}(21; 63) = 63$.

Наименьшим общим кратным двух взаимно простых чисел является произведение этих чисел. Например, $\text{НОК}(8; 9) = 72$.

Наименьшее общее кратное можно найти не только для двух, но и для трех и более чисел.

Например, для чисел 12, 18, 24 имеем:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НОК}(12; 18; 24) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 72.$$

Прочитайте



1. Найти наименьшее четырехзначное число, кратное 27.

• 1000 — наименьшее четырехзначное число. Разделим его на 27: $1000 : 27 = 37$ (ост. 1).

$27 \cdot 38 = 1026$ — наименьшее четырехзначное число, кратное 27. •

2. Шаг отца равен 72 см, а шаг сына — 54 см. Найти наименьшее расстояние, которое нужно пройти как отцу, так и сыну, чтобы каждый из них сделал при этом целое число шагов.

• Искомое расстояние в сантиметрах должно выражаться таким наименьшим числом, которое делится на 72 и на 54. Таким числом является наименьшее общее кратное этих чисел. Найдем $\text{НОК}(54; 72)$:

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3; \quad 72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$\text{НОК}(54; 72) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 216.$$

Итак, искомое расстояние равно 216 см. На таком расстоянии отец сделает $216 : 72 = 3$ шага, а сын — $216 : 54 = 4$ шага. •

3. Найти наименьшее общее кратное чисел 15 и 12.

• Находим кратные большего из чисел и проверяем, делятся ли они на меньшее число: 15 не делится на 12; $15 \cdot 2 = 30$ — не делится на 12; $15 \cdot 3 = 45$ — не делится на 12; $15 \cdot 4 = 60$ — делится на 12. Итак, $\text{НОК}(15; 12) = 60$. •

Устно



153. Является ли число 45 общим кратным чисел 9 и 15; 3 и 18?
154. Назовите несколько общих кратных чисел 4 и 5; 10 и 15.
155. Найдите наименьшее общее кратное чисел:
а) 2 и 3; 9 и 18; 20 и 15; 30 и 45;
б) 2, 3 и 5; 10, 15 и 20; 5, 10 и 15.

Уровень А



Проверьте, будет ли первое число кратным второму:

156. а) 342 и 19; б) 21 324 и 108; в) 9225 и 45.



157. а) 492 и 41; б) 14 544 и 24; в) 4028 и 212.

158. Запишите числа меньше 150, кратные числу 35.



159. Запишите два числа больше 100, кратные числу 28.

160. Докажите, что данные числа являются взаимно простыми, и найдите их наименьшее общее кратное:

- а) 8 и 9; б) 12 и 7; в) 4 и 25.

161. Найдите наименьшее общее кратное чисел m и n при:

- а) $m = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $n = 2 \cdot 3 \cdot 7$;
б) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$.



162. Найдите наименьшее общее кратное чисел m , n и k при
 $m = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $n = 3 \cdot 3 \cdot 11$, $k = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Найдите наименьшее общее кратное чисел:

163. а) 9 и 24; б) 15 и 35; в) 48 и 60; г) 24 и 108;
д) 340 и 102; е) 444 и 296; ж) 12, 18 и 42; з) 360, 540 и 640.



164. а) 12 и 16; б) 25 и 35; в) 80 и 60; г) 110 и 121;
д) 296 и 345; е) 186 и 248; ж) 16, 24 и 36; з) 340, 510 и 680.

165. Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:

- а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{18}$; в) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{12}$.

Уровень Б



166. Найдите наибольшее трехзначное число, кратное 29.



167. Найдите наименьшее четырехзначное число, кратное 64.

168. Автомобиль грузоподъемностью 3 т загрузили ящиками массой по 55 кг. Сколько ящиков загрузили, если их общая масса больше 2,9 т?

169. Сколько существует трехзначных чисел, кратных 37? Найдите те из них, запись которых оканчивается цифрой 8.

170. Сколько существует трехзначных чисел, кратных 46? Найдите те из них, запись которых оканчивается цифрой 6.



Найдите все трехзначные числа, кратные 43, запись которых оканчивается цифрой 5.

172. Сравните произведение $a \cdot b$ с произведением $\text{НСД}(a; b) \cdot \text{НСК}(a; b)$ при $a = 6, b = 8$; $a = 18, b = 24$.

173. В маленькую коробку помещается 12 карандашей, а в большую — 30. Найдите наименьшее количество карандашей, которые можно сложить как только в маленькие, так и только в большие коробки.



Какое наименьшее число метров ткани должно быть в рулоне, чтобы ее можно было продать кусками только по 3 м или только по 4 м?

175. Рейс автобуса одного маршрута длится 48 мин, а другого — 56 мин. Впервые эти автобусы одновременно отправились с общей конечной остановки в 6 часов. В котором часу они вторично отправятся с этой остановки одновременно?



Отрезок AB можно разделить на равные отрезки длиной 42 мм, 63 мм и 84 мм. Какую наименьшую длину может иметь отрезок AB ?

177. Три теплохода осуществляют разные туристические круизы. Первый круиз длится 12, второй — 9, третий — 18 суток. Возвратившись в порт, теплоходы на следующий день отправляются в новый круиз. 1 мая все три теплохода вышли из порта по своим маршрутам. Докажите, что на протяжении мая все три теплохода не встретятся в порту одновременно.

178. На луче от его начала O последовательно отложили 7 отрезков длиной 15 см, а потом снова от точки O — 7 отрезков длиной 18 см. Имеют ли отрезки длиной 15 см и отрезки длиной 18 см общие концы, отличные от точки O ?

Разминка для ума



179. Какой может быть последняя цифра числа, кратного:
а) 2; б) 3; в) 561.

Упражнения для повторения



180. Лыжник проехал с горы 3 км 900 м, что составляет 65% всего пути. Найдите весь путь.
181. Сумма двух чисел равна 14,85, причем первое число на 1,25 больше второго. Найдите эти числа.
182. Выполните действия:
а) $5\frac{3}{7} + 1\frac{5}{7} - 2\frac{2}{7}$; б) $5\frac{7}{11} + 8\frac{4}{11} - 9\frac{2}{19}$; в) $10 - \left(4\frac{8}{25} + 3\frac{19}{25}\right)$.

Памятка к §1

1. $24 = 6 \cdot 4$; 6 и 4 — делители числа 24.
2. Число 210 делится на 10, так как заканчивается 0.
3. Числа 140 и 135 делятся на 5, так как заканчиваются 0 или 5.
4. Числа 510, 512, 324, 126, 438 делятся на 2, так как заканчиваются однозначным четным числом.
5. Число 741 делится на 3; $7 + 4 + 1 = 12$; $12 : 3 = 4$, сумма цифр делится на 3.
Число 711 делится на 9; $7 + 1 + 1 = 9$; $9 : 9 = 1$, сумма цифр делится на 9.
6. Число 17 делится только на 1 и 17; 17 — простое число; делителями являются 1 и само число.
Число 14 делится не только на 1 и 14, а и на 2; 14 — составное число; делителей больше двух.
7. $\text{НОД}(18; 24) = 6$; 6 — наибольшее натуральное число, на которое делятся 18 и 24.
8. $\text{НОК}(50; 75) = 150$; 150 — наименьшее натуральное число, которое делится на 50 и на 75.

Вопросы для самопроверки и повторения

1. Какое число называют делителем данного числа? Приведите пример.
2. Сформулируйте признак делимости на 10; на 5; на 2; на 9; на 3.
3. Чем отличается составное число от простого?
4. Какие числа называют взаимно простыми?
5. Что называют наибольшим общим делителем двух чисел?
6. Как найти наибольший общий делитель нескольких чисел?
7. Какое число называют кратным данного числа? Приведите пример.
8. Что называют наименьшим общим кратным двух чисел?
9. Как найти наименьшее общее кратное нескольких чисел?

Задания для повторения § 1

183. Найдите все делители чисел 28; 38; 172.
184. Из чисел 117, 181, 195, 288, 600, 1512, 2055, 23 110, 413 775 выпишите те, которые делятся на 2; на 3; на 5; на 9; на 10.
185. Поставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы число:
а) $*43*$ делилось на 3 и на 10; б) $723**$ делилось на 9 и на 10.
186. Сколько делителей имеют числа 1; 2; 29; 42; 61; 102; 121? Выпишите сначала простые числа, а потом — составные.
187. Разложите на простые множители числа 22; 32; 51; 126; 400; 7429.
188. Являются ли взаимно простыми числа:
а) 15 и 102; б) 42 и 25; в) 101 и 265; г) 1200 и 2401?
189. Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 2 и 28; б) 33 и 132; в) 36 и 162;
г) 102 и 81; д) 4, 6 и 16; е) 42, 70 и 112.
190. Найдите наименьшее общее кратное чисел:
а) 8 и 24; б) 12 и 52; в) 45 и 105;
г) 64 и 96; д) 15, 35 и 45; е) 160, 240 и 400.
191. Нужно разбить на группы 54 шестиклассника и 45 пятиклассников так, чтобы во всех группах было одинаковое количество шестиклассников и одинаковое количество пятиклассников. Какое наименьшее количество учеников может иметь одна такая группа?
192. Какой наименьшей длины должна быть труба, чтобы ее можно было разрезать на равные части длиной 240 см и на равные части длиной 360 см?

193. Ученики шестого класса, в котором учится более 20 школьников, купили вместе 203 тетради, причем каждый ученик купил одинаковое количество тетрадей. Сколько в классе учеников и сколько тетрадей купил каждый ученик?
194. Какое наименьшее число получим, если, разделив его на 2, получим в остатке 1, разделив на 3 — в остатке 2, разделив на 4 — в остатке 3, разделив на 5 — в остатке 4, разделив на 6 — в остатке 5 и оно делится на 7?

Задания для самопроверки

I уровень

- Делителем числа 48 является:
а) 5; б) 7; в) 12; г) 18.
- На 5 делится число:
а) 552; б) 150; в) 541; г) 359.
- На 9 делится число:
а) 119; б) 189; в) 971; г) 475.
- Общим делителем чисел 42 и 63 является:
а) 27; б) 9; в) 6; г) 7.
- Наибольшим общим делителем чисел 42 и 63 является:
а) 9; б) 7; в) 21; г) 3.
- Наименьшим общим кратным чисел 28 и 35 является:
а) 70; б) 140; в) 175; г) 280.

II уровень

- Найдите наибольший общий делитель чисел 28 и 42.
- Найдите наименьшее общее кратное чисел 35 и 56.
- Поставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы число 532** делилось на 2 и на 3.

III уровень

- Являются ли взаимно простыми числа 245 и 500; 17 и 355; 111 и 252?
- Используя цифры 0, 2, 3, 7, 8 не более одного раза, запишите четырехзначное число, которое делилось бы на 3 и на 5.
- Какой наименьшей длины должна быть доска, чтобы ее можно было разрезать без остатка на равные части длиной как 72 см, так и 96 см?

IV уровень

13. Запишите все правильные дроби со знаменателем 16, числитель и знаменатель которых — взаимно простые числа.
14. Замените звездочку такой цифрой и найдите такое число a , чтобы было верным равенство $280^* = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot a$.
15. В магазине есть ножи и вилки общим количеством от 320 до 400 штук. Если их считать десятками, то будет целое число десятков, если считать дюжинами (по 12), то будет целое число дюжин. Сколько в магазине вилок и сколько ножей, если ножей на 160 штук меньше, чем вилок?

Раздел II. Обыкновенные дроби

§2. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

В этом параграфе вы найдете ответы на следующие вопросы:



1. Верно ли равенство $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$?

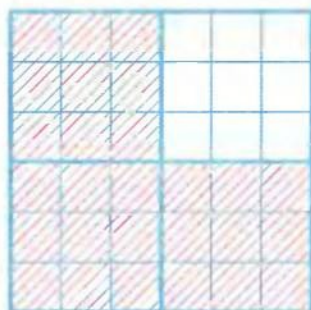
2. Как сложить дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$?

3. Как из дроби $\frac{3}{4}$ вычесть дробь $\frac{2}{3}$?

§2. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

8. Основное свойство дроби

Разделим квадрат со стороной 1 дм на 4 равные части и 3 из них заштрихуем (рис. 1). Так как площадь данного квадрата равна 1 дм^2 , то площадь заштрихованной части — $\frac{3}{4} \text{ дм}^2$. Каждый из четырех образовавшихся квадратов разделим еще на 9 равных квадратов. Тогда данный квадрат будет разделен на $4 \cdot 9 = 36$ малых квадрата, из которых $3 \cdot 9 = 27$ будут заштрихованными. Теперь площадь заштрихованной части равна $\frac{27}{36} \text{ дм}^2$.



1 дм²
Рис. 1

Поэтому $\frac{3}{4} \text{ дм}^2 = \frac{27}{36} \text{ дм}^2$, откуда $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$.

Числитель и знаменатель дроби $\frac{27}{36}$ можно получить, умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на 9:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}.$$

Какое свойство дроби выражает это равенство?

Если разделим числитель и знаменатель дроби $\frac{27}{36}$ на 9, то получим дробь $\frac{3}{4}$, которая равна дроби $\frac{27}{36}$:

$$\frac{27}{36} = \frac{27:9}{36:9} = \frac{3}{4}.$$

Какое свойство дроби выражает это равенство?



Итак, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получим дробь, равную данной.

Это свойство называют *основным свойством дроби*.

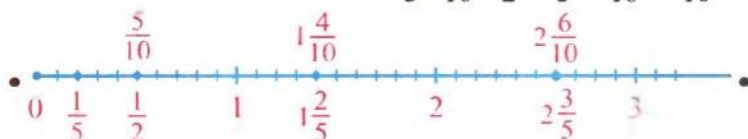
Например: $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$; $\frac{14}{21} = \frac{14:7}{21:7} = \frac{2}{3}$.

Из равенства $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ следует, что дроби $\frac{3}{5}$ и $\frac{12}{20}$ являются разными записями одного и того же числа.

Прочитайте



1. На числовом луче отметьте числа: $\frac{1}{5}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{1}{2}$; $1\frac{2}{5}$; $1\frac{4}{10}$; $2\frac{6}{10}$; $2\frac{3}{5}$.



Устно



195. Обоснуйте равенства: $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$; $\frac{2}{5} = \frac{20}{50}$.
196. Верны ли равенства: $\frac{3}{7} = \frac{9}{28}$; $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$; $\frac{2}{5} = \frac{10}{50}$; $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$? Ответ обоснуйте.
197. Назовите несколько дробей, равных дроби $\frac{2}{5}$.
198. Назовите дроби, равные дроби $\frac{12}{18}$, знаменатели которых меньше 18.
199. Объясните равенство дробей сначала при помощи рисунка 2, а затем при помощи основного свойства дроби:



а) $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$;

б) $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$;

в) $\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$;

г) $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$.

Рис. 2

Уровень А



200. Умножьте числитель и знаменатель каждой дроби на 4 и запишите соответствующие равенства: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{4}{1}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{10}{7}$.

201. Разделите числитель и знаменатель каждой дроби на 5 и запишите соответствующие равенства: $\frac{15}{25}$; $\frac{50}{60}$; $\frac{10}{35}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{25}{40}$; $\frac{30}{25}$.



Числители и знаменатели дробей $\frac{2}{3}$; $\frac{12}{17}$; $\frac{37}{44}$ умножьте на 6, а числители и знаменатели дробей $\frac{18}{42}$; $\frac{72}{84}$; $\frac{96}{144}$ разделите на 6. Запишите соответствующие равенства.

203. Запишите четыре дроби, равные дроби $\frac{12}{36}$, знаменатели которых меньше знаменателя данной дроби.



Запишите три дроби, равные дроби $\frac{4}{10}$.

Замените x таким числом, чтобы было верным равенство:

205. а) $\frac{5}{7} = \frac{10}{x}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{x}{16}$; в) $\frac{x}{5} = \frac{16}{20}$; г) $\frac{18}{24} = \frac{x}{8}$.



а) $\frac{5}{6} = \frac{x}{30}$; б) $\frac{30}{x} = \frac{10}{11}$; в) $\frac{21}{49} = \frac{3}{x}$; г) $\frac{x}{56} = \frac{2}{7}$.

207. Разделите числитель и знаменатель дроби $\frac{24}{32}$ на НОД числителя и знаменателя и запишите соответствующее равенство.

208. Начертите отрезок длиной 4 см. Найдите в миллиметрах $\frac{2}{5}$ длины этого отрезка; $\frac{4}{10}$ его длины. Сделайте вывод.



Масса арбуза равна 3 кг 200 г. Найдите в граммах $\frac{1}{4}$ массы арбуза; $\frac{2}{8}$ его массы. Сравните эти массы.

Уровень Б



Изобразите на координатном луче числа:

210. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8}; 2\frac{3}{4}; 2\frac{6}{8}.$



211. $\frac{2}{5}; \frac{4}{10}; \frac{8}{10}; 1\frac{3}{5}; 1\frac{6}{10}.$

212. Сколько содержится:

а) десятых в $\frac{1}{2}$; б) девярых в $\frac{1}{3}$; в) двадцатых в $\frac{3}{5}$;

г) шестых в $\frac{4}{12}$; д) сотых в $\frac{1}{5}$; е) четвертых в $\frac{8}{32}$?

Замените x таким числом, чтобы было верным равенство:

213. а) $\frac{2}{5} = \frac{14}{5x}$; б) $\frac{18}{11x} = \frac{3}{11}$; в) $\frac{3x}{40} = \frac{3}{4}$; г) $\frac{4}{7} = \frac{2x}{56}$.

214. а) $\frac{3}{7} = \frac{15}{x+4}$; б) $\frac{x-2}{5} = \frac{20}{25}$; в) $\frac{10}{40} = \frac{x-1}{8}$.



215. а) $\frac{3}{5} = \frac{21}{5x}$; б) $\frac{5}{8} = \frac{20}{4x}$; в) $\frac{5}{9} = \frac{20}{x+5}$; г) $\frac{18}{24} = \frac{3}{x-6}$.

216. Выразите в минутах: $\frac{1}{3}$ от 2 ч 30 мин; $\frac{2}{6}$ от 2 ч 30 мин. Результаты сравните.



217. Выразите в копейках: $\frac{2}{5}$ от 3 грн.; $\frac{4}{10}$ от 3 грн. Результаты сравните.

218*. Докажите, что дроби $\frac{25}{33}$, $\frac{2525}{3333}$, $\frac{252525}{333333}$ равны друг другу.

Разминка для ума



219. Поставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы было верным равенство

$$\frac{**5}{297} = \frac{5*05}{6831}.$$

Упражнения для повторения



220. Найдите НОД числителя и знаменателя дроби:

а) $\frac{42}{63}$;

б) $\frac{48}{72}$.

221. В двух мешках было 104 кг картофеля. Когда из первого мешка пересыпали во второй 2,5 кг, то картофеля в обоих мешках стало поровну. Сколько картофеля было в каждом мешке сначала?

222. В трех ящиках 30,8 кг помидоров, причем во втором ящике помидоров в два раза больше, а в третьем — на 2 кг больше, чем в первом. Сколько помидоров в каждом ящике?

223. Сколькими способами можно составить букет из трех гвоздик, имея 4 разноцветные гвоздики; 5 разноцветных гвоздик?

9. Применение основного свойства дроби

а) Сокращение дроби

Используя основное свойство дроби, иногда можно заменить одну дробь другой, равной ей, но с меньшими числителем и знаменателем.

Например, если числитель и знаменатель дроби $\frac{33}{44}$ разделить на их общий делитель 11, то получим дробь $\frac{3}{4}$, равную дроби $\frac{33}{44}$:

$$\frac{33}{44} = \frac{33:11}{44:11} = \frac{3}{4}.$$



Деление числителя и знаменателя дроби на их общий делитель, отличный от единицы, называют сокращением дроби.

Наибольшим числом, на которое можно сократить дробь, является наибольший общий делитель числителя и знаменателя.

Дробь $\frac{4}{5}$ сократить нельзя. Такую дробь называют *несократимой*. Числитель и знаменатель несократимой дроби являются взаимно простыми числами.

б) Приведение дроби к новому знаменателю

Используя основное свойство дроби, дробь $\frac{3}{4}$ можно записать дробью со знаменателем 12, умножив ее числитель и знаменатель на 3:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}.$$

Эту же дробь можно заменить дробью со знаменателем 20, умножив ее числитель и знаменатель на 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}.$$

Пусть дробь $\frac{3}{4}$ нужно привести к дроби со знаменателем 96. Сначала нужно узнать, на какое натуральное число нужно умножить 4, чтобы получить 96 (если такое число существует). Для этого нужно число 96 разделить на 4:

$$96 : 4 = 24. \text{ Тогда } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 24}{4 \cdot 24} = \frac{72}{96}.$$

Число 24 в этом примере называют *дополнительным множителем*.

Прочитайте



1. Сократить дробь $\frac{24}{60}$.

• Сокращение можно проводить постепенно, используя, по возможности, признаки делимости:

$$\frac{24}{60} = \frac{24:2}{60:2} = \frac{12}{30} = \frac{12:2}{30:2} = \frac{6}{15} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}.$$

Сокращенная запись: $\frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Сокращение можно проводить, разделив числитель и знаменатель на их НОД. Поскольку $\text{НОД}(24; 60) = 12$, то

$$\frac{24}{60} = \frac{24:12}{60:12} = \frac{2}{5}. \text{ Сокращенная запись: } \frac{24}{60} = \frac{2}{5}. \bullet$$

2. Записать обыкновенной несократимой дробью: 0,25; 0,125; 20%; 55%.

$$\bullet \quad 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4};$$

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8};$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5};$$

$$55\% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}. \bullet$$

3. Записать в процентах числа: $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{10}$.

$$\bullet \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 25\%; \quad \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100} = 30\%. \bullet$$

Устно



224. Объясните равенства: $\frac{25}{50} = \frac{25:25}{50:25} = \frac{1}{2}$; $\frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36}$.

225. Сократите дроби: $\frac{5}{10}$; $\frac{100}{300}$; $\frac{12}{36}$; $\frac{11}{55}$.

226. Назовите дробь со знаменателем 16, равную дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}$.

Уровень А



227. Сократите дроби: $\frac{6}{10}$; $\frac{3}{15}$; $\frac{21}{35}$; $\frac{42}{56}$; $\frac{63}{77}$.

228. Запишите все правильные дроби со знаменателем 12. Сократите те из них, которые можно сократить.



- Запишите все правильные дроби со знаменателем 20. Сократите те из них, которые можно сократить.

230. Найдите НОД числителя и знаменателя каждой из дробей и сократите

дроби на НОД: $\frac{36}{48}$; $\frac{35}{105}$; $\frac{63}{81}$; $\frac{84}{154}$; $\frac{625}{1000}$.

231. Сократите неправильные дроби и выделите их целые части:

$$\frac{25}{15}; \frac{72}{64}; \frac{64}{40}; \frac{300}{75}; \frac{186}{120}.$$



- Сократите дроби и выделите для неправильных дробей их целые части:

$$\frac{6}{8}; \frac{55}{45}; \frac{18}{42}; \frac{144}{54}; \frac{63}{231}; \frac{399}{475}.$$

Запишите обыкновенными несократимыми дробями:

233. 0,4; 0,25; 0,05; 0,08; 0,65; 0,625; 75%; 16%.



234. 0,5; 0,8; 0,125; 0,24; 0,875; 85%; 32%.

235. Выполните действие и результат запишите несократимой дробью:

а) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{7}{10} - \frac{1}{10}$; в) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$; г) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$.

236. Приведите к знаменателю 48 дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{16}$; $\frac{7}{24}$.



237. Приведите к знаменателю 36 дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{7}{18}$.

Запишите в процентах дроби:

238. $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{25}$.



239. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{7}{25}$.

Уровень Б



240. Запишите обыкновенной несократимой дробью: $\frac{42}{720}$; $\frac{18}{300}$; $\frac{125}{500}$; $\frac{144}{900}$.



241. Выразите в килограммах и запишите обыкновенной несократимой дробью: 25 г; 125 г; 250 г; 160 г; 825 г; 950 г.

242. Выразите в килограммах и запишите смешанным числом с несократимой дробной частью: 3125 г; 15 500 г; 18 375 г; 7 кг 150 г.

243. Выразите в часах и запишите смешанным числом с несократимой дробной частью: 90 мин; 130 мин; 270 мин; 310 мин; 5 ч 12 мин.



244. Выразите в гривнах и запишите смешанным числом с несократимой дробной частью: 125 к.; 440 к.; 732 к.; 7 грн. 6 к.

245. Сумма числителя и знаменателя дроби равна 48. После сокращения этой дроби получили $\frac{3}{5}$. Найдите начальную дробь.



246. Наташа записала дробь, разность знаменателя и числителя которой равна 15. После сокращения дроби она получила $\frac{2}{7}$. Какую начальную дробь записала Наташа?

Разминка для ума



247. Листок бумаги разрежем на 8 или на 12 частей. Далее некоторые из частей снова разрежем на 8, а некоторые — на 12 частей. Можно ли, разрезая таким способом, получить 44 части из этого листка?

Упражнения для повторения



248. Найдите НОК знаменателей дробей:

а) $\frac{1}{42}$ и ; б) $\frac{7}{150}$ и $\frac{7}{100}$; в) $\frac{5}{26}$ и $\frac{2}{39}$.

249. Сравните дроби: $\frac{5}{7}$ и $\frac{6}{7}$; $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{9}$ и $\frac{8}{11}$.

250. Один конькобежец пробегает круг за 36 с, а другой — за 42 с. Через сколько секунд после общего старта конькобежцы снова встретятся на стартовой отметке?

251. Используя цифры 1, 2, 3, 5, 8 не более одного раза, запишите четырехзначное число, которое делилось бы на 5 и на 9.

252. В школе 560 учеников, 25% всех учеников в старших классах, 45% остальных — в средних классах. Сколько учеников в младших классах?

10. Приведение дробей к общему знаменателю.

Сравнение дробей

Сравните дроби $\frac{14}{35}$ и $\frac{15}{35}$.

Дроби $\frac{14}{35}$ и $\frac{15}{35}$ имеют одинаковые знаменатели. Такие дроби мы умеем сравнивать. Меньшей из этих дробей является та, числитель которой меньше, то есть

$$\frac{14}{35} < \frac{15}{35}.$$

Воспользуйтесь полученным результатом для сравнения дробей $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$.

Используем основное свойство дроби и приведем дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ к одинаковому, или, еще говорят, *общему* знаменателю.

Дробь $\frac{2}{5}$ можно привести к знаменателям, кратным 5:

10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; ... ,

а дробь $\frac{3}{7}$ — к знаменателям, кратным 7:

14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; 70; 77;

Дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ можно привести к одинаковым знаменателям 35; 70; ... (они подчеркнуты), то есть к общим кратным знаменателей этих дробей. Наименьшее общее кратное знаменателей двух дробей называют *наименьшим общим знаменателем*. Наименьшим общим знаменателем дробей $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ является число 35.

Приведите дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ к знаменателю 35.

Чтобы привести дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ к наименьшему общему знаменателю 35, найдем дополнительные множители для каждой из дробей. Дополнительный множитель для первой дроби $35 : 5 = 7$, а для второй дроби — $35 : 7 = 5$. Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{5}$ на 7, а числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ на 5:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{14}{35}; \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{15}{35}.$$

Дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ привели к наименьшему общему знаменателю 35 и получили таких дроби: $\frac{14}{35}$ и $\frac{15}{35}$.



Чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю, надо:

- 1) найти наименьшее общее кратное знаменателей;
- 2) найти дополнительные множители для каждой дроби, разделив НОК знаменателей на знаменатель каждой дроби;
- 3) числитель и знаменатель каждой дроби умножить на соответствующий дополнительный множитель.

После приведения дробей $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ к общему знаменателю можем сравнить их. Поскольку $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$, $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$, а $\frac{14}{35} < \frac{15}{35}$, то $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$.



Итак, чтобы сравнить дроби с разными числителями и знаменателями, достаточно привести их к общему знаменателю и сравнить полученные дроби.

Прочитайте



1. Привести к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{18}$ и $\frac{5}{27}$.

• Найдем НОК знаменателей: $9 = 3 \cdot 3$; $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$; $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$.
НОК(9; 18; 27) = $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 54$. Разделим наименьший общий знаменатель на знаменатель каждой дроби и найдем дополнительные множители: $54 : 9 = 6$; $54 : 18 = 3$; $54 : 27 = 2$.

Запишем: $\frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 6}{9 \cdot 6} = \frac{12}{54}$; $\frac{7}{18} = \frac{7 \cdot 3}{18 \cdot 3} = \frac{21}{54}$; $\frac{5}{27} = \frac{5 \cdot 2}{27 \cdot 2} = \frac{10}{54}$.

2. Сравнить числа $1\frac{3}{4}$ и $1\frac{11}{6}$.

• $\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$. Смешанные числа $1\frac{3}{4}$ и $1\frac{5}{6}$ имеют одинаковые целые части.

Сравним дробные части этих чисел. Поскольку $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$, а $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, то $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$. Итак, $1\frac{3}{4} < 1\frac{5}{6}$, то есть $1\frac{3}{4} < 1\frac{11}{6}$.

Устно



253. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

а) $\frac{3}{10}$ и $\frac{1}{20}$; б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{8}$; в) $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{20}$; г) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$.

254. Сравните дроби:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{10}$; б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$; в) $\frac{5}{6}$ и $\frac{2}{3}$; г) $\frac{5}{7}$ и $\frac{9}{14}$.

Уровень А



Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

255. а) $\frac{5}{8}$ и $\frac{1}{6}$; б) $\frac{9}{14}$ и $\frac{2}{21}$; в) $\frac{1}{42}$ и $\frac{11}{30}$; г) $\frac{7}{48}$ и $\frac{11}{30}$.



256. а) $\frac{3}{20}$ и $\frac{7}{30}$; б) $\frac{1}{6}$ и $\frac{7}{15}$; в) $\frac{7}{24}$ и $\frac{5}{36}$; г) $\frac{7}{36}$ и $\frac{1}{48}$.

Сравните дроби:

257. а) $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{8}$; б) $\frac{1}{3}$ и $\frac{5}{14}$; в) $\frac{5}{21}$ и $\frac{4}{15}$; г) $\frac{11}{12}$ и $\frac{17}{18}$.



258. а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$; б) $\frac{5}{16}$ и $\frac{7}{20}$; в) $\frac{3}{7}$ и $\frac{11}{29}$; г) $\frac{31}{54}$ и $\frac{19}{36}$.

Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

259. а) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}$ и $\frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{5}, \frac{1}{4}$ и $\frac{3}{10}$; в) $\frac{2}{9}, \frac{1}{4}$ и $\frac{5}{12}$.



260. а) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ и $\frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{6}, \frac{2}{9}$ и $\frac{7}{12}$; в) $\frac{5}{7}, \frac{4}{35}$ и $\frac{4}{5}$.

261. Расположите в порядке возрастания дроби: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{9}{10}, \frac{3}{5}$.



262. Расположите в порядке убывания дроби: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{11}{18}, \frac{17}{18}$.

Уровень Б



Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

263. а) $\frac{5}{24}, \frac{11}{16}$ и $\frac{7}{96}$; б) $\frac{7}{36}, \frac{13}{20}$ и $\frac{5}{48}$; в) $\frac{2}{9}, \frac{7}{27}, \frac{11}{28}$ и $\frac{5}{6}$.



264. а) $\frac{5}{21}, \frac{6}{35}$ и $\frac{14}{15}$; б) $\frac{5}{48}, \frac{23}{64}$ и $\frac{7}{80}$; в) $\frac{4}{15}, \frac{17}{20}, \frac{11}{12}$ и $\frac{3}{10}$.

265. Расположите дроби в порядке убывания: $\frac{1}{6}, \frac{3}{10}, \frac{5}{14}, \frac{7}{15}, \frac{11}{21}, \frac{16}{35}$.



266. Расположите дроби в порядке возрастания: $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{7}{12}, \frac{9}{16}, \frac{17}{24}$.

Сравните числа:

267. а) $3\frac{3}{7}$ и $3\frac{4}{9}$; б) $2\frac{3}{4}$ и $\frac{17}{6}$; в) 0,7 и $\frac{5}{7}$; г) 5,8 и $\frac{64}{11}$.



268. а) $\frac{23}{9}$ и $2\frac{4}{7}$; б) $\frac{86}{15}$ и $\frac{47}{8}$; в) $\frac{4}{11}$ и 0,35; г) 3,7 и $3\frac{5}{7}$.

269. Отец Наташи изготовил 42 одинаковые детали за 5 ч, а отец Иры 60 таких же деталей — за 7 ч. Кто потратил на изготовление одной детали больше времени?



270. 21 кг риса содержит 16 кг крахмала, а 12 кг ячменя — 7 кг крахмала. Где крахмала больше — в 1 кг риса или в 1 кг ячменя?

271. На тренировке первый стайер пробежал 9 км за 36 мин, второй — 11 км за 48 мин, а третий — 17 км за 72 мин. Кто из стайеров пробегает за минуту наибольшее расстояние, а кто — наименьшее?
272. За 10 шагов Оля проходит 6 м, а Таня за 17 шагов — 12 м. Чей шаг короче — Олин или Танин?



273. Трехметровое бревно распилили на 7 равных частей, а пятиметровое — на 9 равных частей. Части какого бревна длиннее?

274. Запишите все дроби со знаменателем 36, расположенные между числами $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$.



Найдите какое-нибудь число, расположенное между числами:

а) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$;

б) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$.

276. Правильная дробь увеличится, если к ее числителю и знаменателю прибавить одно и то же натуральное число. Проверьте это для дроби $\frac{5}{8}$, прибавляя 2. Верно ли это утверждение для неправильной дроби? Проверьте на конкретном примере.
- 277*. Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{2}{3}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$;

в) $\frac{4}{5}$ и $\frac{3}{8}$;

г) $\frac{11}{24}$ и $\frac{15}{28}$.

Разминка для ума



278. Пруд зарастает кувшинками. Площадь, покрытая кувшинками, с каждым днем удваивается. На десятый день заросла половина пруда. Какая часть пруда заросла на девятый день?



279. Запишите неправильной дробью: $3\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{5}$; $2\frac{1}{3}$.

280. Выполните действия:

а) $2\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$; б) $3\frac{5}{6} + 1\frac{1}{6}$; в) $4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6}$; г) $10\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$;

д) $4\frac{7}{12} - 1\frac{3}{12} + 14\frac{1}{12} - 6\frac{11}{12}$; е) $2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} - (\frac{3}{8} + 1\frac{7}{8})$.

281. Шифр замка сейфа содержит три разных цифры. Запишите все шифры, которые можно составить, используя цифры 0, 1 и 2.

11. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Задача 1. Мама разрешила пирог на 12 равных частей. Петя съел одну часть пирога, а Сережа — две таких части. Какую часть пирога съели Петя и Сережа вместе?

Петя съел $\frac{1}{12}$ часть пирога, Сережа — $\frac{2}{12}$ части. Для решения задачи нужно эти дроби сложить:

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

Итак, мальчики съели вместе $\frac{1}{4}$ часть пирога.

Задача 2. Мама разрешила пирог на 12 равных частей. Петя съел $\frac{1}{4}$ часть пирога, а Сережа — $\frac{1}{3}$ часть. Какую часть пирога съели Петя и Сережа вместе?



Для решения задачи нужно сложить дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$. Эти дроби имеют разные знаменатели, а мы умеем складывать только дроби с одинаковыми знаменателями.

Сколько двенадцатых частей пирога съел каждый мальчик?

Так как пирог был разделен на 12 равных частей, а Петя съел $\frac{1}{4}$ часть пирога, то он съел 3 двенадцатых части, то есть $\frac{3}{12}$ пирога: $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Сережа съел $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ пирога. Теперь можно найти часть пирога, которую мальчики съели вместе:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}.$$

Итак, для того чтобы сложить дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$ с разными знаменателями, мы привели их к наименьшему общему знаменателю (12) и сложили полученные дроби, имеющие одинаковые знаменатели.



Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, нужно:

- 1) привести дроби к наименьшему общему знаменателю;
- 2) сложить полученные дроби с одинаковыми знаменателями.

Задача 3. Мама разрешила пирог на 12 равных частей. Петя съел

$\frac{1}{4}$ часть пирога, а Сережа — $\frac{1}{3}$ часть. Кто из мальчиков съел большую часть пирога и на сколько большую?

Так как $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$, то большую часть пирога съел Сережа. Чтобы найти, на сколько больше он съел, нужно из $\frac{1}{3}$ вычесть $\frac{1}{4}$:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}.$$

Итак, для того чтобы вычесть дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$, мы привели их к наименьшему общему знаменателю и вычли дроби с одинаковыми знаменателями.



Чтобы вычесть дроби с разными знаменателями, нужно:

- 1) привести дроби к наименьшему общему знаменателю;
- 2) вычесть полученные дроби с одинаковыми знаменателями.

Для сложения дробей справедливы изученные ранее переместительное и сочетательное свойства сложения:

$$a + b = b + a \text{ — переместительное свойство;}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сочетательное свойство.}$$

Прочитайте



1. Найти сумму $\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$.

• Наименьший общий знаменатель данных дробей равен 30. Дополнительным множителем для первой дроби является 5 ($30 : 6 = 5$), для второй — 3 ($30 : 10 = 3$). Записываем так:

$$\frac{5^{\text{ц}}}{6} + \frac{3^{\text{ц}}}{10} = \frac{25}{30} + \frac{9}{30} = \frac{25 + 9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15} = 1\frac{2}{15}.$$

Сокращенная запись: $\frac{5^{\text{ц}}}{6} + \frac{3^{\text{ц}}}{10} = \frac{25 + 9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15} = 1\frac{2}{15}$. •

2. Найти сумму $3\frac{9}{10} + 2\frac{2}{15}$.

$$\begin{aligned} \bullet 3\frac{9}{10} + 2\frac{2}{15} &= \left(3 + \frac{9}{10}\right) + \left(2 + \frac{2}{15}\right) = (3 + 2) + \left(\frac{9^{\text{ц}}}{10} + \frac{2^{\text{ц}}}{15}\right) = \\ &= 5 + \frac{27 + 4}{30} = 5\frac{31}{30} = 6\frac{1}{30}. \end{aligned}$$

Сокращенная запись: $3\frac{9^{\text{ц}}}{10} + 2\frac{2^{\text{ц}}}{15} = 5\frac{27 + 4}{30} = 5\frac{31}{30} = 6\frac{1}{30}$. •

3. Найти разность $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$.

$$\bullet \frac{5^{\text{ц}}}{8} - \frac{1^{\text{ц}}}{6} = \frac{15 - 4}{24} = \frac{11}{24}. \bullet$$

4. Найти разность $5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} \bullet 5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5} &= 3\frac{1^{\text{ц}}}{3} - \frac{2^{\text{ц}}}{5} = 3\frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \left(2 + 1\frac{5}{15}\right) - \frac{6}{15} = \\ &= 2 + \left(\frac{20}{15} - \frac{6}{15}\right) = 2 + \frac{14}{15} = 2\frac{14}{15}. \end{aligned}$$

Сокращенная запись:

$$5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5} = 3\frac{1^{\text{ц}}}{3} - \frac{2^{\text{ц}}}{5} = 3\frac{5}{15} - \frac{6}{15} = 2\frac{20}{15} - \frac{6}{15} = 2\frac{14}{15}. \bullet$$

5. Швея может выполнить заказ за 3 дня, а ее ученица — за 6 дней. Какую часть заказа могут выполнить швея и ее ученица за 1 день, работая вместе?

• Примем весь заказ за 1, тогда швея выполнит за 1 день $\frac{1}{3}$ заказа, а ее ученица — $\frac{1}{6}$ заказа. Вместе за 1 день они выполняют:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Ответ. $\frac{1}{2}$, или половину заказа. •

Устно



282. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$;

б) $\frac{4}{7} + \frac{4}{7}$;

в) $\frac{1}{10} + \frac{1}{5}$;

г) $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$;

д) $\frac{1}{10} + \frac{1}{2}$;

е) $\frac{3}{11} - 0$;

ж) $\frac{5}{17} + 0$;

з) $1 - \frac{1}{7}$.

Уровень А



Вычислите:

283. а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$;

б) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$;

в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{30}$;

г) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$;

д) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;

е) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$;

ж) $\frac{3}{4} - \frac{2}{9}$;

з) $\frac{5}{12} - \frac{7}{18}$.



а) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$;

б) $\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$;

в) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$;

г) $\frac{15}{16} - \frac{5}{12}$.

Найдите сумму:

285. а) $1\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}$;

б) $1\frac{3}{8} + \frac{3}{16}$;

в) $\frac{4}{15} + 2\frac{8}{9}$;

г) $3\frac{5}{21} + 5\frac{13}{14}$.



а) $3\frac{5}{9} + \frac{7}{12}$;

б) $\frac{4}{5} + 5\frac{1}{7}$;

в) $18\frac{2}{5} + 8\frac{2}{3}$;

г) $5\frac{1}{14} + 2\frac{4}{21}$.

Найдите разность:

287. а) $1 - \frac{2}{3}$;

б) $5 - \frac{6}{7}$;

в) $4 - 1\frac{3}{4}$;

г) $11 - 7\frac{3}{8}$.

288. а) $3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}$;

б) $4\frac{1}{4} - 3\frac{1}{5}$;

в) $5\frac{3}{7} - 2\frac{1}{14}$;

г) $4\frac{7}{9} - 1\frac{3}{4}$.

289. а) $1\frac{1}{5} - \frac{1}{2}$;

б) $3\frac{1}{6} - \frac{3}{8}$;

в) $3\frac{3}{4} - 1\frac{6}{7}$;

г) $6\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}$.

$$\text{д) } 9\frac{1}{2} - 7\frac{5}{6}; \quad \text{е) } 4\frac{2}{5} - \frac{11}{20}; \quad \text{ж) } 2\frac{3}{4} - 1\frac{4}{5}; \quad \text{з) } 12\frac{11}{12} - 7\frac{5}{9}.$$



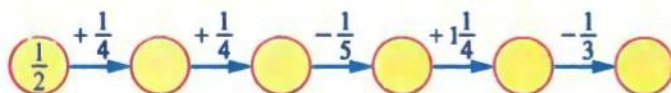
$$\text{а) } 7 - \frac{4}{9}; \quad \text{б) } 10 - 3\frac{9}{10}; \quad \text{в) } \frac{7}{8} - \frac{3}{4}; \quad \text{г) } \frac{3}{4} - \frac{3}{10};$$

$$\text{д) } 1\frac{2}{3} - \frac{4}{9}; \quad \text{е) } 3\frac{3}{4} - 1\frac{9}{10}; \quad \text{ж) } 7\frac{3}{8} - 4\frac{5}{12}; \quad \text{з) } 12\frac{2}{9} - 8\frac{4}{15}.$$

291. Замените десятичную дробь обыкновенной и выполните действия:

$$\text{а) } 0,3 + \frac{1}{6}; \quad \text{б) } 0,25 + \frac{2}{7}; \quad \text{в) } 0,36 - \frac{1}{3}; \quad \text{г) } \frac{3}{4} - 0,45.$$

292. Найдите пропущенные числа.



Проверьте верность равенства:

293. а) $(a + b) + c = a + (b + c)$ для чисел $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{6}$, $c = \frac{3}{4}$;

б) $a - (b + c) = (a - b) - c$ для чисел $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{12}$, $c = \frac{1}{4}$.



а) $a + b = b + a$ для чисел $a = \frac{5}{6}$, $b = \frac{7}{15}$;

б) $a - (b - c) = (a - b) + c$ для чисел $a = \frac{7}{8}$, $b = \frac{1}{4}$, $c = \frac{3}{16}$.

Найдите значение выражения:

295. а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{12}$; б) $\frac{5}{21} - \frac{3}{14} + \frac{2}{7}$; в) $\frac{9}{20} + \frac{7}{10} - \frac{2}{15}$.

296. а) $\frac{17}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$; б) $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)$; в) $\frac{11}{12} - \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{8}\right)$.

297. а) $0,9 - \frac{1}{3} + 0,2$; б) $0,4 + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{6} - 0,1 - 0,25$.



а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{11}{12}$; в) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3} - \frac{3}{8}$;

г) $\frac{7}{15} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right)$; д) $0,25 + \frac{5}{7} - \frac{3}{4}$; е) $\frac{9}{16} - \left(0,125 + \frac{1}{4}\right)$.

Решите уравнение:

299. а) $\frac{3}{5} + x = \frac{3}{4}$; б) $\frac{7}{12} - x = \frac{1}{4}$; в) $x - \frac{5}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$.



а) $x + \frac{3}{11} = \frac{10}{33}$; б) $x - \frac{5}{16} = \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$; в) $\frac{3}{8} - x = \frac{1}{12}$.

301. Масса первой детали равна $\frac{7}{12}$ кг, а второй — на $\frac{1}{8}$ кг меньше. Найдите массу второй детали.



Площадь первого участка равна $\frac{3}{16}$ га, а второго — на $\frac{1}{24}$ га больше. Найдите площадь второго участка.

303. За первый день заасфальтировали $\frac{3}{15}$ км дороги, а за второй — на $\frac{1}{10}$ км меньше. Сколько километров дороги заасфальтировали за два дня?



Длина прямоугольника равна $\frac{7}{12}$ м, а ширина — на $\frac{1}{4}$ м меньше. Найдите периметр прямоугольника.

305. За первый день Игорь прочитал $\frac{2}{7}$ количества страниц книги, за второй — $\frac{1}{3}$, а за третий — остальную книгу. Какую часть книги прочитал Игорь за третий день?



Первая сторона треугольника равна $3\frac{1}{4}$ м, вторая сторона на $\frac{1}{3}$ м короче первой, а третья на $\frac{2}{5}$ м длиннее второй. Найдите периметр треугольника.

Составьте задачу, которая решалась бы действием:

307. $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$.



$\frac{2}{5} + \frac{1}{8}$.

Уровень Б



309. Выполните действия в обыкновенных дробях:

а) $\frac{1}{4} + \frac{7}{20} + 0,7$; б) $\frac{11}{200} + \frac{17}{50} - 0,1$; в) $\frac{7}{25} - \frac{3}{50} + 0,17$.

Выполните действия:



а) $\frac{9}{50} + \frac{2}{75} - \frac{3}{100}$;

б) $\frac{5}{27} + \frac{11}{36} - \frac{7}{54}$;

в) $\frac{5}{96} + \frac{21}{80} - \frac{7}{24}$.

311. а) $8 - \frac{5}{7} - 1\frac{7}{8}$;

б) $2\frac{2}{3} + \frac{6}{7} - 1\frac{19}{21}$;

в) $7\frac{9}{10} - 2\frac{3}{5} - 2\frac{1}{2}$.

312. а) $\frac{4}{9} + \frac{3}{8} + \frac{2}{7} + \frac{5}{7} + \frac{5}{8} + \frac{5}{9}$;

б) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$;

в) $3\frac{1}{2} + 5\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} + 6\frac{5}{12}$;

г) $3\frac{1}{6} + 4\frac{7}{12} - 3\frac{8}{9} - (5\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3})$;

д) $(3\frac{1}{8} - 2\frac{1}{7}) + (4\frac{3}{11} - 2\frac{1}{2}) - (4\frac{1}{8} - 3\frac{1}{7})$.



а) $\frac{5}{48} - \frac{1}{32} + \frac{17}{24}$;

б) $\frac{8}{25} - (\frac{1}{5} - \frac{2}{15})$;

в) $1\frac{2}{9} + 5\frac{5}{12} - 5\frac{7}{18}$;

г) $10 - 3\frac{5}{16} - 5\frac{11}{32}$;

д) $8\frac{1}{72} - \frac{35}{36} - 4\frac{7}{18}$;

е) $3 + \frac{2}{5} + 6\frac{3}{8} - 2\frac{17}{20}$.

314. Найдите значение выражения $5\frac{1}{3} - (a + b)$ при:

а) $a = 2\frac{2}{15}$, $b = \frac{1}{2}$;

б) $a = 3\frac{7}{16}$, $b = \frac{7}{8}$.



315. Найдите значение выражения $a - (b - 4\frac{7}{32})$ при:

а) $a = 6\frac{5}{8}$, $b = 5\frac{3}{4}$;

б) $a = 10$, $b = 5\frac{1}{8}$.

Найдите пропущенные числа:

316. $9\frac{4}{9} \xrightarrow{-?} \bigcirc \xrightarrow{-2\frac{1}{6}} 3\frac{3}{4} \xrightarrow{+?} 4\frac{3}{8} \xrightarrow{+2\frac{5}{6}} \bigcirc$



317. $\bigcirc \xrightarrow{+4\frac{4}{5}} \bigcirc \xrightarrow{-2\frac{2}{3}} 7\frac{3}{5} \xrightarrow{+2\frac{1}{2}} \bigcirc \xrightarrow{-4\frac{1}{5}} \bigcirc$

Решите уравнение:

318. а) $x - 6\frac{5}{6} = \frac{3}{4} - \frac{2}{9}$;

б) $4\frac{5}{24} - x = \frac{5}{6} + 2\frac{2}{9}$;

в) $(x - \frac{5}{6}) + 1\frac{1}{2} = 5\frac{5}{12}$;

г) $2\frac{1}{8} - (5\frac{1}{3} - x) = 1\frac{1}{4}$.



а) $x - 2\frac{5}{12} = 1\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$;

б) $6\frac{1}{6} - (4\frac{1}{2} - x) = 3$.



За первый день туристы прошли $\frac{5}{24}$ намеченного пути, за второй — $\frac{5}{16}$, за третий — $\frac{11}{48}$, а за четвертый — остальной путь. Какую часть пути прошли туристы за четвертый день?

321. Магазин продал рулон ткани за три дня. За первый день было продано $\frac{2}{5}$ всего рулона, за второй — 36% всего рулона, за третий — оставшая ткань. Какую часть рулона продал магазин за третий день?



Металлическую трубу разрезали на три части. Длина первого куска составляет $\frac{3}{8}$, а второго — 0,3 длины всей трубы. Какой из кусков длиннее — первый или третий?

323. Периметр треугольника ABC равен 12 см. Найдите длину его сторон, если $AB + BC = 7\frac{4}{9}$ см, $BC + CA = 7\frac{7}{18}$ см.



В двух ящиках $62\frac{5}{8}$ кг яблок, причем в первом ящике на $4\frac{5}{8}$ кг больше, чем во втором. Сколько яблок в каждом ящике?

325. Площадь двух соседних участков равна $14\frac{1}{3}$ а. Если от первого участка отделить часть площадью $\frac{1}{6}$ а и присоединить ее ко второму участку, то полученные участки будут иметь равные площади. Найдите площади обоих участков.

326. Один кран наполняет ванну за 15 мин, а другой — за 12 мин. Какую часть ванны наполнят краны за 1 мин общей работы?



Один кран наполняет бак за 9 мин, а другой — за 6 мин. Какая часть бака останется незаполненной после 1 мин общей работы кранов?

328. Один кран наполняет бак за 24 мин, а другой — за 36 мин. Наполнят ли краны за 1 мин общей работы больше, чем $\frac{1}{12}$ часть бака?



Один трактор может вспахать поле за 3 дня, а другой это же поле — за 4 дня. Смогут ли тракторы, работая вместе, вспахать за 1 день больше, чем половину поля?

330. Двое рабочих выполнили задание за 6 ч. Если бы работал только первый рабочий, то он выполнил бы все задание за 10 ч. Какую часть задания выполнял второй рабочий за 1 ч?

331. Из своих домиков одновременно навстречу друг другу вышли Винни-Пух и Пятачок. Винни-Пух проходит путь между домиками за 20 мин, а Пятачок — за 25 мин. Какая часть пути будет между ними через минуту после начала их движения?
332. Задача-шутка. Карлсон съедает банку варенья за 3 мин, а Малыш такую же банку — за 6 мин. За сколько минут они вместе съедят банку варенья?



Разминка для ума



333. На чудо-дереве растут бананы и ананасы. За один раз с дерева можно сорвать только два плода. Если сорвать два банана или два ананаса, то вырастет один ананас, а если сорвать один банан и один ананас, то вырастет один банан. Через некоторое время на чудо-дереве остался один плод. Что это за плод, если сначала на чудо-дереве росло 128 бананов и 87 ананасов?

Интересные рассказы

Запись дробей



Древние египтяне пользовались единичными дробями (дробями с числителем 1). С их помощью записывали любое дробное число в виде суммы.

Например, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, $\frac{5}{24} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12}$, $\frac{7}{13} = \frac{1}{2} + \frac{1}{26}$.

В Древнем Вавилоне пользовались так называемыми шестидесятичными дробями. Их записывали в специальном виде, например, запись 4; 52; 3 означала

$$4 + \frac{52}{60} + \frac{3}{3600}.$$

Запись дробей при помощи числителя и знаменателя появилась в Древней Греции, только греки знаменатель записывали над дробной чертой, а числи-

тель — под ней. В привычной для нас форме дроби начали записывать приблизительно 1500 лет назад индусы, но они не использовали черту между числителем и знаменателем.

Черта, разделяющая составляющие части дроби, появилась в 1202 году в работах итальянского математика Леонардо Пизанского и почти одновременно — у арабского ученого ал-Хассара.

Упражнения для повторения



334. Периметр равнобедренного треугольника равен 7,2 см, длина одной стороны составляет $\frac{5}{18}$ периметра, а две другие стороны равны между собой. Найдите длины сторон треугольника.
335. Когда из цистерны отлили 5 т бензина, то в ней осталось 75% всего бензина. Сколько тонн бензина было в цистерне сначала?
336. Рабочий получил заказ на изготовление некоторого количества одинаковых деталей. Если бы он работал 6 ч, то изготовил бы на 8 деталей меньше, чем нужно, а если бы работал 8 ч, то изготовил бы на 2 детали больше, чем нужно. Сколько деталей должен был изготовить рабочий?
337. Являются ли взаимно простыми числа: 5096 и 354; 325 и 380; 19 и 543; 702 и 531; 161 и 217? Ответ обоснуйте.
338. Найдите все делители числа 1000.
339. В библиотеке Андрея заинтересовало пять книг, но одновременно можно взять только две книги. Сколько вариантов выбора двух книг из пяти есть у Андрея?
340. Запишите десятичной дробью: $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{7}{50}$.

Памятка к §2

1. $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7}$; $\frac{4}{8} = \frac{4 : 4}{8 : 4}$ — основное свойство дроби, умножили или разделили числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число.
2. $\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$ — сократили дробь.
3. $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 10}{7 \cdot 10} = \frac{30}{70}$ — дробь $\frac{3}{7}$ привели к знаменателю 70; 10 — дополнительный множитель.
4. $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{18}$, НОК(12; 18) = 36; 36 — наименьший общий знаменатель этих дробей.
5. $\frac{5^{\text{ц}}}{12} + \frac{7^{\text{ц}}}{18} = \frac{15 + 14}{36} = \frac{29}{36}$ — сложили дроби с разными знаменателями.
1) Находим НОК чисел 12 и 18: НОК(12; 18) = 36 — общий знаменатель.
2) Находим дополнительные множители: $36 : 12 = 3$; $36 : 18 = 2$.
3) Находим числитель суммы: $5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 29$.
6. $\frac{5^{\text{ц}}}{12} - \frac{7^{\text{ц}}}{18} = \frac{15 - 14}{36} = \frac{1}{36}$ — вычли дроби с разными знаменателями.

Вопросы для самопроверки и повторения

1. Сформулируйте основное свойство дроби.
2. Что значит сократить дробь? Приведите пример.
3. Приведите пример несократимой дроби.
4. Как сравнить две дроби с разными знаменателями?
5. Сформулируйте правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями.

Задания для повторения § 2

341. Найдите значения x , при котором равенство $\frac{15}{20} = \frac{3}{x}$ является верным.

342. Расположите в порядке убывания числа: $\frac{2}{3}$; $0,6$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{19}{30}$.

Выполните действия:

343. а) $\frac{3}{16} + \frac{7}{20}$;

б) $2\frac{1}{6} + 3\frac{3}{8}$;

в) $7 - 3\frac{3}{11}$;

г) $5\frac{3}{4} - 1\frac{7}{10}$;

д) $4\frac{1}{12} - 2\frac{2}{3}$;

е) $20\frac{1}{14} - 3\frac{11}{35}$;

ж) $6 - \left(1\frac{2}{9} + 3\frac{11}{12}\right) + 0,25$;

з) $4\frac{5}{9} + \frac{13}{18} - \left(1\frac{1}{3} - \frac{7}{18}\right)$;

и) $12\frac{7}{9} - 4\frac{7}{12} - \left(6\frac{1}{4} - 4\frac{2}{3}\right)$;

к) $2 - \left(1,5 - \frac{2}{3}\right) - \left(1\frac{2}{3} - 0,75\right)$.

344. Найдите значение выражения $a - b + 3\frac{1}{4}$ при $a = 5\frac{1}{2}$, $b = 2\frac{3}{8}$.

345. Решите уравнение:

а) $x - 5\frac{3}{11} = 2\frac{5}{22}$;

б) $4\frac{5}{9} - x = 3\frac{14}{15}$;

в) $2\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} - x\right) = 2,5$;

г) $4,8 - \left(6\frac{4}{5} - x\right) = \frac{3}{5}$.

346. Одно число равно $7\frac{2}{5}$, а другое — на $2\frac{1}{3}$ меньше. Найдите сумму этих чисел.

347. Лесник за первый час прошел $4\frac{1}{3}$ км, что на $\frac{1}{4}$ км меньше, чем за второй час, и на $\frac{1}{6}$ км больше, чем за третий. Сколько километров прошел лесник за три часа? Нарисуйте схему для решения задачи.

348. Четвертую часть поля засеяли рожью, 20% поля — овсом, а остальное — горохом. Какую часть поля засеяли горохом?

349. Один экскаватор может вырыть траншею за 6 ч, а другой — за 9 ч. Какую часть траншеи останется вырыть после общей работы обоих экскаваторов в течение двух часов?

350. Из Львова и Тернополя одновременно навстречу друг другу отправились два поезда. Путь между этими городами первый поезд проходит за 3 ч, а второй — за 4 ч. Какую часть расстояния между городами составляет расстояние между поездами через 1 ч после их отправления?

Задания для самопроверки

I уровень

1. Какое из равенств является верным?

а) $\frac{1}{2} = \frac{4}{6}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; в) $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$; г) $\frac{1}{2} = \frac{3}{9}$.

2. Приведите дробь $\frac{2}{3}$ к знаменателю 9.

а) $\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$; б) $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; в) $\frac{2}{3} = \frac{5}{9}$; г) $\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

3. В каком случае верно вычислена сумма $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$?

а) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1+1}{10} = \frac{2}{10}$; б) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{15}$;
в) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2+1}{10} = \frac{3}{10}$; г) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1+1}{50} = \frac{2}{50}$.

4. В каком случае верно вычислена разность $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$?

а) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6}$;
в) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$.

5. Сравните дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$.

а) $\frac{1}{2} > \frac{3}{4}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.

6. Решите уравнение $1 - x = \frac{3}{8}$.

а) $x = \frac{5}{8}$; б) $x = 1\frac{3}{8}$; в) $x = \frac{5}{6}$; г) $x = \frac{8}{3}$.

II уровень

7. Найдите значение x , при котором верно равенство $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$.
8. Сравните дроби $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{12}$.
9. Выполните действия:
- а) $4\frac{1}{8} + \frac{5}{12}$; б) $\frac{11}{15} - \frac{3}{10}$.

III уровень

10. Сравните дроби:
- а) $2\frac{2}{9}$ и $2\frac{5}{21}$; б) $0,4$ и $\frac{1}{3}$.
11. Выполните действия:
- а) $4\frac{5}{18} - 1\frac{8}{9}$; б) $8\frac{7}{8} - 5\frac{3}{5} + 1\frac{4}{15}$.
12. Первая сторона треугольника равна $2\frac{1}{3}$ см, вторая на $\frac{1}{5}$ см длиннее первой, а третья на $\frac{5}{6}$ см короче второй. Найдите периметр треугольника.

IV уровень

13. Найдите корень уравнения $3,3 - \left(x + \frac{3}{5}\right) = 2\frac{1}{4}$.
14. Туристы были в дороге 3 ч. За первый час они прошли 35%, а за второй — $\frac{1}{3}$ всего пути. Какую часть пути прошли туристы за третий час?
15. Бассейн наполняется водой через первую трубу за 4 ч, а через вторую — за 6 ч. Какую часть бассейна останется заполнить водой после общей двухчасовой работы обеих труб?

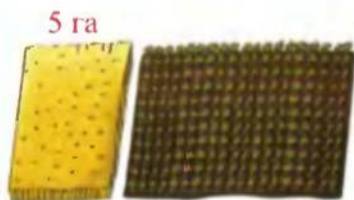
Раздел II. Обыкновенные дроби

§3. Умножение и деление обыкновенных дробей

В этом параграфе вы найдете ответы на следующие вопросы:



$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}; \quad 5 \cdot \frac{1}{3} = 5 \text{ (км)}$$



$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}; \quad 5 : \frac{1}{3} = 15 \text{ (га)}$$

1. Как найти произведение дробей $\frac{4}{5}$ и $\frac{2}{3}$?
2. Каким действием можно найти дробь от числа?
3. Как найти проценты от числа?
4. Как разделить дробь $\frac{2}{21}$ на дробь $\frac{3}{7}$?
5. Каким действием можно найти число по его дроби?
6. Как найти число по его процентам?

§ 3. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

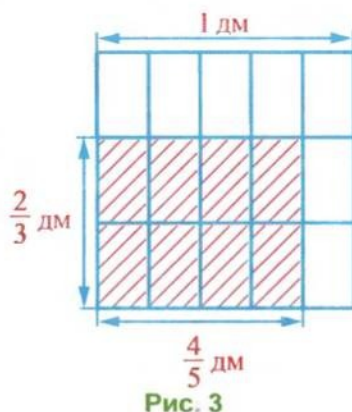
12. Умножение обыкновенных дробей

Задача 1. Длина прямоугольника равна $\frac{4}{5}$ дм, а ширина — $\frac{2}{3}$ дм. Найти площадь прямоугольника.

Чтобы найти площадь прямоугольника, нужно $\frac{4}{5}$ умножить на $\frac{2}{3}$.

Так как умножать обыкновенные дроби вы не умеете, то вычислите площадь прямоугольника, построив его внутри квадрата со стороной 1 дм.

Построим данный прямоугольник в квадрате со стороной 1 дм. Разделив одну сторону квадрата на 5 равных частей, а другую — на 3 равных части, разобьем квадрат на 15 равных частей (рис. 3). Так как площадь квадрата равна 1 дм², то площадь одной такой части равна $\frac{1}{15}$ дм². Прямоугольник со сторонами $\frac{4}{5}$ дм и $\frac{2}{3}$ дм состоит из 8 таких частей, поэтому его площадь равна $\frac{8}{15}$ дм².



$$\text{Итак, } \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}.$$

Как можно найти числитель и знаменатель произведения двух обыкновенных дробей?

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}.$$



Итак, произведением двух обыкновенных дробей является дробь, числитель которой равен произведению числителей этих дробей, а знаменатель — произведению их знаменателей.

Умножим дроби:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}.$$

Мы разделили числитель и знаменатель на 10. При умножении можно сначала записать произведение числителей и произведение знаменателей, провести сокращение, а затем выполнить умножение:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 15^3}{1 \cdot 5 \cdot 16_8} = \frac{3}{8}.$$

Как выполнить умножение $\frac{3}{11} \cdot 2$?

Правило умножения дробей можно использовать и тогда, когда одним из множителей является натуральное число. Для этого достаточно натуральное число записать в виде неправильной дроби со знаменателем 1 и применить правило умножения дробей. Например:

$$\frac{3}{11} \cdot 2 = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{11 \cdot 1} = \frac{6}{11}.$$

Правило умножения дробей можно использовать при умножении смешанных чисел. Для этого достаточно записать эти числа в виде неправильных дробей и применить правило умножения дробей. Например:

$$2\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{3} = \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 16^4}{1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12.$$

Для умножения дробей выполняются переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения, а именно: если a, b, c — дроби, то

$$a \cdot b = b \cdot a;$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c;$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;$$

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a.$$

Кроме того, $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

Прочитайте



1. Выполнить умножение: $3\frac{1}{18} \cdot 9$.

• Данное умножение удобно выполнить, используя распределительный закон умножения, а именно:

$$3\frac{1}{18} \cdot 9 = \left(3 + \frac{1}{18}\right) \cdot 9 = 3 \cdot 9 + \frac{1}{18} \cdot 9 = 27 + \frac{9}{18} = 27 + \frac{1}{2} = 27\frac{1}{2}.$$

2. Записать обыкновенной дробью $66\frac{2}{3}\%$.

• Так как $1\% = \frac{1}{100}$, то

$$66\frac{2}{3}\% = 66\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200 \cdot 1}{3 \cdot 100} = \frac{2}{3}.$$

3. Записать в виде процентов дроби: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$.

• Так как $1 = 100\%$, то $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 100}{5}\% = 40\%$.

Сокращенная запись: $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 100}{5}\% = 40\%$.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 100\% = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%.$$

Устно



Вычислите:

351. а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$; в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$; г) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$.

352. а) $\frac{2}{7} \cdot 3$; б) $\frac{3}{10} \cdot 5$; в) $\frac{5}{8} \cdot 16$; г) $7 \cdot \frac{3}{7}$.

353. Вычислите, используя переместительное и сочетательное свойства умножения:

а) $3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{5} \cdot 4 \cdot \frac{5}{2}$; в) $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 6$; г) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}$.

354. Вычислите, используя распределительное свойство умножения:

а) $4 \cdot \left(2 + \frac{1}{4}\right)$; б) $5 \cdot \left(\frac{3}{5} + 2\right)$; в) $8 \cdot \left(3 + \frac{1}{4}\right)$; г) $\left(5 - \frac{1}{4}\right) \cdot 4$.

Уровень А



Вычислите:

355. а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$; б) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$; в) $\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{21}$; г) $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15}$;

д) $\frac{4}{9} \cdot \frac{18}{19}$; е) $\frac{19}{24} \cdot \frac{18}{19}$; ж) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{28}$; з) $\frac{11}{12} \cdot \frac{32}{33}$;

и) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; к) $\left(\frac{11}{12}\right)^2$.

356. а) $\frac{3}{8} \cdot 24$; б) $\frac{7}{9} \cdot 12$; в) $100 \cdot \frac{3}{40}$; г) $48 \cdot \frac{11}{36}$.



а) $\frac{5}{12} \cdot 16$; б) $28 \cdot \frac{4}{21}$; в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}$; г) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{8}$;

д) $\frac{17}{21} \cdot \frac{7}{51}$; е) $\frac{12}{25} \cdot \frac{10}{27}$; ж) $\frac{23}{24} \cdot \frac{8}{9}$; з) $\frac{16}{49} \cdot \frac{7}{8}$;

и) $\left(\frac{1}{6}\right)^2$; к) $\left(\frac{5}{9}\right)^2$.

358. а) $2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{8}$; в) $\frac{14}{15} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{4}{9}$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.



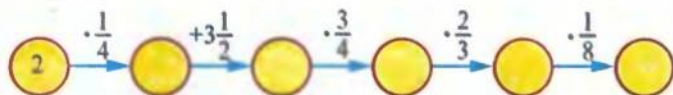
359. а) $\frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \frac{3}{8}$; б) $\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{25}$; в) $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{24} \cdot \frac{7}{25}$; г) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$.

360. а) $3\frac{1}{6} \cdot 3$; б) $\frac{4}{7} \cdot 1\frac{5}{8}$; в) $4\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}$; г) $1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{4}{5}$;
 д) $12\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{5}$; е) $7\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{25}$; ж) $2\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{23}$; з) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{33}{100}$;
 и) $1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{1}{24}$; к) $\left(5\frac{1}{3}\right)^2$.



361. а) $2\frac{1}{4} \cdot 4$; б) $\frac{6}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$; в) $5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{32}$;
 г) $4\frac{1}{12} \cdot 3\frac{3}{7}$; д) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$.

362. Найдите пропущенные числа.



Найдите значение выражения:

363. а) $2\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}$; б) $3\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{3}$; в) $8 \cdot \left(3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}\right)$;
 г) $\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{1}{5}$; д) $\frac{11}{15} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$; е) $\left(\frac{4}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1\frac{2}{9} - \frac{5}{6}\right)$.



364. а) $10 \cdot \left(\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2}\right)$; б) $\frac{4}{9} \cdot \left(4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}\right)$; в) $3\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{2}{5}$.

365. Преобразуйте десятичную дробь в обыкновенную, а затем выполните умножение:

а) $0,4 \cdot \frac{5}{8}$; б) $0,25 \cdot \frac{4}{5}$; в) $0,3 \cdot 1\frac{1}{3}$;
 г) $\frac{2}{9} \cdot 0,18$; д) $3\frac{1}{9} \cdot 1,5$; е) $0,125 \cdot 2\frac{2}{3}$.

Запишите обыкновенными дробями проценты:

366. $33\frac{1}{3}\%$; $7\frac{1}{7}\%$; $4\frac{1}{6}\%$.



367. $5\frac{5}{9}\%$; $3\frac{4}{7}\%$; $21\frac{1}{3}\%$.

Запишите в виде процентов дроби:

368. $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; 0,3; 2,5.



369. $\frac{3}{10}; \frac{1}{4}; \frac{5}{6}; 1\frac{2}{3}; 1,4.$

Упростите выражение:

370. а) $\frac{1}{9}x + \frac{2}{9}x;$

б) $\frac{5}{8}a + \frac{1}{2}a;$

в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8}a.$



371. а) $8a - 3a + \frac{2}{5}a;$

б) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x;$

в) $\frac{2}{9}y \cdot \frac{3}{8}.$

Решите уравнение:

372. а) $x : \frac{2}{5} = \frac{25}{28};$

б) $y : 1\frac{1}{8} = 2\frac{1}{4};$

в) $\frac{5}{9}x + 2\frac{4}{9}x = 2,7.$



373. а) $x : \frac{3}{7} = \frac{21}{31};$

б) $z : 3\frac{1}{3} = 1\frac{9}{10};$

в) $4\frac{5}{6}x - 2\frac{5}{6}x = 24.$

374. Найдите площадь квадрата со стороной $\frac{2}{7}$ см.



375. Найдите площадь прямоугольника со сторонами $\frac{3}{5}$ дм и $\frac{10}{27}$ дм.



376. Найдите объем куба с ребром $\frac{3}{5}$ м.

377. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями $\frac{5}{7}$ дм, $2\frac{1}{3}$ дм и $\frac{3}{5}$ дм.

Уровень Б



Вычислите:

378. а) $3\frac{3}{7} \cdot 1\frac{13}{36};$

б) $5\frac{2}{5} \cdot 2\frac{2}{9};$

в) $\frac{18}{25} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9};$

г) $\frac{9}{11} \cdot 4\frac{1}{30} \cdot 3\frac{1}{3};$

д) $\frac{7}{12} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 24 \cdot 7\frac{1}{2};$

е) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2;$

ж) $1\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{8} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{8} + 4\frac{2}{5} \cdot 7;$

з) $\left(3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{24} + 3 \cdot \frac{5}{6} - 3\right) \cdot \frac{4}{21};$

и) $\frac{5}{6} \cdot 1,2 + 0,8 \cdot \frac{3}{16};$

к) $0,5 + \left(16\frac{1}{2} - 9\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{18}{33}.$



379. а) $3\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{15};$

б) $\left(4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{3}\right) \cdot 3\frac{3}{4} + \frac{1}{4};$

в) $9\frac{2}{3} \cdot 1,2 + 2\frac{2}{3} \cdot 1,2 - 2\frac{1}{3} \cdot 1,2;$

г) $0,5 \cdot 3\frac{1}{5} + 3\frac{1}{2} \cdot \left(2 - 1\frac{1}{7}\right);$

д) $10\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{9} - 25 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$;

е) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(3\frac{2}{5} + 2,6\right)$

380. Сравните значения выражений a и $a \cdot 1\frac{3}{7}$ при $a = 7$; $a = 14$; $a = \frac{7}{8}$. Какой вывод можно сделать?



381. Сравните значение выражений a и $a \cdot \frac{2}{7}$ при $a = 7$; $a = 14$; $a = \frac{7}{8}$. Какой вывод можно сделать?

382. Запишите в виде произведения двух дробей число:

а) $\frac{8}{15}$;

б) $\frac{2}{27}$;

в) $\frac{1}{7}$;

г) 1.

383. Для каких значений буквы является верным равенство:

а) $\frac{a}{7} \cdot \frac{7}{8} = 1$;

б) $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{b} = 1$;

в) $\frac{1}{11} \cdot \frac{c}{1} = 1$;

г) $\frac{9}{d} \cdot \frac{d}{9} = 1$?



384. Найдите произведение суммы чисел $3\frac{1}{5}$ и $2\frac{1}{10}$ и их разности.

Разминка для ума



385. На одном острове живут в отдельных поселениях два племени — «правдолюбцы» и «лгуны». «Правдолюбцы» всегда говорят правду, а «лгуны» всегда обманывают. В одно из этих поселений попал путешественник, но он не знал, живут там «правдолюбцы» или «лгуны». Какой вопрос он должен задать первому встречному, чтобы определить, в поселении какого племени он находится?

Упражнения для повторения



386. Автомобиль движется со скоростью 75 км/ч. Какой путь он пройдет за 0,4 ч; за 1,2 ч?
387. Катер прошел 4 км 200 м, из них 65% по течению реки. Какой путь прошел катер по течению реки?
388. Поле площадью 240 га засеяли горохом и гречихой, причем горохом засеяли 0,4 площади поля. Сколько гектаров поля засеяли гречихой?
389. В процессе сушения сливы теряют $\frac{16}{25}$ своей массы. Сколько сушеных слив можно получить из 60 кг свежих?

390. Есть шариковые ручки пяти видов и блокноты двух видов. Сколько разных наборов, в которые входят ручка и блокнот, можно составить?
391. Из бассейна через две трубы выпустили 280 м^3 воды. Каждую минуту через первую трубу выливалось 6 м^3 воды, а через вторую — 8 м^3 . Сколько воды вытекло через первую трубу?
392. Из Киева во Львов, расстояние между которыми 520 км , вышел поезд со скоростью 70 км/ч . Через час навстречу ему из Львова вышел второй поезд, который проходит за час на 10 км больше, чем первый. На каком расстоянии от Львова встретятся поезда?

13. Задачи на умножение дробей

Задача 1. Автомобиль движется со скоростью 90 км/ч . Какой путь пройдет автомобиль за $1\frac{1}{3}$ ч?

Чтобы найти путь, надо скорость умножить на время:

$$90 \cdot 1\frac{1}{3} = 90 \cdot \frac{4}{3} = \frac{90 \cdot 4}{3} = 120 \text{ (км)}.$$

Итак, за $1\frac{1}{3}$ ч автомобиль пройдет 120 км .

Такие и аналогичные задачи, но с натуральными числами или десятичными дробями, мы уже решали раньше и также при помощи умножения. Решим теперь при помощи умножения дробей задачи, которые мы раньше решали другими способами.

Задача 2. В классе 30 учеников, из них $\frac{3}{5}$ — девочки. Сколько девочек в классе?

Раньше эту задачу мы решали так:

1) $30 : 5 = 6$ (учеников) — составляет $\frac{1}{5}$ от 30 учеников;

2) $6 \cdot 3 = 18$ (учеников) — составляет $\frac{3}{5}$ от 30 учеников.

Итак, в классе 18 девочек.

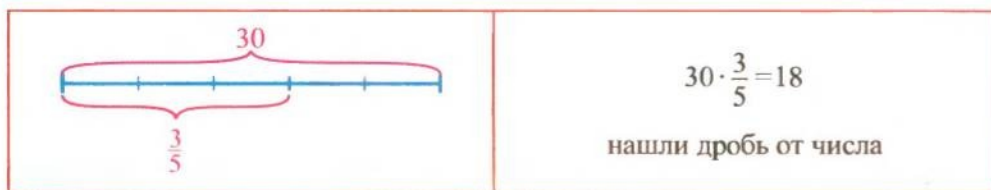
Запишем решение этой задачи в виде числового выражения $(30 : 5) \cdot 3$, которое преобразуем так:

$$(30 : 5) \cdot 3 = \frac{30}{5} \cdot 3 = \frac{30 \cdot 3}{5} = 30 \cdot \frac{3}{5}.$$

Итак, чтобы найти количество девочек в классе, можно умножить количество во всех учеников (30) на дробь $\frac{3}{5}$:

$$30 \cdot \frac{3}{5} = 18.$$

Решая задачу, мы нашли дробь $\frac{3}{5}$ от числа 30. Вообще говорят: *нашли дробь от числа*.



Чтобы найти дробь от числа, нужно число умножить на эту дробь.

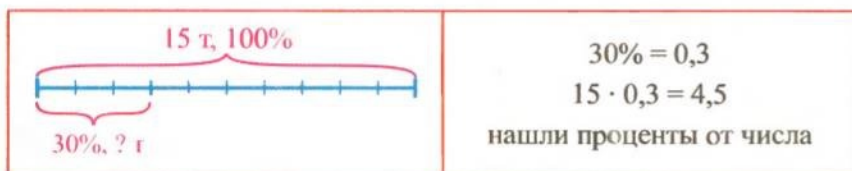
Задача 3. При перегонке нефти получают 30% керосина. Сколько тонн керосина можно получить из 15 т нефти?

Запишем 30% в виде дроби: $30\% = 0,3$. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно найти 30% от 15 т, или дробь 0,3 от 15 т:

$$15 \cdot 0,3 = 4,5 \text{ (т)}.$$

Итак, из 15 т нефти можно получить 4,5 т керосина.

Решая задачу, мы нашли 30% от числа 15. Говорят: *нашли проценты от числа*.



Чтобы найти проценты от числа, нужно записать проценты в виде дроби и умножить число на эту дробь.

Прочитайте



1. Найти $\frac{2}{3}$ от $2\frac{1}{2}$; 0,21 от 12.

• $2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $12 \cdot 0,21 = 2,52$. •

2. Найти 12% от $2\frac{1}{3}$; $23\frac{1}{3}\%$ от 20.

• $12\% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$; $2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{25} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{25} = \frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 25} = \frac{7}{25}$;

$23\frac{1}{3}\% = 23\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{70}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{7}{30}$; $20 \cdot \frac{7}{30} = \frac{20 \cdot 7}{30} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$. •

Устно



393. В саду 20 деревьев, из них $\frac{3}{5}$ — яблони. Сколько яблонь в саду?
394. В саду 20 деревьев, из них 0,6 — яблони. Сколько яблонь в саду?
395. В саду 20 деревьев, из них 60% — яблони. Сколько яблонь в саду?

Уровень А



396. 1 кг печенья стоит 4 грн. Сколько стоит $\frac{3}{4}$ кг; $1\frac{1}{4}$ кг этого печенья?



Путник движется со скоростью $4\frac{1}{3}$ км/ч. Сколько километров он пройдет за $\frac{1}{2}$ ч; за $\frac{3}{4}$ ч; за $\frac{1}{10}$ ч?

398. Скорость улитки $\frac{1}{12}$ м/мин. Какое расстояние преодолит улитка за 24 мин; за 0,5 ч?

399. В одном ящике 15 кг яблок, а в другом — в $1\frac{1}{3}$ раза больше. Сколько яблок в обоих ящиках вместе?



Ширина прямоугольника равна $2\frac{1}{5}$ м, а длина — в три раза больше. Найдите площадь прямоугольника.

401. Площадь Шацкого национального парка (Волинь) равна 325 км^2 . Карпатского — в $1\frac{9}{20}$ раза больше, чем Шацкого, а Синевирского (Закарпатье) — в 1,16 раза больше, чем Карпатского. Найдите площадь Карпатского и площадь Синевирского парков.



Первый участок имеет площадь 72 м^2 , второй — в $2\frac{1}{3}$ раза больше, чем первый, а третий — в 1,2 раза больше, чем первые два вместе взятые. Найдите площадь третьего участка.

Найдите:

403. а) $\frac{2}{5}$ от 25; б) $\frac{8}{9}$ от 12; в) $\frac{3}{4}$ от $2\frac{1}{3}$; г) 0,55 от 16.



- а) $\frac{3}{4}$ от 40; б) $\frac{7}{8}$ от 12; в) $\frac{2}{3}$ от $1\frac{1}{6}$; г) 0,35 от 6.

405. В зернохранилище находится 4 500 т зерна, $\frac{5}{9}$ которого — пшеница. Сколько тонн пшеницы в зернохранилище? Нарисуйте схему для решения задачи.



Высота горы Говерла (Карпаты) 2060 м, а высота горы Ай-Петри (Крым) составляет $\frac{3}{5}$ высоты Говерлы. Какова высота Ай-Петри? Нарисуйте схему для решения задачи.

407. Из бассейна, в котором находится 1250 м^3 воды, выпустили $\frac{2}{5}$ всей воды. Сколько воды осталось в бассейне?



Длина огорода прямоугольной формы 64 м, а его ширина составляет 0,25 длины. Найдите площадь огорода.

409. Первая сторона треугольника равна 3,6 см, вторая длиннее первой в $1\frac{1}{3}$ раза, а длина третьей составляет $\frac{2}{3}$ длины первой. Найдите периметр треугольника.

Найдите:

410. а) 15% от 24; б) 40% от 15; в) 24% от 1,5; г) 8% от $5\frac{1}{4}$.



411.

- а) 20% от 12; б) 25% от 1,2; в) 37% от 10; г) 15% от $2\frac{1}{3}$.

412.

В огурцах содержится 95% воды. Сколько килограммов воды в 40 кг огурцов?



413.

Масса белого медведя равна 700 кг, а масса бурого медведя составляет 43% массы белого. Найдите массу бурого медведя. Результат округлите до десятков килограммов.

414.

В октябре пакет акций фирмы стоил 2000 грн., в декабре его стоимость возросла на 5%. Какой стала стоимость пакета акций в декабре?

415.

Магазин закупил 100 кг сыра по цене 15 грн. за килограмм, заплатив за доставку 8% стоимости сыра. Какова стоимость этой покупки?



416.

Грузовой автомобиль проехал 240 км за 4 ч. Какой путь пройдет за это время легковой автомобиль, скорость которого составляет 120% скорости грузового автомобиля?

417.

Увеличьте число 100 на 20%, а полученное при этом число уменьшите на 20%.



418.

Уменьшите число 200 на 10%, а полученное при этом число увеличьте на 10%.

Уровень Б



419.

Длина комнаты равна 6 м, ее ширина составляет 75% длины, а высота — $\frac{2}{3}$ ширины. Найдите массу воздуха в этой комнате, если 1 м³ воздуха имеет массу 1,29 кг.



420.

В магазин завезли 1,2 т картофеля. За первый день продали 0,2 всего картофеля, а за второй — $\frac{1}{3}$ остатка. Сколько килограммов картофеля продали за второй день?

421.

Задача Пифагора. Как-то Поликрат (тиран на острове Самос) во время посещения Пифагора спросил, сколько у него учеников. «С радостью скажу тебе, о Поликрат, — ответил Пифагор. — Половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть упражняется в силе... Прибавь к ним еще трех юношей, из которых Теон имеет наилучшие способности. Столько учеников я веду к пониманию вечной истины». Сколько учеников было у Пифагора?



422.

Велосипедист за первый час проехал 40% дистанции, а за второй — 70% остальной дистанции. Сколько процентов дистанции проехал велосипедист за эти два часа?

423. Автотуристы проехали 520 км за 4 дня. За первый день они проехали $\frac{3}{13}$, за второй — $\frac{7}{26}$ всего пути, а за третий — на 40 км меньше, чем за четвертый. Сколько километров проехали автотуристы за четвертый день?



Первый трактор может вспахать поле за 3 дня, а второй — за 4 дня. Смогут ли тракторы, работая вместе 2 дня, вспахать все поле?

425. Один кран наполняет ванну за 15 мин, а другой — за 12 мин. Наполнится ли ванна, если оба крана открыть на $6\frac{1}{3}$ мин?

Разминка для ума



426. Робинзон Крузо на необитаемом острове нашел 24 колоска риса (в каждом колоске было по 54 зерна) и 27 колосков ячменя (в каждом колоске было по 48 зерен). Сначала он посеял $\frac{2}{3}$ зерен каждого вида, но весь урожай погиб от засухи. В следующем году он посеял остальные зерна, и ни одно зерно не погибло, причем каждое зерно риса дало колосок из 54 зерен, а каждое зерно ячменя — колосок из 48 зерен. Во сколько раз у Робинзона Крузо стало больше зерен после сбора урожая по сравнению с тем, что он нашел?

Упражнения для повторения



427. Используя не более одного раза каждую из цифр 0, 1, 2, 6, 7 и 8, запишите наибольшее и наименьшее пятизначные числа, которые делятся на 3.
428. Используя не более одного раза каждую из цифр 0, 1, 2, 6, 7 и 8, запишите наибольшее и наименьшее пятизначные числа, которые делятся на 5.

429. Найдите пропущенные числа: 

430. Найдите произведение корней уравнений

$$73,4 - 15x = 51,5 \quad \text{и} \quad (11,7 + y) \cdot 24 = 844,8.$$

431. Из Винницы во Львов выехал грузовой автомобиль со скоростью 60 км/ч, а через час следом за ним выехал легковой автомобиль со скоростью 85 км/ч. На каком расстоянии от Винницы легковой автомобиль догонит грузовой?

432. На прием к доктору Айболиту пришли обезьяны, крокодилы и носороги — всего 28 животных. $\frac{4}{7}$ всех животных составляли озорные обезьяны, $\frac{2}{3}$ прочих — зеленые крокодилы, а остальные — большие носороги. Сколько пришло на прием к доктору обезьян, крокодилов и носорогов отдельно?

433. Решите уравнение:

а) $3x = 1$;

б) $x \cdot 7 = 1$;

в) $0,5x = 1$.

14. Взаимно обратные числа

Возьмем дробь $\frac{3}{7}$ и поменяем в ней местами числитель и знаменатель, то есть числитель запишем знаменателем, а знаменатель — числителем. Получим дробь $\frac{7}{3}$. Найдем произведение этих дробей:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 3} = 1.$$

Произведение чисел $\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{3}$ равно 1. Такие числа называют *взаимно обратными*; число $\frac{3}{7}$ называют обратным числу $\frac{7}{3}$, а число $\frac{7}{3}$ — обратным числу $\frac{3}{7}$.



Два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.

Взаимно обратными являются, например, числа:

$\frac{2}{5} \text{ и } \frac{5}{2};$

$7 \text{ и } \frac{1}{7};$

$5 \text{ и } 0,2;$

$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ и } \frac{3}{8}.$

Прочитайте



1. Решить уравнение $1\frac{1}{3} \cdot x = 1$.

• Так как произведение чисел $1\frac{1}{3}$ и x равно 1, то x — число, обратное числу $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. Итак, $x = \frac{3}{4}$. •

Устно



434. Какое число обратно числу 1?

435. Назовите числа, обратные числам: $\frac{2}{9}$; $\frac{11}{2}$; $\frac{1}{6}$; 2; 0,1.

436. Существует ли число, обратное нулю?

Уровень А



437. Докажите, что числа 1,6 и 0,625 и числа $2\frac{6}{17}$ и 0,425 являются взаимно обратными.

Найдите числа, обратные числам:

438. $100; 1\frac{1}{7}; 2\frac{3}{5}; 11\frac{1}{4}; 6\frac{2}{7}; 0,6; 0,17; 3,6; 7,35.$



439. $12; 1\frac{1}{4}; 12\frac{2}{5}; 10\frac{7}{11}; 0,3; 0,07; 4,5; 1,23.$

Найдите значение выражения:

440. а) $\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{9}{2} \cdot 4\right);$ б) $\left(\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}\right) \cdot 5;$ в) $\left(\frac{11}{25} \cdot 0,37\right) \cdot \frac{25}{11};$

г) $7 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{5}{3};$ д) $0,2 \cdot (2,71 \cdot 5);$ е) $\left(2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{17}\right) \cdot \frac{3}{7}.$



441. а) $\frac{4}{7} \cdot \left(3,6 \cdot \frac{7}{4}\right);$ б) $\left(3\frac{2}{3} \cdot 4\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{3}{11};$ в) $15 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot 0,7 \cdot \frac{2}{3}.$

Решите уравнение:

442. а) $\frac{3}{5} \cdot x = 1;$ б) $1\frac{1}{6} \cdot y = 1;$ в) $0,3 \cdot x = 1;$ г) $x \cdot \frac{1}{55} = 1.$



443. а) $\frac{2}{7} \cdot x = 1;$ б) $2\frac{1}{3} \cdot x = 1;$ в) $0,7 \cdot y = 1;$ г) $\frac{1}{32} \cdot x = 1.$

Уровень Б



444. Упростите выражение:

а) $\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{b}{a} \cdot 0,3\right);$ б) $\frac{1}{2x} \cdot (0,8 \cdot 2x);$ в) $\left(\frac{4b}{a} \cdot 1,8\right) \cdot \frac{a}{b}.$

445. Число a увеличили в 7 раз, полученное при этом число умножили на x и получили начальное число a . Найдите x .



446. Сумма двух взаимно обратных чисел не меньше 2. Проверьте это, взяв числа: 3 и $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}; \frac{9}{10}$ и $\frac{10}{9}; 1$ и $1.$

447. а) Дробь $\frac{a}{b}$ правильная. Докажите, что обратная ей дробь является неправильной.

б) Числитель и знаменатель правильной дроби увеличили на 2. Могли ли при этом получить дробь, обратную данной?

Разминка для ума



448. В семье шестеро детей, причем возраст каждого из них в годах выражается простым числом. Пятеро из них, соответственно, на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше самого младшего. Сколько лет самому младшему?

Упражнения для повторения



449. Разность двух чисел равна 128, причем одно из них в 5 раз больше другого. Найдите эти числа.
450. Первый корабль движется со скоростью 25 км/ч. За ним тем же курсом движется второй корабль со скоростью 30 км/ч. На данный момент расстояние между ними составляет 10 км. Через сколько времени второй корабль догонит первый?
451. В литейном цехе рассчитали: если из имеющегося чугуна изготовить 67 котлов, то останется 748 кг чугуна, а если изготовить 75 котлов, то останется 300 кг чугуна. Какова масса одного котла?
452. Найдите делимое, если делитель равен 63, а частное — 3.
453. Найдите делитель, если делимое равно 285, а частное — 50.

15. Деление обыкновенных дробей

Вы уже знаете, что деление — это действие, при помощи которого по известному произведению и одному из множителей находят другой множитель. Так как $3 \cdot 2 = 6$, то $6 : 3 = 2$; так как $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{21}$, то $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{9}$.

Как найти частное обыкновенных дробей? В отличие от умножения дробей, в записи $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{9}$ связь числителя и знаменателя частного $\frac{2}{9}$ с числителем и знаменателем делимого $\frac{2}{21}$ и делителя $\frac{3}{7}$ малозаметна. Найдем произведение делимого $\frac{2}{21}$ и числа $\frac{7}{3}$, обратного делителю:

$$\frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7^1}{21 \cdot 3} = \frac{2}{9}.$$

Так как $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{9}$ и $\frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{9}$, то верно равенство

$$\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3}.$$

Оказалось, что деление на некоторое число можно заменить умножением на обратное ему число. Получим следующее правило:



Чтобы разделить одну дробь на другую, достаточно делимое умножить на число, обратное делителю.

Выполним по этому правилу деление дроби $\frac{8}{15}$ на дробь $\frac{4}{5}$:

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2\cancel{8} \cdot \cancel{5}^1}{3\cancel{15} \cdot \cancel{4}_1} = \frac{2}{3}.$$

Для тех, кто хочет знать больше



Частное $3 : 5$ можно записать при помощи черты дроби: $\frac{3}{5}$. Частное от деления двух выражений также можно записывать при помощи черты дроби. Например,

$$(12 + 3 \cdot 3) : (1,2 - 0,7) = \frac{12 + 3 \cdot 3}{1,2 - 0,7}.$$

Выражение $\frac{12 + 3 \cdot 3}{1,2 - 0,7}$ называют *дробным выражением*, числителем которого является выражение $12 + 3 \cdot 3$, а знаменателем — выражение $1,2 - 0,7$. В числителе и знаменателе дробного выражения могут быть числовые выражения и выражения с переменными. Напри-

мер, $\frac{2a+3}{4b-1}$, $\frac{1,2}{1-\frac{1}{2}}$, $\frac{3}{7}$ — дробные выражения.

Находя значения дробных выражений, можно использовать свойства обыкновенных дробей. Например, умножить числитель и знаменатель на одно и то же число:

$$\frac{\frac{7}{8} + 0,5}{1\frac{1}{4}} = \frac{\left(\frac{7}{8} + 0,5\right) \cdot 8}{\frac{5}{4} \cdot 8} = \frac{7+4}{10} = \frac{11}{10} = 1,1.$$

Прочитайте



1. Вычислите $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3}$.

• Запишем числа $3\frac{1}{2}$ и $4\frac{2}{3}$ неправильными дробями: $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

Тогда $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = \frac{7}{2} : \frac{14}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{14} = \frac{1\cancel{7} \cdot 3}{2 \cdot \cancel{14}_2} = \frac{3}{4}$.

Устно



454. Зная, что $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$, найдите частные: $\frac{1}{4} : \frac{3}{8}$; $\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$.

455. Верны ли равенства:

а) $\frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{3} : 3\frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot 3\frac{5}{4}$; в) $\frac{2}{7} : 1\frac{2}{3} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$?

456. Замените умножением:

а) $5 : \frac{1}{3}$; б) $\frac{3}{11} : \frac{2}{7}$; в) $\frac{3}{4} : 3$; г) $1\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.

Уровень А



Вычислите:

457. а) $\frac{3}{4} : \frac{9}{8}$; б) $\frac{5}{8} : \frac{1}{4}$; в) $\frac{4}{7} : \frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{7} : \frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{10} : \frac{4}{9}$;

е) $\frac{3}{5} : \frac{5}{9}$; ж) $\frac{3}{11} : \frac{45}{77}$; з) $\frac{8}{9} : 4$; и) $2 : \frac{2}{3}$; к) $\frac{7}{41} : 49$.



458. а) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; б) $\frac{8}{9} : \frac{8}{27}$; в) $\frac{12}{25} : \frac{3}{20}$; г) $\frac{5}{32} : 30$; д) $\frac{21}{32} : \frac{35}{64}$.

459. а) $5\frac{1}{3} : \frac{4}{5}$; б) $2 : 1\frac{1}{3}$; в) $3\frac{7}{15} : 4$; г) $\frac{8}{11} : 1\frac{1}{11}$; д) $7\frac{1}{3} : 1\frac{2}{9}$.



460. а) $4 : 2\frac{2}{5}$; б) $5\frac{5}{7} : 25$; в) $4\frac{2}{7} : \frac{5}{7}$; г) $6\frac{2}{3} : 2\frac{4}{7}$; д) $1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3}$.

Найдите значение выражения:

461. $a : \frac{3}{7}$ при $a = 2\frac{2}{7}$; 1; 0.



462. $3\frac{5}{9} : b$ при $b = 8$; $\frac{4}{9}$; 1.

Решите уравнение и выполните проверку:

463. а) $\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}$; б) $x \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$; в) $3\frac{1}{3}x = 5$; г) $2\frac{2}{5}x = 3\frac{3}{7}$.



464. а) $\frac{3}{8}x = \frac{1}{4}$; б) $x \cdot \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$; в) $y \cdot \frac{4}{5} = 2$; г) $6x = 5\frac{1}{7}$.

Преобразуйте десятичную дробь в обыкновенную, а потом вычислите:

465. а) $\frac{2}{3} : 0,3$; б) $\frac{1}{6} : 0,5$; в) $3,5 : 2\frac{1}{3}$; г) $0,7 : 2\frac{1}{3}$; д) $0,18 : \frac{1}{3}$.



а) $\frac{4}{5} : 0,4$; б) $\frac{8}{9} : 1,2$; в) $\frac{1}{6} : 1,5$; г) $2,4 : \frac{3}{7}$; д) $0,16 : \frac{4}{9}$.

Выполните действия:

467. а) $10 - 2 : \frac{1}{5}$; б) $2\frac{1}{2} : 10 + \frac{1}{3}$; в) $(4\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}) : \frac{1}{12}$;

г) $2\frac{1}{4} : (2\frac{1}{4} - \frac{3}{4})$; д) $(4,2 - 1\frac{1}{8} : \frac{3}{4}) \cdot 5$; е) $(3,5 \cdot \frac{2}{7} - \frac{2}{3}) : 8$.



а) $(1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6}) : \frac{5}{6}$; б) $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6} : \frac{5}{6}$; в) $3\frac{1}{8} : \frac{5}{16} - 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{7}$.

Уровень Б



Найдите значение выражения:

469. а) $(0,5 : 1,25 + 1\frac{2}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}) : 11$; б) $(3\frac{1}{2} - \frac{7}{9}) \cdot \frac{6}{11} + (\frac{8}{33} - \frac{1}{11}) : \frac{10}{11}$;

в) $(\frac{7}{9} - \frac{47}{72}) : 1,25 + \frac{6}{7} - \frac{17}{28}$; г) $(\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}) : 7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{17}{21}$.

470. а) $\frac{2,5 \cdot 6,3}{1,75 \cdot 8}$; б) $\frac{4,5 + 1\frac{1}{3}}{4,5 - 1\frac{1}{3}}$; в) $\frac{1,44 : 3,6 + \frac{2}{7} \cdot 1,4}{4\frac{1}{6} : 2\frac{2}{3} - 2}$.



а) $(0,12 : \frac{3}{5} + 1\frac{3}{5}) : (0,3)^2$; б) $(2\frac{2}{5} : 1,2) \cdot \frac{7}{8} + 1\frac{1}{8} : 2$;

в) $(4,5 - \frac{1}{3}) : \frac{2}{9} - (3,5 + \frac{1}{3}) \cdot 4\frac{1}{2}$; г) $\frac{3\frac{1}{12} - 1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2} + 2,75}$.

472. Сравните значения выражений a и $a : \frac{2}{9}$ при $a = 8$; $a = 12$; $a = \frac{7}{9}$. Какой можно сделать вывод?



Сравните значения выражений a и $a : 1\frac{4}{9}$ при $a = 13$; $a = 26$; $a = \frac{8}{9}$. Какой можно сделать вывод?

Решите уравнение:

474. а) $3\frac{1}{3} : x = 1\frac{2}{3}$; б) $y : 1\frac{1}{5} = 3\frac{1}{3}$; в) $\frac{8}{9}x + \frac{1}{3} = 1$;

г) $5\frac{1}{2} + 0,6x = 4 : \frac{1}{4}$; д) $5 \cdot (1\frac{1}{2} - 0,2x) = 1$; е) $\frac{3}{7}x - \frac{1}{21}x = 2\frac{2}{7}$.



а) $x : 2\frac{2}{3} = 1,5 \cdot \frac{2}{9};$

б) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3};$

в) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x\right) \cdot \frac{4}{5} = 0,1.$

Разминка для ума



476. Две женщины пришли на рынок продавать лимоны: одна за 1 грн. хотела продать 2 лимона, а другая — за 2 грн. 3 лимона. У каждой из них было по 30 лимонов, поэтому первая предполагала получить 15 грн., а вторая — 20 грн. Вместе они предполагали получить 35 грн. Одна из этих женщин хотела кое-что купить, поэтому попросила другую взять все ее лимоны и продавать 5 лимонов по 3 грн., поскольку одна планировала продавать 2 лимона за 1 грн., а другая — 3 лимона за 2 грн. Когда она вернулась с покупкой, все лимоны уже были проданы за 36 грн., то есть получилось на 1 грн. больше, чем планировали. Как так получилось?

Упражнения для повторения



477. С 4 га поля собрали 129,2 ц пшеницы, а с остальных 2 га поля — 66,4 ц. Какой средний урожай пшеницы на всем поле?
478. В спортивных секциях занимается 20 учеников 6–А класса, что составляет $\frac{5}{8}$ всех учеников класса. Сколько учеников в этом классе?
479. Найдите площадь поля, если 7 га составляет 35% всей его площади.
480. Площадь двух земельных участков 24,8 а, причем площадь первого из них в три раза больше площади второго. Найдите площадь каждого участка.
481. Масса 10 больших и 36 малых деталей 8,4 кг. Масса большой детали в два раза больше массы малой. Найдите массы большой и малой деталей.
482. Автомобиль должен был преодолеть некоторый путь за 2 ч. Первые 80 км он проехал со скоростью 60 км/ч, а остальной путь — со скоростью 75 км/ч. Какой путь преодолел автомобиль, если известно, что к месту назначения он приехал вовремя?
483. Сколькими способами можно разделить между тремя детьми 2 яблока, 2 груши и 2 сливы, чтобы каждый из них получил по два разных фрукта?

16. Задачи на деление дробей

Задача 1. С опытного участка площадью $2\frac{3}{4}$ га собрали 176 ц пшеницы. Какова урожайность пшеницы на этом участке?

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо массу всей собранной пшеницы разделить на площадь участка:

$$176 : 2\frac{3}{4} = 176 : \frac{11}{4} = 176 \cdot \frac{4}{11} = \frac{176 \cdot 4}{11} = 64 \text{ (ц)}.$$

Итак, урожайность пшеницы на этом участке — 64 ц с гектара.

Такие и похожие задачи, но с натуральными числами или десятичными дробями, мы уже решали раньше и тоже при помощи деления.

Решим теперь при помощи деления дробей задачи, которые раньше решали другими способами.

Задача 2. Автомобиль, двигаясь из города A в город B , проехал 60 км, что составляет $\frac{2}{5}$ расстояния между этими городами. Каково расстояние между городами A и B ?

Вам известно такое решение задачи:

1) $60 : 2 = 30$ (км) — соответствует $\frac{1}{5}$ расстояния;

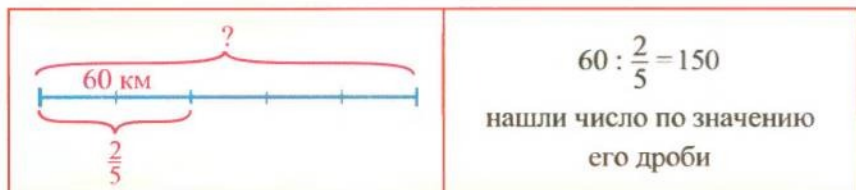
2) $30 \cdot 5 = 150$ (км) — расстояние между городами.

Запишем решение этой задачи в виде числового выражения $(60 : 2) \cdot 5$, которое преобразуем так:

$$(60 : 2) \cdot 5 = 60 \cdot \frac{5}{2} = 60 : \frac{2}{5}.$$

Итак, данную задачу можно решить делением на дробь.

В задаче известно, что $\frac{2}{5}$ расстояния — это 60 км, а нужно найти все расстояние, то есть в задаче известно, чему равна дробь от числа, а нужно *найти само число*.





Чтобы найти число по данному значению его дроби, достаточно это значение разделить на дробь.

Задача 3. Из чайного листа получают 4,5% чая. Сколько потребуется чайного листа, чтобы получить 36 кг чая?

Запишем проценты в виде дроби: $4,5\% = 4,5 : 100 = 0,045$.

Нужно найти массу чайного листа, если 0,045 этой массы составляет 36 кг, то есть нужно найти число по данному значению его дроби:

$$36 : 0,045 = 800 \text{ (кг)}.$$

Итак, чтобы получить 36 кг чая, потребуется 800 кг чайного листа.

Решая задачу, мы искали число, 4,5% которого равно 36, то есть искали число по его процентам.



Чтобы найти число по его процентам, достаточно записать проценты в виде дроби и разделить значение процентов на полученную дробь.

Прочитайте



1. Найти число, $\frac{6}{7}$ которого равны 45.

$$\bullet \quad 45 : \frac{6}{7} = 45 \cdot \frac{7}{6} = \frac{45 \cdot 7}{6} = \frac{105}{2} = 52,5. \bullet$$

2. Найти число, $66\frac{2}{3}\%$ которого равны 14.

$$\bullet \quad 66\frac{2}{3}\% = 66\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{2}{3}; \quad 14 : \frac{2}{3} = 14 \cdot \frac{3}{2} = \frac{14 \cdot 3}{2} = 21. \bullet$$

Устно



484. С приусадебного участка собрали 8 кг огурцов, что составляет $\frac{2}{5}$ собранных овощей. Сколько килограммов овощей собрали?

485. С приусадебного участка собрали 8 кг огурцов, что составляет 0,4 собранных овощей. Сколько килограммов овощей собрали?
486. С приусадебного участка собрали 8 кг огурцов, что составляет 40% собранных овощей. Сколько килограммов овощей собрали?

Уровень А



487. Какой путь пройдет группа туристов за 1 ч, если $2\frac{1}{4}$ км она проходит за $\frac{3}{4}$ ч; $\frac{3}{5}$ ч; $\frac{1}{2}$ ч?



Площадь прямоугольника равна $2\frac{2}{3}$ м². Найдите его ширину, если длина равна $2\frac{1}{3}$ м; $1\frac{4}{5}$ м.

489. За $7\frac{1}{2}$ м ткани заплатили 183 грн. 75 к. Какова цена одного метра ткани?



Автомат расфасовывает желатин в пакетики по 0,03 кг. Сколько пакетиков потребуется для расфасовки $13\frac{1}{2}$ кг желатина?

491. Длина земельного участка прямоугольной формы равна 40 м, а ширина — в $1\frac{1}{3}$ раза меньше. Найдите площадь участка.

492. Первая сторона треугольника равна $2\frac{1}{4}$ м, вторая и третья, — соответственно, в $1\frac{1}{2}$ и $1\frac{1}{4}$ раза короче первой. Найдите периметр треугольника.

Найдите число:

493. а) $\frac{1}{4}$ которого равна 21; б) $\frac{2}{3}$ которого равны 30;
в) 0,7 которого равны 14; г) 0,21 которого равна 0,609.



- а) $\frac{2}{3}$ которого равны 25; б) $\frac{7}{8}$ которого равны $2\frac{3}{4}$;
в) 0,45 которого равны 3,6; г) 0,18 которого равны 0,342.

495. Кукурузой засеяли 78 га поля, что составляет $\frac{3}{4}$ площади всего поля. Какова площадь всего поля? Нарисуйте схему для решения задачи.

496. Украинский транспортный самолет АН-225 («Мрия») попал в Книгу рекордов Гиннеса, подняв в воздух груз, масса которого равна 250 т и составляет $\frac{5}{6}$ массы самолета с грузом. Какова масса самолета с грузом? Нарисуйте схему для решения задачи.

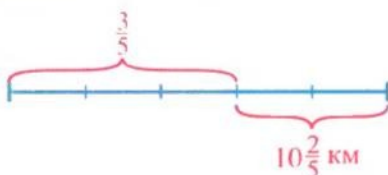


Фабрика, получив заказ, изготовила 120 столов, что составляет $\frac{4}{5}$ необходимого количества. Сколько столов осталось изготовить, чтобы выполнить заказ?

498. Сахар-песок в процессе переработки в рафинад теряет $\frac{2}{15}$ своей массы. Сколько потребуется сахара-песка, чтобы получить 52 ц рафинада?



После того как туристы прошли $\frac{3}{5}$ запланированного пути, им осталось пройти еще $10\frac{2}{5}$ км. Найдите запланированный путь. Воспользуйтесь схемой:



Найдите число:

500. а) 15% которого равняется 36; б) $33\frac{1}{3}\%$ которого равняется 41.



- а) 35% которого равняется 7; б) $2\frac{1}{7}\%$ которого равняется 1,5.

502. Из ржи получают 75% муки. Сколько ржи нужно перемолоть, чтобы получить 60 кг муки? Нарисуйте схему для решения задачи.



В классе 3 отличника, что составляет 12% всех учеников класса. Сколько учеников в классе? Нарисуйте схему для решения задачи.

504. Ширина пастбища прямоугольной формы 30 м, что составляет 48% длины. Какова площадь пастбища?

505. В парке за первый день посадили 96 деревьев. Это составляет, соответственно, 80% и 75% количества деревьев, посаженных за второй и третий дни. Сколько деревьев посадили за три дня?

506. Составьте задачу по ее решению:

1) $25\% = 0,25$;

2) $5 : 0,25 = 20$ (кг).

Уровень Б



507. Постамент из гранита имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его ширина равна $\frac{3}{4}$ м, что составляет $\frac{5}{8}$ длины и 37,5% высоты. Найдите массу постамента, если 1 м^3 гранита имеет массу 2,7 т.

508. Дорога до города состоит из подъемов, спусков и горизонтальных участков. Подъемы составляют 30% всего пути, спуски — 70% подъемов, а остальные 24,5 км — горизонтальные участки. Найдите длину дороги.



В магазин привезли яблоки, груши и сливы. Масса яблок составляет 60% привезенных фруктов, масса груш — 25%, а остальные 45 кг — сливы. Сколько килограммов яблок и сколько килограммов груш привезли в магазин?

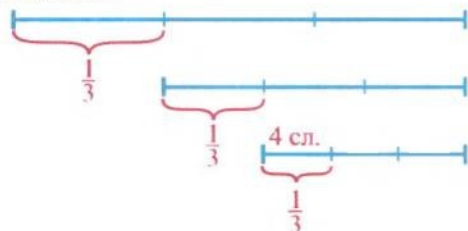
510. Две снегоуборочные машины, работая вместе, могут убрать снег с улицы за 6 ч. После 3-х ч общей работы первую машину направили в другой район города, а вторая закончила работу за 5 ч. За сколько часов каждая машина, работая отдельно, может выполнить всю работу?



Для выравнивания дороги использовали две грейдерные машины разной мощности. Одна из них может выполнить некоторую работу за 20 ч, а другая — за 30 ч. За какое время две грейдерные машины могут выполнить работу, работая вместе?

512. Мама оставила для трех сыновей тарелку слив, а сама пошла на работу. Первым из школы пришел младший сын, он увидел на тарелке сливы, съел третью часть и пошел гулять. Вторым пришел средний сын. Подумав, что его братья еще не ели сливы, он съел третью часть тех, что были на тарелке, и тоже пошел гулять. Последним пришел старший сын и съел 4 сливы — третью часть тех, что были на тарелке. Сколько слив было на тарелке вначале?

Воспользуйтесь схемой:



- 513.** Из полной чашки я отпил сначала $\frac{1}{3}$ чашки кофе и долил столько же молока, потом отпил еще $\frac{1}{4}$ чашки кофе с молоком и снова долил столько же молока, после чего отпил еще $\frac{1}{5}$ чашки кофе с молоком. Какую часть чашки оставшегося кофе с молоком составляет кофе?

Решение

	Отпил кофе	Осталось кофе в чашке
1.	$\frac{1}{3}$ содержимого чашки	$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ содержимого чашки
2.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ содержимого чашки	$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ содержимого чашки
3.	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ содержимого чашки	$\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$ содержимого чашки

Ответ. $\frac{2}{5}$ содержимого чашки.

- 514*.** В свежих грибах содержится 90% воды, а в сушеных — 12%. Сколько килограммов сушеных грибов получится из 22 кг свежих?

Решение

- 1) $100\% - 90\% = 10\%$ — составляет сухая масса в свежих грибах.
 - 2) $10\% = 0,1$; $22 \cdot 0,1 = 2,2$ (кг) — составляет сухая масса в 22 кг свежих грибов.
 - 3) $100\% - 12\% = 88\%$ — составляет сухая масса в сушеных грибах.
 - 4) $88\% = 0,88$; $2,2 : 0,88 = 2,5$ (кг) — масса сушеных грибов.
- Ответ. 2,5 кг.



Влажность травы составляет 80%, а сена — 20%. Сколько сена получится из 1 т травы?

- 516*.** Срубили дерево массой 5 ц, влажность древесины которого составляла 64% (то есть древесина содержала 64% воды). Через неделю влажность составляла уже 55%. На сколько центнеров уменьшилась масса дерева за неделю?

Разминка для ума



517. Из полной чашки кофе я отпил половину и долил столько же молока. Затем я отпил третью часть кофе с молоком и долил столько же молока. Потом я отпил шестую часть кофе с молоком и долил столько же молока. После этого я выпил весь кофе с молоком. Чего в результате я выпил больше — кофе или молока?

Упражнения для повторения



Найдите значение выражения:

518. а) $8,45 \cdot 9,6 - 7,8 \cdot 8,45$; б) $37,5 + (62,8 - 27,5) : 4$.
519. а) $31,2 : x + 6,7$ при $x = 10$; б) $38,5 + a : b$ при $a = 19,8$; $b = 90$.
520. Сережа начал бежать за Андреем, когда между ними было расстояние 180 м. Через какое время Сережа догонит Андрея, если скорость Сережи равна 12 км/ч, а скорость Андрея — 9 км/ч?
521. Точка K принадлежит отрезку MN . Длина отрезка MK 3 см 5 мм, а отрезок KN — на 7 мм длиннее. Во сколько раз отрезок MN длиннее отрезка MK ?
522. Длина прямоугольного поля 860 м, а ширина — на 360 м меньше. Найдите площадь поля и запишите ее в гектарах и арах.
523. Сколькими способами можно разложить в два кармана четыре монеты номиналом 5 к., 10 к., 25 к., 50 к.?

17. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные.

Периодические десятичные дроби

Обыкновенную дробь можно рассматривать как частное от деления числителя на знаменатель. Разделив числитель на знаменатель, получаем десятичную дробь или натуральное число. Итак, чтобы преобразовать обыкновенную дробь в десятичную, достаточно числитель разделить на знаменатель. Например:

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75; \quad \frac{7}{20} = 7 : 20 = 0,35;$$

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66...; \quad \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,833...; \quad \frac{3}{11} = 3 : 11 = 0,2727... .$$

Дробь 0,66... называют *бесконечной периодической десятичной дробью*, периодом которой является число 6. Дробь 0,833... также периодична, но ее пери-

од (число 3) начинается не сразу после запятой. Дробь $0,2727\dots$ периодична, ее периодом является число 27.

Периодичные дроби еще записывают так: $0,66\dots = 0,(6)$; читают: 0 целых 6 в периоде; $0,833\dots = 0,8(3)$ (0 целых 8 десятых до периода и 3 в периоде); $0,2727\dots = 0,(27)$ (0 целых 27 в периоде).

Дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{20}$ можно преобразовать в конечные десятичные дроби. Знаменатели этих дробей $4 = 2 \cdot 2$ и $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ имеют в своих разложениях на простые множители только два простых числа: 2 и 5. Кроме деления числителя на знаменатель, преобразовать такие дроби в десятичные можно еще и так:

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{75}{100} = 0,75; \quad \frac{7}{20} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35.$$

В обоих случаях дополнительные множители мы выбирали так, чтоб уравнять количество двоек и пятерок в разложении знаменателей на простые множители. Тогда в знаменателях получили числа, записанные единицей с последующими нулями. А такие обыкновенные дроби можно записать конечными десятичными дробями.

Итак, если разложение знаменателя обыкновенной дроби на простые множители содержит только числа 2 и 5, то такая дробь преобразуется в конечную десятичную дробь.

Если разложение знаменателя обыкновенной несократимой дроби на простые множители, кроме чисел 2 и 5, содержит другие числа, то такая дробь преобразуется в бесконечную периодическую десятичную дробь. Например,

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3} = 0,8(3).$$

Прочитайте



1. Не выполняя деления, преобразовать число $2\frac{3}{40}$ в десятичную дробь.

$$\bullet \frac{3}{40} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{75}{1000} = 0,075; \quad 2\frac{3}{40} = 2,075. \bullet$$

Устно



524. Прочитайте числа: $0,3$; $1,5(7)$; $0,31(6)$; $3,(71)$.
 525. Конечной или бесконечной десятичной дробью запишется следующая обыкновенная дробь: $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{8}{25}$; $\frac{3}{6}$?

Уровень А



Запишите десятичной дробью:

526. $\frac{3}{4}$; $2\frac{2}{5}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{20}$; $5\frac{14}{125}$; $\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{6}$.



527. $3\frac{1}{2}$; $2\frac{4}{25}$; $\frac{17}{80}$; $\frac{1}{9}$; $3\frac{5}{11}$.

Выполните действия в десятичных дробях:

528. а) $0,3 + \frac{3}{4}$; б) $0,21 + 1\frac{2}{5}$; в) $0,36 - \frac{3}{20}$; г) $3,2 - \frac{21}{50}$.



529. а) $\frac{1}{5} - 0,15$; б) $3\frac{3}{8} + 2,125$; в) $5,4 - \frac{4}{25}$; г) $\frac{3}{40} + 2,03$.

530. Длина прямоугольника 3,6 дм, а ширина — на $1\frac{3}{4}$ дм меньше. Найдите ширину прямоугольника.

531. Скорость катера в стоячей воде равна 22,5 км/ч, скорость течения реки — $2\frac{3}{40}$ км/ч. Найдите скорость катера по течению и против течения реки.



532. Скорость катера по течению реки равна $24\frac{7}{20}$ км/ч, а скорость течения — 2,2 км/ч. Найдите скорость катера в стоячей воде и против течения реки.

Уровень Б



Запишите десятичной дробью:

533. $\frac{2}{15}$; $3\frac{10}{11}$; $8\frac{5}{12}$; $1\frac{4}{27}$.



534. $\frac{1}{18}$; $2\frac{3}{22}$; $6\frac{7}{30}$.

535. Найдите среднее арифметическое чисел:

а) 3,25 и $1\frac{1}{4}$; б) $3\frac{7}{20}$, $1\frac{2}{5}$ и 4,15; в) 10, $9\frac{3}{8}$ и 15,005.

536. Сравните дроби:

а) $\frac{3}{5}$ и 0,53; б) 0,3 и $\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{3}$ и 0,67; г) $\frac{1}{7}$ и 0,15.



Запишите числа в порядке возрастания: $\frac{3}{4}$; 0,8; $\frac{5}{7}$; $\frac{5}{6}$.

538. За первый час автомобиль проехал 48 км, за второй — 43,2 км, а за третий — $44\frac{11}{20}$ км. Найдите среднюю скорость автомобиля за эти 3 часа.

539. Из поселка в противоположных направлениях одновременно вышли два туриста. Через час расстояние между ними равнялось 9,3 км. Найдите скорость второго туриста, если скорость первого равна $4\frac{17}{20}$ км/ч.



Из двух поселков, расстояние между которыми равно $9\frac{3}{8}$ км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода и через час встретились. Найдите скорость первого пешехода, если скорость второго равна 4,9 км/ч.

Разминка для ума



541. В 6 часов утра в воскресенье гусеница начала ползти на дерево. За 12 часов она поднялась вверх на 5 м, а за следующие 12 часов опустилась на 2 м. В какой день недели и в котором часу она впервые поднимется на высоту 9 м, двигаясь по такому же графику?

Упражнения для повторения



542. Округлить десятичные дроби:

- а) 2,45; 7,87; 10,039; 24,9 до единиц;
- б) 1,542; 0,1118; 5,757; 0,02 до десятых;
- в) 0,579; 7,8950; 26,996; 3,8095 до сотых.

543. Лыжник прошел 10 км 500 м, причем, поднимаясь вверх, он прошел на 1 км меньше, чем по прямолинейным участкам, и на 1 км 400 м меньше, чем опускаясь вниз. Какой путь прошел лыжник, опускаясь вниз?

544. На двух складах было 76 т муки. Когда с первого склада выдали 175 ц, а со второго — 210 ц, то на первом осталось в два раза больше муки, чем на втором. Сколько муки было на каждом складе сначала?

545. Олег разложил свои марки в 3 альбома: в первый альбом он положил 0,4 всех марок, во второй — $\frac{1}{3}$ всех марок, а в третий — 60 марок. Сколько всего марок у Олега?

18. Упражнения на все действия с обыкновенными дробями

Уровень А



Вычислите:

546. а) $\left(2 - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{2}{5}\right)$;

б) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{5}\right) : \frac{3}{5}$;

в) $\left(1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)$;

г) $17 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) - 6\frac{3}{7}$.



а) $\frac{1}{16} + \frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$;

б) $\frac{7}{10} : \left(\frac{11}{15} + \frac{1}{5}\right)$;

в) $20 : \frac{4}{5} - \frac{7}{23}$;

г) $1\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{14} + \frac{3}{8}$;

д) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right) : 1\frac{1}{8}$;

е) $1\frac{3}{4} + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{13}$.

548. а) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^3$;

в) $\left(\frac{2}{7}\right)^4 \cdot \left(2\frac{1}{3}\right)^2$.

549. Запишите в виде десятичной дроби: $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{9}{25}$.



Сравните дроби:

а) $\frac{4}{5}$ и $\frac{6}{7}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{11}{16}$;

в) $\frac{13}{18}$ и $\frac{7}{12}$.



Решите уравнение:

а) $\frac{7}{8} : x = \frac{1}{4}$;

б) $x : 1\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$;

в) $1\frac{1}{3}x = \frac{3}{5}$;

г) $2\frac{2}{3} : x = 3\frac{3}{5}$.

Уровень Б



552. Найдите значение выражения:

а) $14\frac{3}{8} + \frac{1}{4} - 16 \cdot \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right)$;

б) $40\frac{2}{11} - \left(3 - \frac{2}{11}\right) \cdot 3\frac{6}{31} \cdot \frac{1}{11}$;

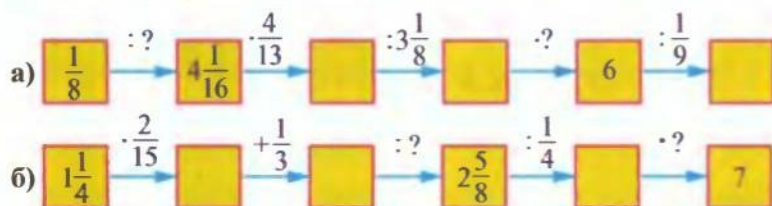
в) $8,5 \cdot (16,17 - 13,97) + 4\frac{3}{8} : 1\frac{1}{6}$;

г) $\left(3\frac{2}{9} + 12\frac{2}{3} + 2 - 3\frac{1}{6}\right) : \frac{1}{36}$;

д) $22\frac{2}{7} : 1,3 - 2 \cdot \left(5\frac{1}{7} + 1\frac{1}{2} - 2\frac{3}{14}\right)$;

е)
$$\frac{\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 0,0105 : 0,007}{1,3 - \frac{3}{4}}$$

553. Найдите пропущенные числа:



554. Найдите значение выражения:

- а) $8 \cdot (4x + 5y) + 3\frac{1}{6}$ при $x = 2\frac{3}{8}$, $y = 1,5$;
- б) $2\frac{4}{5}x - 8y : (3x - 11,8)$ при $x = 4\frac{1}{6}$, $y = \frac{1}{16}$;
- в) $4,25 : x + y \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12}\right)$ при $x = 3\frac{2}{5}$, $y = 8$.



Найдите значение выражения:

- а) $3x + 4y + 0,5$ при $x = 2\frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{8}$;
- б) $5\frac{1}{3}x - 3y + \frac{1}{4}$ при $x = \frac{3}{8}$, $y = \frac{2}{3}$;
- в) $2\frac{1}{3} : x + y : 4$ при $x = \frac{1}{3}$, $y = 1\frac{1}{5}$.



Сравните значения выражений:

- а) $4\frac{2}{5} - \left(3 - \frac{3}{10}\right) \cdot 3 \cdot \frac{1}{81}$ и $0,7 \cdot 30 - \frac{1}{2} : \frac{2}{67}$;
- б) $11\frac{1}{9} : \left(2\frac{2}{3} + 6\frac{2}{9}\right)$ и $4\frac{3}{5} : 5\frac{3}{4} + 3,2 - 2\frac{7}{8}$.

557. Решите уравнение:

- а) $x : \frac{2}{5} + 1\frac{1}{4} = 2\frac{5}{8}$;
- б) $1\frac{1}{4} \cdot \left(2\frac{2}{3} - y\right) = 2\frac{1}{4}$;
- в) $\left(\frac{3}{5}x + 2\frac{1}{3}x\right) : \frac{11}{15} = 2,5$;
- г) $1,5 : \left(2\frac{2}{5} + \frac{3}{4}y\right) = \frac{3}{7}$;
- д) $\left(2\frac{2}{15} + 3\frac{1}{3}\right) : x = 10,25$;
- е) $4\frac{1}{6}z - 3 \cdot \left(2\frac{2}{3} + \frac{1}{3}z\right) = 11$.

Разминка для ума

558. Как, выполнив наименьшее количество разрезов, разделить пирог массой 600 г на такие куски, чтобы его можно было разделить поровну между друзьями, если заранее неизвестно, сколько их придет — трое или четверо?



19. Текстовые задачи

Уровень А



559. Одна сторона равнобедренного треугольника равна 2,4 см, а две другие стороны в $1\frac{1}{6}$ раза длиннее. Найдите периметр треугольника.



Скорость самолета 600 км/ч. Какой путь

пролетит самолет за $\frac{3}{8}$ ч; за $1\frac{1}{24}$ ч?



561. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два поезда и встретились через $6\frac{3}{5}$ ч. Скорость одного поезда 55 км/ч, а другого — 60 км/ч. Найдите расстояние между городами.



На соревнованиях «Формула-1» болид проехал круг длиной 16 км за $\frac{1}{15}$ ч. С какой скоростью он ехал?

563. Проволоку длиной $6\frac{1}{2}$ м разрезали на куски по 50 см. Сколько таких кусков получили?



В пакеты расфасовали $10\frac{1}{2}$ кг конфет, по $\frac{1}{8}$ кг в каждом. Сколько таких пакетов получили?

565. Шнурок длиной 18 м нужно разрезать на два куска так, чтобы один из них был в три раза длиннее другого. Какова длина каждого куска?

566. На дереве сидело 36 воробьев, $\frac{3}{4}$ из них улетело. Сколько воробьев осталось на дереве?



Дочке 8 лет. Ее возраст составляет $\frac{2}{7}$ возраста матери. Сколько лет матери?

568. Телефильм продолжительностью 80 мин прерывался рекламой, продолжительность которой составляет $\frac{3}{40}$ продолжительности фильма. Сколько времени длилась трансляция фильма вместе с рекламой?

569. Периметр треугольника $6\frac{2}{5}$ см. Одна его сторона составляет $\frac{3}{8}$ периметра, а две другие равны между собой. Найдите длины сторон треугольника.

570. Поле, площадь которого составляет 240 га, засеяли горохом и гречихой. Горохом засеяли $\frac{2}{5}$ площади поля. Сколько гектаров поля засеяли гречихой?



571. Найдите расстояние между двумя поселками, если $\frac{4}{7}$ этого расстояния составляет 3,6 км.

572. Сплав меди с серебром, общая масса которого составляет 3 кг, содержит 40% серебра. Найдите массу меди в этом сплаве.

573. Вкладчик положил в банк 600 грн. под 14% годовых. Какая сумма будет у него на счету через год?



574. Цену костюма, который стоил 180 грн., снизили на 15%. Какой стала цена костюма?

Уровень Б



575*. Шерлок Холмс и доктор Ватсон, расследуя преступление, установили, что преступник, убегая от погони, некоторый путь проехал на автомобиле; путь, в два раза длиннее, чем на автомобиле, преодолел на поезде; 75% пути, который проехал на поезде, проплыл на пароходе. Какой путь преодолел преступник, если на пароходе он проплыл на 40 км меньше, чем проехал на поезде?

576. Из всех предприятий, зарегистрированных городским советом на протяжении квартала, 15% составляют коммунальные предприятия, 30% — частные или товарищества с ограниченной ответственностью, остальные — акционерные товарищества, причем 60% из них — акционерные товарищества закрытого типа. Сколько процентов всех предприятий составляют акционерные товарищества закрытого типа?

577*. Тарас едет в поезде, движущемся со скоростью 15 м/с, и смотрит в окно. В течение $3\frac{1}{3}$ с он наблюдал, как мимо его окна проходит встречный товарный поезд. Найдите длину товарного поезда, если его скорость 12 м/с.



578. Три толстяка во время обеда съели торт массой 3,2 кг. Первый съел 25% торта, второй — 55% остатка. Вычислите массу части торта, которую съел третий толстяк.

579. В двух ящиках 30 кг яблок, из них 40% — в первом ящике. Сколько килограммов яблок нужно забрать из второго ящика, чтобы в обоих ящиках масса яблок стала одинаковой?

580. В кастрюле было молоко. Пес Барбос отпил $\frac{2}{5}$ всего молока, а кот Мурзик — $\frac{1}{3}$ остатка, после чего в кастрюле осталось 1,2 л молока. Сколько молока было в кастрюле?



581. Один трактор может вспахать поле за 8 ч, а другой — за 10 ч. Какую часть поля вспашут оба трактора за 2 ч общей работы?

582. Один оператор компьютерного набора может набрать весь текст за 6 дней, а другой — за 12 дней. За какое время операторы наберут весь текст, работая вместе?

Решение

Примем всю работу по набору текста за единицу, тогда один оператор за

1 день наберет $\frac{1}{6}$ части всего текста, а другой — $\frac{1}{12}$.

Работая вместе, они наберут за 1 день $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ части текста.

Весь текст операторы, работая вместе, наберут за $1 : \frac{1}{4} = 4$ (дня).

Ответ. 4 дня.

583. Грузовой автомобиль проезжает путь между городами *A* и *B* за 3 ч, а легковой — за 2 ч. Автомобили выехали одновременно из этих городов навстречу друг другу. Через сколько часов они встретятся?



584. Два тракториста вспахали поле за 6 ч общей работы. Первый из них мог бы, работая отдельно, выполнить эту работу за 10 ч. За сколько часов второй тракторист может вспахать все поле, работая отдельно?

585. На птицеферму завезли корм, которого уткам хватило бы на 30 дней, а гусям — на 45 дней. На сколько дней хватит привезенного корма, если кормить и уток, и гусей вместе?

586. Чтобы засадить лесной участок, заготовили 2400 саженцев, из которых $\frac{5}{8}$ составляют сосны, а 20% остальных саженцев — грабы. Сколько саженцев граба было заготовлено?



Автомобиль должен проехать 210 км за 3 ч. За первый час он проехал $\frac{4}{15}$, а за второй — 0,4 всего пути. С какой скоростью должен двигаться автомобиль на протяжении третьего часа, чтобы прибыть к месту назначения вовремя?

588. В трех ящиках 63,6 кг слив. В первом и втором ящиках вместе — $\frac{7}{12}$ всех слив, а во втором и третьем — 70% всех слив. Сколько килограммов слив в каждом ящике?



Поле площадью 21 га вспахали 3 трактора. Первый и второй тракторы вспахали вместе $\frac{5}{7}$ площади всего поля, а первый и третий вместе — 60% площади поля. Сколько гектаров вспахал каждый трактор по отдельности?

590. Длина прямоугольника равна 4,5 см, что составляет 30% его периметра. Найдите площадь прямоугольника.



Длина огорода прямоугольной формы 60 м. Хозяин отвел под розь 70% площади огорода, а остальные 450 м² — под картофель. Какова ширина огорода?

592. В аквариум длиной 7,5 дм и шириной 4 дм Оксана налила 84 л воды, что составляет 80% его вместимости. Найдите высоту аквариума.

593. Сплав меди с серебром содержит 40% меди, причем серебра в сплаве на 200 г больше, чем меди. Найдите массу сплава.

594. Рабочий, изготовив 92 детали, перевыполнил план на 15%. Сколько деталей должен был изготовить рабочий по плану?



На стройку завезли строительные материалы, 5% массы которых составляет известь, $\frac{1}{12}$ — цемент, остальные 6,5 т — кирпич. Сколько тонн строительных материалов завезли на стройку?



596. Из бочки отлили 40 л воды за два раза: сначала отлили 0,5 всей воды, а потом — $\frac{1}{3}$ оставшейся воды. Сколько литров воды было в бочке сначала?



Заготовленную в карьере руду вывезли 3 самосвала. Первый самосвал вывез 120 т руды, второй — 0,4, а третий — 30% всей руды. Сколько тонн руды было заготовлено в карьере?

598. Автомобиль преодолел путь от Львова до Тернополя, двигаясь с одной и той же скоростью. Известно, что за первый час он проехал $\frac{25}{42}$ всего пути, после чего до Тернополя остался 51 км. Найдите расстояние между городами и скорость автомобиля.



Два трактора, работая вместе, вспахали поле. Первый трактор вспахал $\frac{4}{9}$ площади поля, а второй — $\frac{1}{3}$ площади поля и еще 8 га. Найдите площадь поля.

600. Когда из цистерны отлили $\frac{1}{15}$ имеющегося там бензина и еще 2 т, то в ней осталось $\frac{5}{6}$ всего бензина. Сколько тонн бензина было в цистерне сначала?

601. После того как автомобиль преодолел $\frac{2}{7}$ расстояния между городами, ему нужно было проехать еще 3 км, чтобы преодолеть треть всего расстояния. Найдите расстояние между городами.



Женская дистанция по биатлону разбита на три участка. Длина первого участка (до стрельбы лежа) составляет 0,36 длины всей дистанции, длина второго участка (до стрельбы стоя) составляет $\frac{8}{9}$ длины первого участка, а длина третьего участка — 2,4 км. Найдите длину дистанции.

603. Вкладчик снял со своего счета в банке $\frac{1}{3}$ всех денег, а на следующий день — $\frac{2}{5}$ остатка. После этого на его счету осталось 180 грн. Каким был первоначальный вклад?

604. Из города A в город B выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч. Когда он проехал $\frac{3}{8}$ расстояния между городами, навстречу ему из города B с такой же скоростью выехал второй автомобиль, который, проехав 55 км, встретил первый. Найдите время движения первого автомобиля до встречи.



Один оператор компьютерного набора может набрать весь текст за 3 дня, а другой тот же текст — за 4 дня. Смогут ли оба оператора, работая вместе, набрать этот текст за 2 дня?

- 606*. В свежих яблоках содержится 85% воды, а в сушеных — 15%. Сколько килограммов сушеных яблок получится из 340 кг свежих?

Памятка к §3

1. $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$ — в числителе — произведение числителей, в знаменателе — произведение знаменателей.
2. $30 \cdot \frac{3}{5} = 18$ — нашли дробь $\frac{3}{5}$ от числа 30.
3. $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $36 \cdot \frac{1}{4} = \frac{36 \cdot 1}{1 \cancel{4}} = 9$ — нашли 25% от числа 36.
4. $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3}$ — умножили на число, обратное делителю.
5. $40 : \frac{4}{5} = 40 \cdot \frac{5}{4} = 50$ — нашли число, $\frac{4}{5}$ которого равны 40.
6. $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$; $30 : \frac{3}{4} = 30 \cdot \frac{4}{3} = 40$ — нашли число, 75% которого равны 30.

Вопросы для самопроверки и повторения

1. Как найти произведение двух обыкновенных дробей?
2. Как найти дробь от числа?
3. Как найти проценты от числа?
4. Какие числа называют взаимно обратными? Приведите пример.

5. Как разделить одну дробь на другую?
6. Как найти число по его дроби?
7. Как найти число по его процентам?
8. Как преобразовать обыкновенную дробь в десятичную?
9. Приведите пример бесконечной периодической десятичной дроби.

Задания для самопроверки

1 уровень

1. Выполните умножение $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$.
 а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{6}{35}$; в) $\frac{14}{15}$; г) $\frac{5}{35}$.
2. Выполните деление $\frac{3}{8} : \frac{5}{7}$.
 а) $\frac{15}{56}$; б) $\frac{40}{21}$; в) $\frac{21}{40}$; г) $\frac{15}{54}$.
3. Решите уравнение $x \cdot \frac{5}{9} = 1$.
 а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{9}{5}$; в) $1\frac{3}{5}$; г) $\frac{4}{9}$.
4. Решите уравнение $\frac{3}{4}x = \frac{6}{7}$.
 а) $\frac{18}{28}$; б) $\frac{24}{21}$; в) $\frac{7}{8}$; г) $\frac{8}{7}$.
5. В книге 300 страниц. Ученик прочитал $\frac{2}{3}$ книги. Сколько страниц прочитал ученик?
 а) $300 : \frac{2}{3} = 300 \cdot \frac{3}{2} = 450$; б) $300 \cdot \frac{2}{3} = \frac{300 \cdot 2}{3} = 200$;
 в) $300 \cdot \frac{3}{2} = \frac{300 \cdot 3}{2} = 450$; г) $\frac{2}{3} : 300 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{300} = \frac{2}{300}$.
6. Запишите десятичной дробью $\frac{2}{5}$.
 а) 0,4; б) 0,2; в) 2,5; г) 0,25.

II уровень

7. Найдите значение выражения $2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{25} : \frac{3}{20}$.
8. Скорость грузового автомобиля 60 км/ч, что составляет $\frac{2}{3}$ скорости легкового. Найдите скорость легкового автомобиля.
9. В классе 30 учеников, 20% из них учатся в музыкальной школе. Сколько учеников учится в музыкальной школе?

III уровень

10. Найдите значение выражения $20\frac{2}{3} + \left(3 - \frac{2}{11}\right) : 5\frac{1}{6} - 7,5$.
11. Периметр прямоугольника равен 6,4 см, его длина составляет $\frac{5}{16}$ периметра. Найдите ширину прямоугольника.
12. Скорость течения реки равна 3 км/ч, что составляет 15% скорости катера в стоячей воде. Найдите скорость катера по течению и против течения реки.

IV уровень

13. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15}\right) \cdot 2,52$.
14. После того как Сережа истратил 40% всех своих денег на покупку книги, а $\frac{2}{3}$ остатка — на покупку тетрадей, у него осталось 3 грн. Сколько денег было у Сережи сначала?
15. Сумма двух чисел равна 15,3. Найдите эти числа, если одно из них составляет 50% другого.

Раздел III. Отношения и пропорции

§4. Отношения и пропорции

В этом параграфе вы найдете ответы на следующие вопросы:

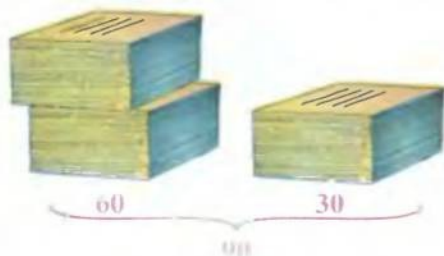


1. Что такое отношение?
2. Что называют пропорцией?
3. Как решить уравнение $\frac{2,5}{4} = \frac{7,5}{4x}$?
4. Что такое вероятность случайного события?
5. Какие величины называют прямо пропорциональными?
6. Как найти длину окружности?
7. Как найти площадь круга?

§ 4. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

20. Отношение. Основное свойство отношения

Задача. Для класса закупили 90 тетрадей, из них 60 — в клетку, а остальные — в линейку. Во сколько раз всех тетрадей больше, чем тетрадей в клетку? Какую часть всех тетрадей составляют тетради в клетку?



Чтобы найти, во сколько раз всех тетрадей больше, чем тетрадей в клетку, нужно 90 разделить на 60, то есть найти частное чисел 90 и 60:

$$90 : 60 = \frac{90}{60} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5.$$

Итак, всех тетрадей в 1,5 раза больше, чем тетрадей в клетку. Частное чисел 90 и 60 показывает, *во сколько раз число 90 больше числа 60*.

Ответим на второй вопрос задачи. Так как всего есть 90 тетрадей, то 1 тетрадь — это $\frac{1}{90}$ часть всех тетрадей, а 60 тетрадей — это $\frac{60}{90}$, или $\frac{2}{3}$ всех тетрадей. Итак, тетради в клетку составляют $\frac{2}{3}$ всех тетрадей. Этот же ответ мы получили бы, сразу разделив 60 на 90. Поэтому частное чисел 60 и 90 показывает, *какую часть составляет число 60 от числа 90*.

Чтобы ответить на оба вопроса задачи, нам пришлось искать частное двух чисел. Такие частные называют отношениями двух чисел: частное $90 : 60 = 1,5$ называют отношением числа 90 к числу 60; частное $60 : 90 = \frac{2}{3}$ — отношением числа 60 к числу 90.



Отношением двух чисел называют частное этих чисел. Отношение показывает, во сколько раз одно число больше другого или какую часть составляет одно число от другого.

Если имеются две величины, измеренные одной и той же единицей измерения, то отношением этих величин называют отношение их числовых значений.

Например, отношение 6 км к 10 км равно $6:10=\frac{3}{5}$, отношение 10 кг к 2 кг равно $10:2=5$. Найти отношение 600 г к 2 кг можно так: 2 кг = 2000 г, поэтому искомое отношение — $600:2000=0,3$ (или 600 г = 0,6 кг, поэтому искомое отношение — $0,6:2=0,3$).

Так как отношение является частным, а частное не изменяется, если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля, то отношение не изменится, если каждое из чисел отношения умножить или разделить на одно и то же, отличное от нуля, число. Это свойство называют основным свойством отношения. Например:

$$40:32=20:16=10:8=5:4.$$

На основании этого свойства можно заменить отношение дробных чисел отношением натуральных чисел. Например:

$$1,5:2,5=15:25=3:5; \quad 1\frac{1}{2}:\frac{3}{4}=\frac{3}{2}:\frac{3}{4}=\left(\frac{3}{2}\cdot 4\right):\left(\frac{3}{4}\cdot 4\right)=6:3=2:1.$$

Прочитайте



1. Спортсмен пробежал 100 м за 10 с, а ракета пролетела 24 км за 3 с. Во сколько раз скорость ракеты больше скорости спортсмена?

• 1) $100:10=10$ (м/с) — скорость спортсмена.

2) $24:3=8$ (км/с) — скорость ракеты.

Найдем скорость ракеты в м/с: $8 \text{ км/с} = 8000 \text{ м/с}$.

3) $8000:10=800$ (раз).

Ответ. В 800 раз. •

Устно



607. Найдите отношение чисел: 15 к 5; 10 к 30; 7 к 2. На что указывает каждое из этих отношений?
608. Назовите несколько чисел, отношение которых равно $2; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}$. На что указывает каждое из этих отношений?

Уровень А



Найдите отношение:

609. а) 375 к 15; б) 102 к 30; в) 15 к 45; г) 130 к 52;
 д) 3,5 к 0,7; е) 0,72 к 1,2; ж) $\frac{1}{3}$ к $\frac{1}{6}$; з) 1,4 к $2\frac{6}{11}$.

610. а) 3 дм к 2 дм; б) 2 дм к 10 см; в) 1 м к 5 дм;
 г) 1 т к 25 ц; д) 2 ц к 400 кг; е) 2 грн. к 50 к.



- а) 18 к 12; б) 4,5 к 1,05; в) 0,5 к $\frac{1}{3}$;
 г) $\frac{2}{3}$ к $\frac{1}{10}$; д) $4\frac{2}{3}$ к $1\frac{1}{6}$; е) 240 г к 360 г;
 ж) 25 см к 4 дм; з) 2 кг к 8 ц; и) 3 грн. к 120 к.

612. Урожайность пшеницы на первом поле 48 ц с гектара, а на втором — 36 ц. Во сколько раз урожайность пшеницы на первом поле больше урожайности на втором? Какую часть урожайности на первом поле составляет урожайность на втором?



Длина первой трубы 3,2 м, а второй — 4 м. Во сколько раз вторая труба длиннее первой? Какую часть длины второй трубы составляет длина первой?



Длина троллейбусного маршрута 10 км, причем 6 км маршрута приходятся на окраину, а остальные — на центральную часть города. Во сколько раз весь маршрут длиннее той его части, которая приходится на окраину? Какая часть маршрута приходится на окраину?

615. Бригада заасфальтировала 4,2 км дороги между двумя селами, и ей осталось заасфальтировать еще 1,8 км. Какая часть всей дороги заасфальтирована; не заасфальтирована? Какую часть заасфальтированной дороги составляет незаасфальтированный участок? Во сколько раз заасфальтированный участок длиннее незаасфальтированного?

Упростите:

616. а) 50 : 150; б) 150 : 225; в) 18 : 72; г) $\frac{300}{450}$.



- а) 125 : 50; б) 17 : 102; в) 112 : 48; г) $\frac{72}{216}$.

Замените отношение дробных чисел отношением натуральных:

618. а) $0,3 : 0,27$; б) $0,03 : 1,2$; в) $\frac{1}{4} : \frac{2}{5}$; г) $1,5 : 3\frac{1}{3}$.



619. а) $1,5 : 0,3$; б) $0,02 : 2,2$; в) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; г) $1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}$.

620. Из 200 кг молока получили 50 кг сливок. Какую часть молока составляют сливки?



621. Из 4 т сахарной свеклы получили 840 кг сахара. Какую часть сахарной свеклы составляет сахар?

622. Участок засадили картофелем, использовав при этом 80 кг картофеля, а осенью с этого участка собрали 5 ц 20 кг картофеля. Во сколько раз собранный урожай больше массы посаженного картофеля?



623. Длина ящерицы 15 см, а крокодила — 4,5 м. Во сколько раз крокодил длиннее ящерицы?

624. Том Сойер покрасил $1,5 \text{ м}^2$ забора, а его друг Бен — на $0,75 \text{ м}^2$ больше. Во сколько раз больше часть забора, покрашенная Беном, чем часть забора, покрашенная Томом?

Уровень Б



625. В зоопарке были обезьяны разных пород: гориллы, шимпанзе и орангутанги. Больше всего было шустрых шимпанзе — 18, солидно прохаживались гориллы, количество которых составляло $\frac{2}{3}$ количества шимпанзе, спокойно рассматривали посетителей орангутанги, которых было в два раза меньше горилл. Какую часть всех обезьян составляли орангутанги?

626. 0,3 кг сыра стоит 5 грн. 40 к., а 250 г брынзы — 4 грн. Во сколько раз килограмм сыра дороже килограмма брынзы?



627. 0,4 кг конфет стоит 4 грн. 80 к., а 200 г печенья — 1 грн. 20 к. Во сколько раз килограмм конфет дороже килограмма печенья?



628. Андрей прошел 2 км за 0,5 ч, а черепаха проползла 20 м за 15 мин. Во сколько раз скорость Андрея больше скорости черепахи?

Разминка для ума



629. Число 666 увеличьте в полтора раза, не выполняя над ним никаких арифметических действий.



630. Есть три вида конвертов и пять видов марок. Сколько существует вариантов выбора одного конверта с маркой?
631. Сколькими способами можно разместить трех гостей за круглым столом?
632. Решите уравнение:
- а) $1\frac{3}{5}x = \frac{5}{16}$; б) $y:3\frac{1}{7} = \frac{3}{11}$;
- в) $x \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75 = \frac{3}{4}$; г) $(1\frac{1}{5} - x):2\frac{2}{5} = \frac{5}{24}$.
633. В четырех цистернах было 38 т бензина. Из первой цистерны взяли 2 т бензина, из третьей перелили во вторую 1 т, а в четвертую долили 3 т. Сколько бензина стало в четырех цистернах?

21. Случайные события

Мы часто слышим, а иногда говорим: «это возможно», «это невозможно», «этого никогда не будет», «это обязательно случится», «это маловероятно» и т. д. Наверное, сегодня будет дождь; возможно, завтра я пойду в лес; вероятно, этот мультфильм будет интересным и т. д. Так мы говорим тогда, когда речь идет о наступлении *события*, которое в одних и тех же условиях может произойти или не произойти. Такое событие называют *случайным*.

Пример 1. В корзине есть красные и зеленые яблоки. Не заглядывая в корзину, наугад вынимаем одно яблоко. Можно ли заранее сказать, какого цвета будет яблоко?

Конечно, нет. Может произойти одно из двух случайных событий: «взятое яблоко окажется красным», «взятое яблоко окажется зеленым».

Приклад 2. В корзине 7 красных и 2 зеленых яблока. Не заглядывая в корзину, наугад берут из нее одно яблоко. Можно ли заранее сказать, какого цвета будет яблоко?

Мы уже знаем, что заранее сказать, какого цвета будет яблоко, невозможно, но, скорее всего, яблоко будет красным, потому что их в корзине больше. Взять красное яблоко из корзины в этом случае более *вероятно*, чем зеленое.

Приклад 3. В корзине есть 3 красных и 3 зеленых яблока. Не заглядывая в корзину, наугад берут из нее одно яблоко. Какое из событий может произойти: *A* — «взяли красное яблоко»; *B* — «взяли желтое яблоко»; *C* — «взяли зеленое яблоко»; *D* — «взяли яблоко»?

Из корзины можно взять только то, что в ней есть, поэтому вынуть из корзины желтое яблоко невозможно. Поэтому событие B «взяли желтое яблоко» при данных условиях *невозможно*.

Так как в корзине есть только яблоки, то любой предмет, вынутый из корзины, является яблоком. Итак, при данных условиях событие D «взяли яблоко» произойдет обязательно. Говорят, что это событие является *достоверным*.

События A и C при данных условиях являются *случайными*, поскольку взятое яблоко может быть как красным, так и зеленым. Так как красных и зеленых яблок в корзине поровну, то эти случайные события являются *равновероятными*.

Прочитайте



1. Игральным кубиком называют кубик, на грани которого нанесены числа 1, 2, 3, 4, 5 и 6, обозначенные соответствующим количеством точек (рис. 4). Какое из событий после подбрасывания игрального кубика является более вероятным:



Рис. 4

- а) A : «выпадет число 3» или B : «не выпадет число 3»;
б) C : «выпадет четное число» или D : «выпадет нечетное число»?

• а) Событие A произойдет только в одном случае — если выпадет число

3. Событие B произойдет в пяти случаях — если выпадет число 1, 2, 4, 5 или 6. Поэтому событие B является более вероятным.

б) Событие C произойдет в трех случаях — если выпадет число 2, 4 или

6. Событие D произойдет также в трех случаях — если выпадет число 1, 3 или 5. Поэтому события C и D являются равновероятными. •

Уровень А



634. Определите, какое из событий является невозможным, достоверным, случайным:

- а) после зимы наступит осень;
б) в выбранном наугад учебнике будет 288 страниц;
в) 20 июля в Одессе выпадет снег;
г) 1 января в Украине начнется новый год;
д) у одного из пассажиров автобуса, в котором я еду, сегодня день рождения;
е) завтра будет хорошая погода.

Определите, какое из событий является невозможным, достоверным, случайным:

- а) я выиграю в лотерею, так как приобрел 3 билета;



- б) завтра я встречу живого динозавра;
- в) я подброшу монету, и выпадет «орел»;
- г) по дороге в школу я встречу знакомого, которого не видел 2 года;
- д) следующим днем после вторника будет среда;
- е) следующим днем после среды будет вторник.

636. Сравните возможность наступления случайных событий, используя для этого выражения «более вероятно», «менее вероятно», «равновероятно»:

а) вы проснулись утром:

A: сегодня рабочий день;

B: сегодня выходной день;

б) вы подбросили игральный кубик:

A: выпадет число, кратное 3;

B: выпадет число, кратное 2.



637. Сравните возможность наступления случайных событий, используя для этого выражения «более вероятно», «менее вероятно», «равновероятно»:

а) вы включили телевизор:

A: транслируют футбольный матч; *B*: демонстрируют фильм;

б) вы летом проснулись и раздвинули шторы:

A: за окном летняя ночь;

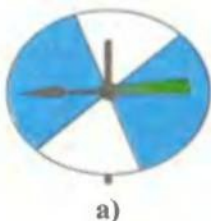
B: за окном летний день;

в) вы подбросили монету:

A: выпадет «орел»;

B: выпадет «решка».

638. Андрей и Сережа договорились: если стрелка «вертушки» остановится на белом поле, то они пойдут на озеро, если же на темном, — будут делать уроки. Какое из этих событий является более вероятным в случае а); в случае б)?



а)



б)

Уровень Б



639. Есть 10 карточек, пронумерованных числами от 1 до 10. Максим наугад берет одну из этих карточек. Какое событие является более вероятным:
- а) «Максим выбрал карточку с числом больше 5» или «Максим выбрал карточку с числом меньше 5»;
 - б) «Максим выбрал карточку с числом, кратным 3» или «Максим выбрал карточку с числом, кратным 4»;



в) «Максим выбрал карточку с числом, которое делится на 4» или «Максим выбрал карточку с числом, которое делится на 5»?

В ящике 100 деталей, из них 50 — первого сорта, 45 — второго сорта и 5 — бракованных. Контролер наугад берет из ящика одну деталь. Какое событие является более вероятным:

а) «контролер выбрал бракованную деталь» или «контролер выбрал не бракованную деталь»;

б) «контролер выбрал деталь второго сорта» или «контролер выбрал деталь первого сорта»;

в) «контролер выбрал деталь первого сорта» или «контролер выбрал деталь не первого сорта»?

Разминка для ума



641. Трех ученикам в темной комнате надели на головы черные шапки. Перед ними поставили задание: определите, кому какую шапку надели, если всего шапок было пять, причем две из них — серые, а три — черные. Перед тем как включить свет, серые шапки спрятали. Через некоторое время один ученик сказал, что он в черной шапке. Как он рассуждал?

Интересные рассказы

О случайных событиях



На первый взгляд может показаться, что никаких законов для случайных событий быть не может — на то они и случайные. Однако, если подумать как следует, можно придти к выводу, что и случайные события имеют некоторые закономерности.

Рассмотрим пример. Представим себе, что мы подбрасываем монету и фиксируем, что выпадет — «орел» или «решка». Подбросив монету один раз, нельзя предугадать, какой стороной она упадет. Но если подбросить ее тысячу раз подряд, то уже можно сделать некоторые выводы о том, сколько раз выпадет «орел», а сколько — «решка».

В XVIII веке эксперименты с монетой проводил французский естествоиспытатель Жорж Луи де Бюффон (1707 – 1788), у которого во время 4040 подбрасываний «орел» выпал 2048 раз. В начале XX века английский математик Карл Пирсон провел 24 000 подбрасываний, и «орел» выпал 12 012 раз.

Оба эксперимента дают похожие результаты: подбрасывая многократно монету, появление «орла» наблюдали приблизительно в половине всех подбра-

сываний, то есть частота появления «орла» приблизительно равна 0,5. Итак, хотя каждый результат подбрасывания монеты является случайным событием, многократно повторяя эксперимент, можно наблюдать указанную закономерность.

Рассмотрим еще один пример. Когда в семье должен родиться ребенок, никто не может заранее предугадать, будет это мальчик или девочка. Но во всех странах и у всех народов на 1000 новорожденных в среднем приходится 511 мальчиков и 489 девочек. Эту закономерность отмечали многие ученые, среди них был и создатель теории вероятности — французский математик Пьер Симон Лаплас (1749 – 1827).

Упражнения для повторения



642. Дочке 9 лет, что составляет $\frac{3}{11}$ возраста матери, а возраст матери составляет $\frac{3}{5}$ возраста бабушки. Сколько лет бабушке?
643. Запишите в виде десятичной дроби число: $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{40}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{2}{7}$.
644. Найдите отношение:
- а) 450 к 15; б) $\frac{2}{3}$ к $\frac{1}{6}$; в) 7,8 к 0,12.
645. Через первую трубу бассейн можно наполнить за 3 ч, а через вторую — за 6 ч. За какое время можно наполнить бассейн, если открыть обе трубы?

22. Вероятность случайного события

Вы уже знаете, что случайные события могут быть более вероятными, менее вероятными, равновероятными, то есть случайное событие можно охарактеризовать понятием *вероятность*. Какими числами можно оценивать вероятность? Понять это помогут следующие примеры.

Пример 1. На столе лежит 8 внешне одинаковых тетрадей, из них одна в клетку, а остальные — в линейку. Ученик хочет взять тетрадь в клетку. Имеется 8 равновероятных случаев взять тетрадь, и только в одном из них она будет в клетку. Поэтому считают, что вероятность того, что взятая наугад тетрадь будет тетрадь в клетку, равна $\frac{1}{8}$.

Отношение $\frac{1}{8}$ является вероятностью события: взятая тетрадь будет тетрадь в клетку.

Пример 2. В лотерею разыгрывается 1000 билетов, из них 10 — выигрышные. Какова вероятность того, что купленный лотерейный билет будет выигрышным? Имеем 1000 равновероятных случаев купить билет лотереи, и только в 10 случаях он будет выигрышным. Отношение $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$ является вероятностью события: билет будет выигрышным.

Пример 3. В урне 7 белых и 3 красных шара. Не заглядывая в урну, наугад вынимают 1 шар. Вероятность того, что вынули белый шар, равна $\frac{7}{10}$, так как в урне находится 10 шаров, то есть имеем 10 равновероятных случаев вынуть шар, и среди них только в 7 случаях шар будет белым. Вероятность вынуть красный шар равна $\frac{3}{10}$.
Отношение $\frac{7}{10}$ является вероятностью события: вынутый шар будет белого цвета, а отношение $\frac{3}{10}$ является вероятностью события: вынутый шар будет красного цвета.

Вероятность невозможного события равна 0, а достоверного — 1.

Прочитайте



1. Найти вероятность того, что после подбрасывания игрального кубика выпадет число 3; число 10.

• После подбрасывания игрального кубика может выпасть любое из шести чисел — 1, 2, 3, 4, 5 или 6, то есть возможны 6 разных случаев, и только в одном из них выпадет число 3. Поэтому вероятность того, что после подбрасывания игрального кубика выпадет число 3, равна $\frac{1}{6}$. Вероятность появления числа 10 равна нулю, так как такое событие невозможно. •

2. На полке стоит 10 учебников, 15 томов художественных произведений и 3 справочника. Наташа наугад берет одну книгу. Какова вероятность того, что эта книга: а) является учебником; б) не является учебником?

• а) Учебников на полке 10, а всего книг — $10 + 15 + 3 = 28$. Поэтому вероятность того, что взятая книга является учебником, равна $\frac{10}{28}$, то есть $\frac{5}{14}$.

б) Не учебников (других книг) $15 + 3 = 18$, всего книг — 28. Поэтому вероятность того, что взятая книга не является учебником, равна $\frac{18}{28}$, то есть $\frac{9}{14}$.

Уровень А



646. Перед началом футбольного матча судья путем жеребьевки определяет, какая из команд должна начать игру с центра поля. Жеребьевка проводится при помощи монеты: один из капитанов команд выбирает «решку» или «орла», судья подбрасывает монету, если капитан угадал, что выпадет, то игру начинает его команда, если нет — команда противника. Какова вероятность того, что после подбрасывания монеты выпадет: а) «решка»; б) «орел»? Можно ли такую жеребьевку назвать справедливой?

647. В магазине 1000 батареек, из них 4 бракованных. Какова вероятность того, что купленная батарейка будет: а) бракованной; б) небракованной?



648. Выпустили 100 000 лотерейных билетов, из них 2500 — выигрышные. Какова вероятность того, что купленный билет будет: а) выигрышным; б) невыигрышным?

649. В коробке 20 белых и 5 желтых шаров. Какова вероятность того, что наугад вынутый шар окажется белым; желтым?

650. В вазе 8 шоколадных конфет и 12 карамелек. Не заглядывая в вазу, Надя наугад взяла одну конфету. Какова вероятность того, что Надя взяла: а) шоколадную конфету; б) карамельку?



651. В пакете 7 зеленых и 3 красных яблок. Какова вероятность того, что взятое наугад яблоко будет красным?

Уровень Б



652. Чтобы определить, как часто в лесопарке встречаются те или иные породы деревьев, ученики посчитали деревья всех пород. Результаты занесли в таблицу.

Породы	Сосна	Дуб	Граб	Береза	Ель	Всего
Количество	182	146	130	165	73	696

Найдите вероятность того, что наугад выбранное в лесопарке дерево будет: а) грабом; б) хвойным; в) лиственным.

653. Из натуральных чисел от 1 до 24 Олег наугад называет одно число. Какова вероятность того, что это число будет делителем числа 24?



Набирая номер телефона, Ира забыла последнюю цифру, поэтому набрала ее наугад. Найдите вероятность того, что номер набран верно.

655. В школе два шестых класса — 6-А и 6-Б. В 6-А классе 16 девочек и 12 мальчиков, а в 6-Б — 14 девочек и 16 мальчиков. Найдите вероятность того, что шестиклассник, которого вы встретите, будет: а) девочкой; б) мальчиком из 6-Б класса.

656. Карамельки разложили в три пакета: в первый пакет положили 15 конфет, во второй — 25, а в третий — 30, причем в каждый пакет положили и по 3 шоколадных конфеты. Из какого пакета вероятность вынуть шоколадную конфету является наибольшей, а из какого — наименьшей? Найдите эти вероятности.



Игральный кубик подбросили один раз. Какова вероятность того, что:

- а) выпадет четное число;
- б) выпадет число, которое является делителем числа 6;
- в) выпадет число больше 4;
- г) выпадет число 7;
- д) выпадет одно из чисел 1, 2, 3, 4, 5 или 6?

658. Куб, все грани которого окрашены, разрежали на 27 равных кубиков. Найдите вероятность того, что взятый наугад кубик имеет:

- а) 3 окрашенных грани;
- б) 2 окрашенных грани;
- в) 1 окрашенную грань;
- г) 0 окрашенных граней.

Разминка для ума



659. Самолет вылетел из города A в полдень и приземлился в городе B в 14 часов по местному времени. В полночь он вылетел из города B и прилетел в город A тогда, когда там было 6 часов утра. В обоих случаях скорость самолета была одинаковой. Сколько времени продолжался полет из одного города в другой?

Упражнения для повторения



660. Через первую трубу можно наполнить бак водой за 4 мин, а через вторую — за 12 мин. Какую часть бака можно заполнить водой через обе трубы за 2 мин?

661. Сережа прошел пешком 1,5 км за 20 мин, а на роликовых коньках за 10 мин проехал 6 км. Во сколько раз скорость Сережи на роликовых коньках больше скорости при ходьбе?

662. Сравните числа:

а) $\frac{3}{5}$ и 0,67;

б) $\frac{1}{9}$ и 0,14.

23. Пропорция

Найдите отношение чисел: 36 к 9; 24 к 6. Сравните эти отношения.

$$36 : 9 = 4; \quad 24 : 6 = 4.$$

Эти отношения равны, а поэтому можно записать:

$$36 : 9 = 24 : 6, \text{ или } \frac{36}{9} = \frac{24}{6}.$$



Равенство двух отношений называют пропорцией.

С помощью букв пропорцию можно записать так:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Эти записи читают:

«отношение a к b равно отношению c к d »,

« a , деленное на b , равно c , деленному на d »,

« a относится к b , как c относится к d ».

В пропорции $a : b = c : d$ ($\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) числа a и d называют *крайними членами пропорции*, а числа b и c — *средними членами*.

крайние
члены
 $a : b = c : d$
средние
члены

крайние
члены средние
члены
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Далее будем считать, что все члены пропорции отличны от нуля.

Пропорция $36 : 9 = 24 : 6$ верная, так как значением ее левой и правой частей является одно и то же число 4.

Найдите произведения крайних и средних членов этой пропорции. Сравните их.

$$36 \cdot 6 = 216; \quad 9 \cdot 24 = 216.$$



В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов.

Это свойство называют *основным свойством пропорции*.

Итак, если пропорция $a : b = c : d$ ($\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) верная, то $ad = bc$.

Верно и наоборот: *если произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов, то эта пропорция верная.*

Для верной пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ из равенства $ad = bc$ можно найти любой член пропорции по правилу нахождения неизвестного множителя. Например:

$$a = \frac{bc}{d}; \quad d = \frac{bc}{a},$$

где a и d — крайние члены пропорции, bc — произведение средних членов пропорции. Получили правило:



Чтобы найти крайний член пропорции, нужно произведение ее средних членов разделить на другой крайний член.

Аналогично

$$b = \frac{ad}{c}; \quad c = \frac{ad}{b}.$$



Чтобы найти средний член пропорции, нужно произведение ее крайних членов разделить на другой средний член.

Для тех, кто хочет знать больше



Из основного свойства пропорции следует, что если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние члены, то получим новые верные пропорции.

Так, если пропорция $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ верная, то $ad = bc$. Тогда верными будут пропорции:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (поменяли местами средние члены),}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (поменяли местами крайние члены),}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a} \text{ (поменяли местами крайние и средние члены),}$$

так как в каждой из них произведение ad крайних членов равно произведению bc средних членов.

Если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ — верная пропорция, то верными будут и пропорции

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (a \neq b, c \neq d)$$

Прочитайте



1. Найти неизвестный член пропорции $1,2 : x = 3 : 7$.

• По правилу нахождения среднего члена пропорции имеем: $x = \frac{1,2 \cdot 7}{3}$;
 $x = 2,8$. •

2. Решить уравнение: а) $\frac{x+6}{15} = \frac{1,6}{3}$; б) $\frac{5,6}{7} = \frac{1,68}{4y}$.

• а) $x+6 = \frac{15 \cdot 1,6}{3}$; $x+6 = 5 \cdot 1,6$; $x+6 = 8$; $x = 8-6$; $x = 2$;

б) $4y = \frac{7 \cdot 1,68}{5,6}$; $4y = 2,1$; $y = 2,1 : 4$; $y = 0,525$. •

Устно



663. Прочитайте пропорции. Верны ли эти пропорции?

$$5 : 2 = 10 : 4; \quad 8 : 2 = 24 : 6; \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}; \quad \frac{7}{2} = \frac{35}{10}.$$

664. Назовите крайние и средние члены пропорции:

а) $1 : 2 = 5 : 10$; б) $21 : 3 = 14 : 2$; в) $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$.

Какие равенства следуют из этих пропорций, исходя из основного свойства пропорции?

665. Найдите неизвестный член пропорции:

а) $x : 5 = 8 : 4$; б) $27 : x = 9 : 2$; в) $\frac{5}{x} = \frac{2}{3}$.

Уровень А



666. Запишите пропорцию, в которой каждое отношение равно:

а) 2; б) $\frac{1}{2}$.

667. Составьте, если это возможно, пропорцию из 4 данных чисел:

а) 2; 6; 15; 5;

б) 18; 4; 24; 3.

Верна ли пропорция:

668. а) $24 : 30 = 28 : 35$;

б) $2,5 : 2 = 40 : 32$;

в) $2,1 : 0,7 = 1,5 : 0,5$;

г) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 2 : 1$?



669.

а) $9 : 27 = 3 : 12$;

б) $3,5 : 0,5 = 21 : 3$;

в) $35 : 1,05 = 2 : 0,06$;

г) $2\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = 4 : 1$?

Найдите неизвестный член пропорции:

670. а) $x : 2 = 3 : 11$;

б) $0,5 : x = 15 : 2,4$;

в) $\frac{5}{0,5} = \frac{90}{x}$.



671.

а) $75 : 30 = x : 3$;

б) $1,5 : 0,3 = 9 : x$;

в) $\frac{x}{5} = \frac{2,4}{20}$.

Решите уравнение:

672. а) $0,1 : 2 = x : 6$;

б) $\frac{2,5}{4} = \frac{11}{2x}$;

в) $7 : 3x = 2 : 9$;

г) $4 : (x - 3) = 2 : 3$;

д) $\frac{x+1}{6} = \frac{5}{3}$;

е) $x : 1\frac{1}{2} = 4 : \frac{1}{3}$.



673.

а) $\frac{5x}{3} = \frac{25}{2}$;

б) $\frac{12,3}{6} = \frac{x}{4}$;

в) $(x - 5) : 9 = 7 : 3$.

674. Выберите из данных отношений два таких, из которых можно составить верную пропорцию:

а) $5 : 20$;

б) $\frac{1}{3} : 3$;

в) $4,2 : 21$;

г) $2,5 : 10$.

Уровень Б



675.

Найдите неизвестный член пропорции:

а) $\frac{8}{9} : x = 0,2 : 0,3$;

б) $x : \frac{2}{7} = 7 : \frac{5}{11}$;

в) $\frac{12,4}{15} = \frac{2}{x}$.

Решите уравнение:

676. а) $\frac{8y}{9} = \frac{6,4}{0,45}$;

б) $\frac{x+3}{14} = \frac{3,6}{0,7}$;

в) $2,4:(0,5z) = 3,6:1\frac{2}{3}$;

г) $\frac{t-1,8}{27} = \frac{2\frac{1}{3}}{2,1}$.



а) $3\frac{1}{3}:(17-x) = 0,5:0,25$;

б) $7:(\frac{4}{11}y) = 56:3,2$.

678. Найдите такие значения x и y , чтобы каждое из равенств $\frac{x}{y} = \frac{7}{9}$ и $\frac{7,2}{5} = \frac{y}{0,25}$ было верным.

679. Переставив крайние или средние члены заданной пропорции, составьте три новых верных пропорции:

а) $6:4 = 15:10$;

б) $3:1,2 = 2,5:1$;

в) $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$.

680. Пропорция $\frac{k}{l} = \frac{m}{n}$ верная. Переставив ее крайние или средние члены, составьте три новых верных пропорции.

Разминка для ума



681. Для перевозки зерна подготовили мешки двух видов. В одни может вместиться по 60 кг зерна, а в другие — по 80 кг. Сколько нужно мешков каждого вида, чтобы перевезти 1 т зерна, если все мешки должны быть заполнены полностью?

Интересные рассказы

Пропорция и музыка



Слово «пропорция» (от латинского *proportio*) означает «соразмерность», «некоторое отношение частей между собой».

С помощью пропорций решали задачи еще в древние времена. Полная теория пропорций была создана в Древней Греции в IV в. до н. э., в основном в работах ученых Эвдокса Книдского и Теэтета.

Теория пропорций в совершенстве изложена в «Началах» Эвклида, в частности там дано доказательство основного свойства пропорции.

Древние греки называли учение об отношениях и пропорциях музыкой, которую считали областью математики. Они знали, что слабо натянутая струна

звучит ниже («толще»), а сильно натянутая струна дает более высокий звук. Но в каждом струнном музыкальном инструменте не одна, а несколько струн. Чтобы все струны во время игры звучали «согласованно», приятно для слуха человека, их длины (а при условии одинаковой длины — толщины) должны находиться в определенном отношении. Поэтому учение об отношениях и пропорциях древние греки называли музыкой.

Пропорциональность использовалась и используется сегодня в искусстве, архитектуре. Использование пропорциональности в архитектуре, живописи, скульптуре означает соблюдение определенных соотношений между отдельными частями сооружения, картины, скульптуры и т. п.

Современную запись пропорции ($a : b = c : d$) ввел в начале XVIII в. немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц.

Упражнения для повторения



- 682. Площадь квадрата 25 см^2 . Чему равна площадь квадрата, сторона которого в два раза больше стороны данного квадрата?
- 683. Автомобиль, двигаясь со скоростью 70 км/ч , преодолел расстояние между двумя городами за 3 ч. За какое время преодолеет это расстояние мотоциклист, двигаясь со скоростью 40 км/ч ?
- 684. Тарас делает 3 шага за 5 с, а Сережа — 5 шагов такой же длины за 8 с. Кто из мальчиков идет быстрее?
- 685. Первый рабочий за 8 мин изготовил 3 детали, а второй за 10 мин — 4 таких же детали. У какого из рабочих производительность труда выше?
- 686. Масса 4 одинаковых деталей равна $21,6 \text{ кг}$. Какова масса 15 таких же деталей?

24. Прямая пропорциональная зависимость

Задача. Три метра ткани стоят 60 грн. Сколько стоят 6 м этой же ткани?

Найдите два способа решения задачи.

1 способ

- 1) $60 : 3 = 20$ (грн.) — стоит 1 м ткани.
- 2) $20 \cdot 6 = 120$ (грн.) — стоят 6 м ткани.

II способ

1) $6 : 3 = 2$ — во сколько раз увеличилось количество ткани.

2) $60 \cdot 2 = 120$ (грн.) — стоят 6 м ткани (стоимость увеличилась в два раза).

Ответ. 120 грн.

Решая задачу вторым способом, мы рассуждали так:

а) стоимость ткани при постоянной цене *зависит* от количества метров ткани (то есть между стоимостью ткани и ее количеством существует зависимость);

б) эта зависимость имеет такое свойство: во сколько раз увеличивается количество метров ткани, во столько же раз увеличивается ее стоимость; если количество метров ткани уменьшается, то во столько же раз уменьшается ее стоимость.

Зависимость между величинами, имеющую такое свойство, называют *прямой пропорциональной зависимостью*.



Зависимость двух величин называют прямой пропорциональной, если при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз во столько же раз увеличивается (уменьшается) другая величина.

В решении задачи речь идет о двух величинах, зависимость между которыми является прямой пропорциональной, или о двух прямо пропорциональных величинах: количестве метров ткани и их стоимости.

3 м ткани стоят 60 грн., или трем метрам ткани соответствует стоимость 60 грн. А 6 м ткани соответствует стоимость 120 грн. Из определения прямой пропорциональной зависимости следует, что отношение количества метров ткани

$\left(\frac{6}{3} = 2\right)$ равно отношению соответствующих значений их стоимостей $\left(\frac{120}{60} = 2\right)$,

то есть $\frac{6}{3} = \frac{120}{60}$.

Итак, если две величины являются прямо пропорциональными, то отношение значений одной величины равно отношению соответствующих значений другой величины.

Прочитайте



Решить задачи с помощью пропорций.

1. Из 10 кг яблок получают 8 кг яблочного пюре. Сколько яблочного пюре получат из 44 кг яблок?

• Пусть из 44 кг яблок получают x кг пюре. Запишем условие задачи в виде такой схемы:

$$10 \text{ кг} — 8 \text{ кг};$$

$$44 \text{ кг} — x \text{ кг}.$$

(Эту схему будем понимать так: 10 кг яблок соответствует 8 кг пюре, 44 кг яблок соответствует x кг пюре.)

Масса яблок и соответствующая масса яблочного пюре являются прямо пропорциональными, так как во сколько раз больше мы возьмем яблок, во столько же раз больше получим яблочного пюре.

По свойству прямо пропорциональных величин запишем пропорцию:

$$\frac{10}{44} = \frac{8}{x}.$$

$$\text{Откуда } x = \frac{8 \cdot 44}{10}; x = 35,2 \text{ (кг)} — \text{масса пюре}.$$

Ответ. 35,2 кг. •

2. Расстояние между Киевом и Тернополем равно 360 км. Каково расстояние между этими городами на карте с масштабом 1 : 5 000 000?

• Так как масштаб карты 1 : 5 000 000, то 1 см на карте соответствует 5 000 000 см = 50 км на местности. Пусть расстояние между Киевом и Тернополем на карте равно x см. Тогда:

$$1 \text{ см} — 50 \text{ км};$$

$$x \text{ см} — 360 \text{ км}.$$

Расстояние на местности прямо пропорционально расстоянию на карте.

$$\text{Поэтому } \frac{1}{x} = \frac{50}{360}, \text{ откуда } x = \frac{1 \cdot 360}{50} = 7,2 \text{ (см)}.$$

Ответ. 7,2 см. •

3. Сплав состоит из меди, цинка и никеля, массы которых относятся как 13 : 3 : 4. Найти массу сплава, если для его изготовления использовали 1,8 кг цинка. (Отношение 13 : 3 : 4 означает, что в сплаве на медь приходится 13 частей, на цинк — 3 таких же по массе части и на никель — 4 части.)

• Сплав состоит из $13 + 3 + 4 = 20$ частей, из которых на цинк приходится 3 части. Пусть масса сплава равна x кг. Тогда:

$$20 \text{ частей} — x \text{ кг};$$

$$3 \text{ части} — 1,8 \text{ кг}.$$

При постоянной массе части количество частей и их масса прямо пропорциональны.

$$\text{Поэтому } \frac{20}{3} = \frac{x}{1,8}, \text{ откуда: } x = \frac{20 \cdot 1,8}{3}; x = 12 \text{ (кг)}.$$

Ответ. 12 кг. •

Устно



687. Какие из данных величин являются прямо пропорциональными:
- а) количество буханок хлеба и их масса при постоянной массе одной буханки;
 - б) площадь прямоугольника и его длина при постоянной ширине;
 - в) масса одного пакета и количество пакетов для расфасовки 10 кг муки;
 - г) периметр квадрата и длина его стороны;
 - д) стоимость и количество товара при постоянной цене;
 - е) объем куба и длина его ребра;
 - ж) расстояние и время движения при постоянной скорости?

Уровень А



688. Стальной шарик объемом 5 см^3 имеет массу 39 г. Какова масса шарика объемом $2,5 \text{ см}^3$, изготовленного из той же стали?

689. Из 100 кг семян льна получают 37 кг масла. Сколько масла получают из 250 кг таких же семян?



690. Рулон, в котором 42 м ткани, стоит 1302 грн. Сколько стоит рулон, в котором 36 м такой же ткани?



691. Пассажир метро, стоя на эскалаторе длиной 150 м, поднимается вверх за 3 мин. За какое время пассажир поднимется по эскалатору длиной 180 м, если скорости эскалаторов одинаковы?

692. В 80 кг картофеля содержится 14 кг крахмала. Сколько картофеля потребуется, чтобы получить 35 кг крахмала?

693. Из 200 кг сахарной свеклы получают 37 кг сахара. Сколько потребуется свеклы, чтобы получить 185 кг сахара?

694. На пошив 30 одинаковых костюмов пошло 99,6 м ткани. Сколько таких же костюмов получится из 149,4 м ткани?



695. Из 20 кг воды озера Сиваш (Крым) можно получить 0,5 кг соли. Сколько потребуется этой воды, чтобы получить 1 т соли?

696. Длина автомобильной трассы 150 км. Какова длина этой трассы на карте с масштабом 1 : 500 000?



697. Найдите расстояние между двумя городами, если расстояние между ними на карте с масштабом 1 : 1 000 000 равно 8,4 см.

698. Длина дома 12 м, а на плане эта длина равна 24 см. Найдите масштаб плана.

699. Отрезок AB длиной 28 см делится точкой C в соотношении $2 : 5$. Найдите длины отрезков AC и CB .
700. Периметр треугольника 90 см. Чему равны его стороны, если их отношение равно $3 : 3 : 4$?
701. Для изготовления фарфора берут 25 частей белой глины, 2 части песка и 1 часть гипса. Сколько каждого из этих материалов нужно взять для изготовления 56 кг смеси, из которой изготавливают фарфор?



Уровень Б



702. Чтобы изготовить замазку для дерева, использовали известь, ржаную муку и масляный лак в отношении $3 : 2 : 2$. Сколько взяли каждого материала, если известно, что в замазке извести больше, чем ржаной муки, на 1,3 кг?
703. Водитель заметил, что, проехав 140 км на автомобиле «Таврия», он израсходовал 7 л бензина, а проехав 150 км на автомобиле «Нива», — 18 л. Какой из автомобилей расходует на 100 км пути больше бензина и на сколько литров?
704. На плане с масштабом $1 : 100$ комната имеет размеры $6,8 \text{ см} \times 4,5 \text{ см}$. Сколько нужно краски для покраски пола в этой комнате, если для покраски $7,5 \text{ м}^2$ пола потребовалось 0,75 кг краски?
705. Электropоезд вышел с одной станции в 11 ч 24 мин и прибыл на следующую в 11 ч 39 мин, преодолев расстояние 16 км. Какое расстояние пройдет электропоезд за 1,5 ч движения с такой же скоростью?
706. На рисунке изображен фасад дома в некотором масштабе. Длина фасада реального дома 12 м. Выполните необходимые измерения на рисунке и найдите:
- высоту стен реального дома;
 - высоту дома с крышей.



707. За 36 дней 20 кур съедают 180 кг комбикорма. Сколько комбикорма потребуется для 15 кур на 24 дня?



За 36 рабочих дней бригада лесорубов в составе 30 человек заготовила 1944 м³ дров. Производительность труда всех лесорубов одинакова. Сколько дров заготовит бригада из 24 человек за 50 дней при такой же производительности труда?

709. Для того чтобы построить стену длиной 18 м, шириной 0,5 м и высотой 3 м, нужно 10 800 кирпичей. Какой высоты стену длиной 15 м и шириной 0,25 м можно построить, имея 5 400 таких кирпичей?



Сплав состоит из меди, олова и сурьмы, взятых в отношении 1 : 2 : 2. Найдите массу сплава, если он содержит 2,8 кг олова.

711. Периметр треугольника ABC равен 32,5 см. Найдите длину каждой стороны этого треугольника, если сторона AB относится к стороне BC как 3 : 4, а BC к AC — как 2 : 3.



В доме есть двухкомнатные, трехкомнатные и четырехкомнатные квартиры — всего 180 квартир. Число двухкомнатных квартир относится к числу трехкомнатных как 5 : 6, а число трехкомнатных к числу четырехкомнатных — как 3 : 2. Сколько двухкомнатных, трехкомнатных и четырехкомнатных квартир в доме?

Разминка для ума



713. Один бизнесмен выделил 280 000 долларов своей жене и будущему ребенку при условии: если родится сын, то он должен получить денег в два раза больше, чем мать, а если дочь, то мать должна получить в два раза больше, чем дочь. Родились близнецы — сын и дочь. Как разделить деньги?

Упражнения для повторения



714. Выполните действия:
- а) $645\,328 - 328 : 8 + 198 \cdot 306$; б) $713,4 : (61 - 26,2) + 4,8 \cdot 3,5$;
 в) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{3}{4}$; г) $\left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11}\right) : \frac{10}{11}$.
715. Найдите значение выражения $24,5x - 3,6 : y$ при $x = 0,2$ и $y = 1,6$.
716. Решите уравнение:
- а) $(x - 1,84) - 4,5 = 0,4$; б) $7m + 24 - 3m = 46,4$;
 в) $0,5 \cdot (1 + 3,2x) = 5,3$; г) $3,1 \cdot (3y + 2,503) - 17,41 = 57,3$.
717. Прямоугольный параллелепипед имеет длину 6,5 дм, ширину 4,6 дм и высоту 5 дм. Найдите площадь поверхности и объем параллелепипеда.

25. Процентное отношение

Отношение чисел или величин можно выражать в процентах, для этого отношение нужно умножить на 100%. Например, $3 : 5 = 0,6 = 0,6 \cdot 100\% = 60\%$. Говорят, что число 3 составляет 60% от числа 5, или что *процентное отношение* чисел 3 и 5 равно 60%.

Найдем процентное отношение чисел 15 и 10:

$$15 : 10 = 1,5 = 1,5 \cdot 100\% = 150\%.$$

Итак, число 15 составляет 150% от числа 10.

Рассмотрим задачу.

Оператор компьютерного набора в течение рабочего дня планировал набрать на компьютере 30 страниц текста, а набрал только 27. На сколько процентов оператор выполнил задание?

Задание, то есть 30 страниц, является тем числом, с которым нужно сравнить число 27, поэтому нужно найти процентное отношение чисел 27 и 30. Имеем: $27 : 30 = 0,9 \cdot 100\% = 90\%$.

Итак, оператор выполнил задание на 90%.

Прочитайте



1. Вместо плановых 80 деталей рабочий изготовил 90 деталей. Сколько процентов плана выполнил рабочий?

• Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно найти, сколько процентов составляет 90 от 80. Для этого нужно найти отношение чисел 90 и 80 и выразить его в процентах:

$$\frac{90}{80} = 1,125 = 112,5\%.$$

Итак, рабочий выполнил 112,5% плана.

Ответ. 112,5%. •

2. В 10%-й раствор соли массой 450 г досыпали 30 г соли. Найти процентное содержание соли в новом растворе.

• 1. $10\% = 0,1$; $450 \cdot 0,1 = 45$ (г) — масса соли в растворе.

2. $45 + 30 = 75$ (г) — масса соли в новом растворе.

3. $450 + 30 = 480$ (г) — масса нового раствора.

4. $\frac{75}{480} \cdot 100\% = 15\frac{5}{8}\%$ — процентное содержание соли в новом растворе.

Ответ. $15\frac{5}{8}\%$. •

Устно



718. Найдите процентное отношение чисел: 3 и 6; 2 и 10; 20 и 10.
719. Назовите несколько чисел, процентное отношение которых равно 50%; 200%.

Уровень А



720. Сколько процентов составляет число 24 от числа 32?



721. Сколько процентов составляет число 40 от числа 32?



722. Площадь поля 200 га, из них 10 га засадили капустой. Сколько процентов поля засадили капустой?



- Из 400 кг молока получили 84 кг сливок. Сколько процентов молока составляют сливки?

724. Из 32 т нефти получили 10 т керосина. Сколько процентов от массы нефти составляет масса керосина?



- В списках избирательного участка насчитывается 1280 избирателей. В день выборов проголосовало 1120 избирателей. Каков процент избирателей, участвовавших в голосовании?

726. В июне 12 дней шел дождь, а остальные дни были солнечными. Сколько процентов всех дней июня приходится на солнечные дни?

Уровень Б



727. Из 200 кг чайного листа получили 8 кг чая. Сколько процентов своей массы теряет чайный лист в процессе сушки?



- Из 16 кг сырого мяса получили 10,4 кг вареного. Сколько процентов своей массы теряет сырое мясо в процессе варки?

729. В городе А из 20 000 совершеннолетних проголосовало 17 500 избирателей, а в городе В из 32 000 проголосовало 25 800. В каком городе избиратели были активнее?

730. В 20%-й раствор соли массой 200 г добавили 120 г воды. Найдите процентное содержание соли в новом растворе.



- В 5%-й раствор соли массой 300 г досыпали 75 г соли. Найдите процентное содержание соли в новом растворе.

Разминка для ума



732. На оптовой базе есть запакованные ящики с рыбой по 16 кг, 17 кг и 40 кг. Может ли работник базы доставить в магазин 140 кг рыбы, не раскрывая ни одного ящика?

Упражнения для повторения



733. Сравните значения выражений:
а) $22,592 : 32 - 0,248$ и $1,25 \cdot 541 - 675,802$;
б) $(162 - 38) \cdot 2,5 - 68,8 : 16$ и $58 \cdot 5,3 - 110,4 : 48$.
734. Поле площадью 50 га засеяли ячменем. С участка поля площадью 35 га собрали по 34 ц ячменя с 1 га, а с остальной части поля — по 36 ц с 1 га. Найдите среднюю урожайность ячменя на этом поле.
735. В магазин привезли 220 кг яблок первого и второго сортов, из них 45% — первого сорта. Сколько килограммов яблок второго сорта привезли в магазин?
736. Когда Андрей истратил 55% имевшихся у него денег на покупку тетрадей, то у него осталось 1 грн. 80 к. Сколько денег было у Андрея сначала?

26. Процентные расчеты

Мы решали задачи на проценты путем сведения их к основным задачам на дроби. Эти задачи можно решать и с помощью пропорций. Рассмотрим такой способ решения задач на проценты.

Пусть в школе 50 шестиклассников. Тогда:

10% шестиклассников — это $50 \cdot 0,1 = 5$ (учеников);

20% шестиклассников — это $50 \cdot 0,2 = 10$ (учеников);

40% шестиклассников — это $50 \cdot 0,4 = 20$ (учеников).

Какая существует зависимость между числом процентов и количеством учеников, соответствующим этим процентам?

Во сколько раз увеличивается число процентов, во столько же раз увеличивается количество учеников, соответствующее этим процентам.

Итак, число процентов некоторой величины прямо пропорционально значению величины, которое соответствует этим процентам.

Помним, что 100% некоторой величины — это сама величина.

Задача 1. Из свежих слив получают 21% сушеных. Сколько сушеных слив можно получить из 80 кг свежих?

• Пусть из 80 кг свежих слив можно получить x кг сушеных. Свежие сливы составляют 100%, а сушеные — 21%. Запишем условие задачи в виде схемы:

80 кг — 100%;

x кг — 21%.

Какова зависимость между массой сушеных слив и числом процентов, которые составляет эта масса от массы свежих слив?

Масса сушеных слив прямо пропорциональна количеству процентов, которое составляет эта масса от массы свежих слив, поэтому:

$$\frac{80}{x} = \frac{100}{21}; \quad x = \frac{80 \cdot 21}{100}; \quad x = 16,8 \text{ (кг)} — \text{искомая масса сушеных слив.}$$

Ответ. 16,8 кг. •

Задача 2. Банк дал предпринимателю кредит 10 000 грн. со ставкой 7% годовых. Какую сумму должен вернуть предприниматель банку через полгода?

• Если процентная ставка за год составляет 7%, то за полгода будет начислено $7\% \cdot 0,5 = 3,5\%$ начальной суммы, то есть $10\,000 \cdot 0,035 = 350$ (грн.). Предприниматель должен вернуть банку $10\,000 + 350 = 10\,350$ (грн.).

Ответ. 10 350 грн. •

Задача 3. Фермер в прошлом году собрал в среднем по 30 ц зерновых с 1 га, а в нынешнем году — по 32 ц. На сколько процентов увеличилась урожайность зерновых в нынешнем году по сравнению с прошлым годом?

• Сначала найдем, на сколько центнеров больше зерновых собрал фермер в нынешнем году: $32 - 30 = 2$ (ц). Теперь вычислим, сколько процентов составляет найденная разность от урожая прошлого года. Поскольку сравниваем с урожайностью прошлого года, то 30 ц составляет 100%, а 2 ц — $x\%$.

30 ц — 100%;

2 ц — $x\%$.

$$\frac{30}{2} = \frac{100}{x}; \quad x = \frac{2 \cdot 100}{30} = 6\frac{2}{3} (\%).$$

Итак, урожайность возросла на $6\frac{2}{3}\%$.

Ответ. $6\frac{2}{3}\%$. •

Чтобы узнать, на сколько процентов увеличилась или уменьшилась данная величина, нужно найти:

1) на сколько единиц увеличилась или уменьшилась данная величина;

2) сколько процентов составляет полученная разность от начального значения величины.

Прочитайте



Задача 1. В процессе перегонки нефти из нее получают 30% керосина. Сколько нужно нефти, чтобы получить 9 т керосина?

• Масса нефти составляет 100%, а масса керосина — 30%. Пусть для того, чтобы получить 9 т керосина, нужно переработать x т нефти. Запишем условие задачи в виде схемы:

$$x \text{ т} — 100\%;$$

$$9 \text{ т} — 30\%.$$

Составляем пропорцию: $\frac{x}{9} = \frac{100}{30}$; откуда $x = \frac{9 \cdot 100}{30}$; $x = 30$ (т) — масса нефти.

Ответ. 30 т. •

Задача 2. Сколько процентов составляет число 24 от числа 30?

• Так как число 24 сравниваем с числом 30, то число 30 составляет 100%. Пусть число 24 составляет $x\%$ от числа 30. Получим:

$$30 — 100\%;$$

$$24 — x\%.$$

$$\frac{30}{24} = \frac{100}{x}; x = \frac{24 \cdot 100}{30} = 80 (\%) — \text{составляет число 24 от числа 30.}$$

Ответ. 80%. •

Задача 3. Цену товара, который стоил 200 грн., снизили на 10%. На сколько процентов нужно повысить новую цену, чтобы получить начальную?

• Начальная цена (200 грн.) составляет 100%, а сниженная цена составляет $100\% - 10\% = 90\%$ от начальной. Пусть цена после снижения равна x грн. Тогда:

$$200 \text{ грн.} — 100\%;$$

$$x \text{ грн.} — 90\%.$$

$$\frac{200}{x} = \frac{100}{90}; x = \frac{200 \cdot 90}{100} = 180 \text{ (грн.)}$$

Чтобы найти, на сколько процентов нужно повысить новую цену, чтобы получить начальную, сравним с новой ценой (180 грн.) старую цену. Новая цена составляет 100%. Пусть начальная цена (200 грн.) составляет $x\%$ новой. Тогда:

180 грн. — 100%;

200 грн. — $x\%$.

$$\frac{180}{200} = \frac{100}{x}; \quad x = \frac{200 \cdot 100}{180} = 111\frac{1}{9}(\%).$$

Итак, новую цену нужно повысить на $111\frac{1}{9}\% - 100\% = 11\frac{1}{9}\%$.

Ответ. $11\frac{1}{9}\%$. •

Уровень А



737. Два трактора вспахали поле площадью 56 га, причем первый трактор вспахал 45% площади поля. Сколько гектаров вспахал первый трактор?



Трактор вспахал 26 га, что составляет 52% площади поля. Найдите площадь поля.

739. Два трактора вспахали поле площадью 40 га, причем первый трактор вспахал 18 га. Сколько процентов площади поля вспахал первый трактор?

Найдите:

740. а) 27% от числа 250;

- б) 72% от числа 1,25.



- а) 64% от числа 7,5;

- б) 2,5% от числа $\frac{20}{21}$.

Найдите число, если:

742. а) 35% его равно 0,7;

- б) 5% его равно $1\frac{2}{3}$.



- а) 48% его равно 16,8;

- б) 15% его равно $4\frac{2}{7}$.

744. Сахарный тростник при переработке в сахар теряет 91% своей начальной массы. Сколько потребуется сахарного тростника, чтобы получить 1,8 т сахара?



Когда из цистерны отлили 4,5 т бензина, в ней осталось 85% начальной массы бензина. Сколько тонн бензина было в цистерне сначала?

746. Автомобиль за первые 15 мин проехал 12% пути между двумя городами. За какое время автомобиль проедет 50% всего пути?

747. За смену рабочий должен был изготовить 40 деталей. Сколько процентов плана выполнил рабочий, если за смену он изготовил: а) 36 деталей; б) 42 детали?

748. Бригада изготовила за день на 2 стола больше нормы, благодаря чему перевыполнила план на 4%. Сколько столов должна была изготовить бригада по плану?



Рабочий планировал изготовить за смену 20 деталей, однако перевыполнил план на 5%. Сколько деталей изготовил рабочий?

750. Вкладчик внес в банк 400 грн. под 15% годовых. Какая сумма денег будет у него на счету через год?

751. Вкладчик внес в банк некоторую сумму денег под 17% годовых и через год получил 819 грн. Какую сумму вкладчик внес в банк?



Вкладчик внес в банк 500 грн. и через год после начисления годовых процентов у него на счету было на 80 грн. больше. Сколько годовых процентов начислял банк?

753. Зимой куртка стоила 160 грн. Весной цену на нее снизили на 15%. Какова цена куртки весной?



В связи с инфляцией цена на масло за полгода выросла на 6%. Начальная цена 1 кг масла составляла 9 грн. 50 к. Какой стала цена 1 кг масла через полгода?

755. Оператор набирает на компьютере за шестичасовой рабочий день 30 страниц текста. Сколько страниц он будет набирать в течение часа, если его производительность труда увеличится на 20%?

756. Предприниматель получил за месяц 16 000 грн. прибыли, из которых 7000 грн. затратил на расширение производства. Сколько процентов полученной прибыли предприниматель затратил на расширение производства?



Первый ученик прыгнул в длину на 2,4 м, а прыжок второго был на 15% длиннее. Какова длина прыжка второго ученика?



758. В августе пакет акций фирмы стоил 4000 грн., а в октябре — 4200 грн. На сколько процентов возросла стоимость пакета акций фирмы?

759. На приусадебном участке 50 м^2 засажено клубникой, а 40 м^2 — помидорами. На сколько процентов площадь, отведенная под клубнику, больше площади, отведенной под помидоры?

760. В городе N проезд в маршрутном такси стоит 1 грн., а в автобусе — 80 к. На сколько процентов стоимость проезда в маршрутном такси больше стоимости проезда в автобусе?



Рабочий за смену изготовил 80 деталей, а его ученик — 56. На сколько процентов меньше деталей изготовил ученик, чем рабочий?



Длина поля 80 м, а ширина — 20 м. На сколько процентов длина поля больше ширины? На сколько процентов ширина поля меньше длины?

Уровень Б



763. С 1,6 га земли, что составляет 8% площади всего поля, собрали 48 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрали с поля, если урожайность на всем поле одинакова?



Периметр треугольника 36 см. Длина первой стороны составляет 25% периметра и 75% длины второй стороны. Найдите длину каждой стороны треугольника.

765. Фермер засеял подсолнечником 1,8 га поля, что на 20% больше, чем в прошлом году. Какую площадь фермер засеял подсолнечником в прошлом году?

766. Расстояние между домами Винни-Пуха и Пятачка 2 км. Однажды Винни-Пух пошел к Пятачку и затратил на дорогу 25 мин, а на следующий день Пятачок пошел к Винни-Пуху и затратил на дорогу 20 мин. Чья скорость больше и на сколько процентов?



Расстояние между домами Винни-Пуха и Пятачка 2 км. Пятачок за минуту проходит 75 м, а Винни-Пух — 50 м. Они решили обменяться подарками и вышли одновременно навстречу друг другу. Кто из них пройдет большее расстояние до встречи и на сколько процентов?



Собранные на благотворительном концерте 14 000 грн. были распределены так: 45% денег выделили для детского дома, 42,5% — для дома престарелых, а на остальные деньги купили пианино для музыкальной школы. Сколько стоит пианино?

769. Трое рабочих изготовили партию деталей. Первый и второй рабочие изготовили соответственно 30% и 40% всех деталей, а третий — на 8 деталей меньше, чем второй. Сколько всего деталей изготовили рабочие?

770. Чтобы учесть инфляцию 4%, производитель холодильников поднял цену на каждый холодильник с 1250 грн. до 1290 грн. Верно ли он выполнил расчеты?

771. Вкладчик внес в банк 500 грн. под 14% годовых, а через год годовая ставка возросла до 17%. Какая сумма денег будет у него на счету через 2 года?



Банк дал предпринимателю кредит 20 000 грн. на 9 месяцев со ставкой 8% годовых. Какую сумму предприниматель должен вернуть через 9 месяцев?

773. Банк дал предпринимателю кредит на некоторую сумму денег со ставкой 7% годовых. Предприниматель вернул банку 32 100 грн. через 12 месяцев. Какую сумму кредита брал предприниматель?

774. Себестоимость книги для издательства составляет 8 грн., а отпускная цена для магазина — 10 грн. 40 к. Какую прибыль в процентах получит издательство с каждой книги?



775. Себестоимость книги для издательства составляет 9 грн., отпускная цена для магазина на 10% больше себестоимости, а наценка магазина составляет 20% отпускной цены. Какова цена книги в магазине?

776. Магазин получил книгу за 5 грн. 50 к., наценка магазина — 20%. При оптовой закупке магазин уменьшает свою цену на 5%. Сколько стоит такая книга при оптовой закупке?

777. Винтик и Шпунтик смастерили модель самолета за два дня. Производительность их труда одинакова. За первый день, работая вместе, они выполнили 55% работы, а на следующий день Винтик работал в два раза дольше Шпунтика. Какой процент работы выполнил каждый из них?

778. Цену на товар, стоивший 150 грн., сначала снизили на 20%, а потом новую цену повысили на 20%. Найдите цену товара после двух переоценок.



779. Цену на товар, стоивший 150 грн., сначала повысили на 20%, а потом новую цену снизили на 20%. Найдите цену товара после двух переоценок.

780. Цену на товар, стоивший 100 грн., снизили на 20%. На сколько процентов нужно повысить новую цену, чтобы получить начальную?

781. Сплав меди с оловом массой 12 кг содержит 45% меди. Сколько килограммов чистого олова нужно добавить к сплаву, чтобы получить новый сплав, который бы содержал 40% меди?



782. В воде растворили 180 г соли и получили 12%-й раствор соли. Сколько граммов воды использовали для приготовления раствора?

783. Цену на товар снизили на 20%. На сколько процентов нужно повысить новую цену, чтобы получить начальную?

784*. Есть два числа. Первое число на 20% больше второго. Во сколько раз первое число больше второго? Найдите эти числа, если их сумма равна 11.

Разминка для ума



785. На покупку порции мороженого Сереже не хватает 46 к., а Андрею — 5 к. Если бы они вместе сложили свои деньги, то им все равно не хватило бы на покупку мороженого 1 копейки. Сколько стоит порция мороженого?



786. Найдите значение выражения:

а) $0,5 \cdot 1,6 + 14,911 : 3,7$;

б) $1,3 \cdot (313,2 : 8,7 - 5,3)$;

в) $9,396 : 2,7 - 5,6 \cdot 0,2$;

г) $12,5 \cdot 2,5 - 8,6 \cdot 2,5 + 2,1 \cdot 2,5$;

д) $0,4^2 + \frac{16}{25} : 0,0128$;

е) $2,5^2 - 1,5^2 + 3\frac{3}{7}$.

Решите уравнение:

787. а) $3,6x - 4,5 = 15,3$; б) $0,4(x + 1,6) = 3,24$; в) $5\frac{4}{9} - \frac{2}{9}x = 3\frac{1}{3}$.

788. а) $\frac{x-10}{7} = \frac{4}{3}$; б) $\frac{6}{7} = \frac{y-1,2}{5}$ в) $\frac{8}{y-2} = \frac{5}{6}$.

789. Во сколько раз нужно увеличить число $3\frac{1}{9}$, чтобы получить число 7?

790. Найдите отношение:

а) 17 к 2;

б) 10 к 3;

в) 5 к 30.

27. Окружность. Длина окружности

Представление об окружности дают руль автомобиля, обруч, кольцо и т. п. Нарисуем окружность. Для этого обозначим на плоскости некоторую точку O . Возьмем циркуль, поставим его ножку с иглой в точку O и раствором в 3 см другой ножкой циркуля опишем фигуру. Получим окружность с центром в точке O . Все точки окружности расположены на расстоянии 3 см от центра.

Соединим центр окружности с произвольной точкой A этой окружности отрезком (рис. 5). Отрезок OA , а также его длину называют *радиусом* окружности. Радиус построенной окружности равен 3 см. Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через ее центр, а также длину этого отрезка называют *диаметром*. Диаметр окружности в два раза длиннее радиуса этой окружности.

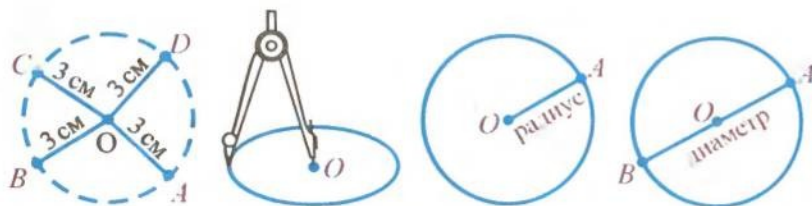


Рис. 5

Две точки A и B , лежащие на окружности (рис. 6), разбивают ее на две части. Каждую из этих частей называют *дугой* окружности. Точки A и B — концы этих дуг. Если точки A и B являются концами диаметра, то они разбивают окружность на две равных части, каждую из которых называют *полуокружностью*.

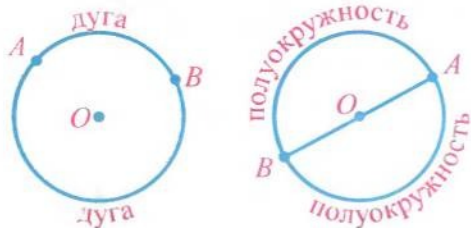


Рис. 6

Практическая работа

Тема работы. Длина окружности.

Оборудование. Циркуль, линейка, нитка.

Ход работы

1. Строим окружность, радиус которой равен 2 см.

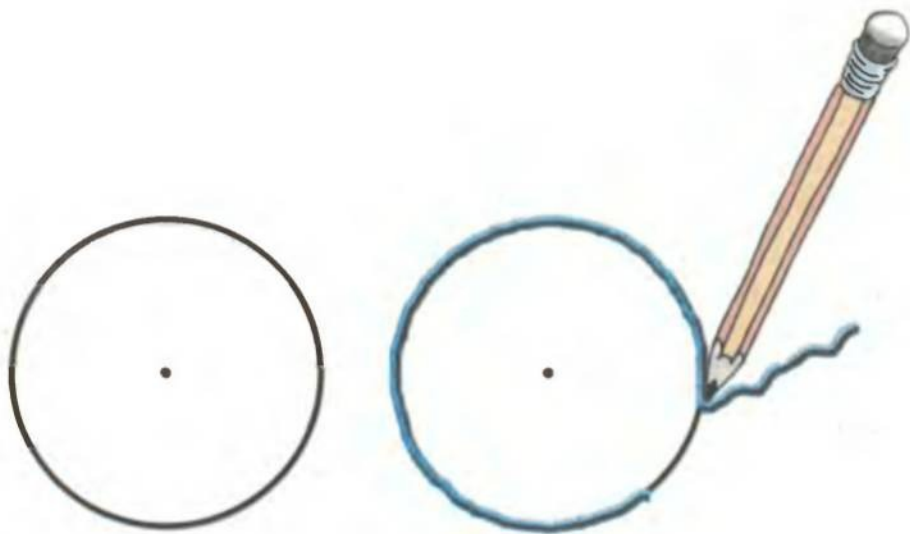


Рис. 7

2. Накладываем на окружность нитку (см. рис. 7).

3. Ставим ручкой отметку на нитке в той точке, в которой нитка совпадает со своим началом.

4. Расправляем нитку и измеряем ее длину до отметки. Эта длина равна длине окружности.



Рис. 8

5. Диаметр окружности d равен 4 см: $d = 4$ см; длина окружности C равна: $C = \dots$

6. Находим отношение $\frac{C}{d} = \dots$

Оказывается, что для всех окружностей отношение длины окружности к длине ее диаметра является одним и тем же числом. Это число обозначают греческой буквой π (читают: «пи»), оно записывается бесконечной десятичной дробью $\pi = 3,1415926\dots$. Итак, $\frac{C}{d} = \pi$, откуда

$$C = \pi d.$$



Длина окружности равна произведению числа π и диаметра окружности.

Так как диаметр окружности равен двум радиусам, то длина окружности радиуса r равна $2\pi r$. Получили еще одну формулу для длины окружности:

$$C = 2\pi r.$$

Далее для расчетов мы, как правило, будем округлять число π до сотых:

$\pi \approx 3,14$, а в отдельных случаях будем использовать $\pi \approx \frac{22}{7}$.

Прочитайте



1. Начертить окружность, радиус которой 2 см. Где лежит точка, находящаяся от центра на расстоянии 1 см; 2 см; 3 см? Чему равен диаметр окружности?

• Точка A , расстояние от которой до центра 2 см (рис. 9), принадлежит окружности.

Точка B , расстояние от которой до центра 1 см (рис. 9), лежит внутри окружности.

Точка C , расстояние от которой до центра 3 см (рис. 9), лежит вне окружности.

Диаметр окружности: $2 \cdot 2 = 4$ (см). •

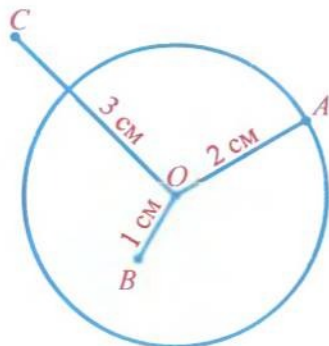


Рис. 9

2. Найти длину окружности, радиус которой 1,5 см.

• $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 = 9,42$ (см). •

Устно



791. На рис. 10 изображена окружность, радиус которой 12 мм.

а) Какие отрезки, изображенные на этом рисунке, являются радиусами окружности?

б) Чему равен диаметр окружности?

в) Сравните с радиусом окружности длины отрезков OA , OB , OC .

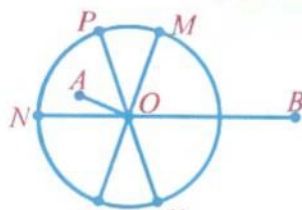


Рис. 10

792. Найдите длину окружности, диаметр которой равен 10 см.

793. Найдите длину окружности, радиус которой равен 5 дм.

Уровень А



794. Отметьте в тетради точку O . Начертите окружность произвольного радиуса с центром в этой точке. Измерьте радиус окружности.



795. Начертите окружность, диаметр которой 36 мм.

796. Начертите окружность с центром O , радиус которой 25 мм, и прямую AB , которая пересекала бы эту окружность в двух точках M и K . На каком расстоянии от центра O лежат точки M и K ?

797. Начертите окружность с центром O , радиус которой 3 см. Отметьте на ней точку A и проведите окружность с центром A и тем же радиусом. Проходит ли вторая окружность через точку O ?



Начертите отрезок AB , длина которого 4 см. Взяв точки A и B за центры, проведите две окружности, радиусы которых 25 мм. Обозначьте точки пересечения этих окружностей буквами M и K . На каком расстоянии лежат точки M и K от точек A и B ?



Начертите окружность, радиус которой 3 см. Где лежит точка, расположенная от центра на расстоянии 25 мм; 30 мм; 35 мм?

800. Даны две окружности, радиусы которых 1 см и 3 см, с центром в одной и той же точке O . Луч с началом в точке O пересекает эти окружности в точках A и B . Найдите длину отрезка AB .

Найдите длину окружности:

801. а) диаметр которой 2,5 см; 36 см; 0,24 м;
б) радиус которой 5 см; 3,6 см; 0,4 м.



а) диаметр которой 3 см; 0,8 дм; 0,12 м;
б) радиус которой 6 см; 1,4 дм; 1,2 м.



Измерьте диаметры и длины верхних краев двух разных стаканов. Найдите отношение длин окружностей к соответствующим диаметрам (результаты округлите до десятых).

804. Планер пролетел четыре раза по окружности, радиус которой 25 м. Сколько метров пролетел планер?

805. Длина окружности 11 м. Найдите диаметр окружности ($\pi \approx \frac{22}{7}$).



Длина окружности 33 см. Найдите радиус окружности ($\pi \approx \frac{22}{7}$).

807. Какое расстояние преодолееет в пустыне верблюд, пройдя по окружности, радиус которой 3 км?

Уровень Б



808. Минутная стрелка часов описала полуокружность. За какое время она это сделала? За какое время она пройдет четверть окружности?



Часовая стрелка описала полуокружность. За какое время она это сделала?

810. Начертите отрезок AB , длина которого 4 см. Постройте точки, расстояние от которых до точки A равно 3 см, а до точки B — 2 см.



Проведите некоторую прямую a и выберите точку A , которая не лежала бы на этой прямой. Как на прямой a найти точки, расстояние до которых от точки A равно 3 см? Всегда ли такие точки существуют?

812. Начертите отрезок AB , длина которого 4 см. Постройте окружность наименьшего радиуса, проходящую через точки A и B .
813. Начертите окружность, радиус которой 2 см. Отметьте точку A внутри этой окружности. Найдите на окружности точку, расстояние от которой до точки A наименьшее (наибольшее). Сравните эти расстояния с радиусом.



814. Наибольшее и наименьшее расстояния от точки K , лежащей внутри окружности, до точек этой окружности равны 15 мм и 5 мм соответственно. Найдите радиус и диаметр окружности.

815. За сколько времени можно облететь на самолете Землю вдоль экватора на высоте 10 км, двигаясь со скоростью 1200 км/ч? Результат округлите до 0,1 ч. (Радиус экватора 6370 км.)

816. Спутник движется по круговой орбите на высоте 36 000 км над Землей и делает полный оборот вокруг Земли за 24 ч. С какой скоростью движется спутник, если радиус Земли 6370 км?



817. Радиус окружности увеличили с 10 см до 11 см. На сколько увеличилась длина окружности?

818. Длина окружности увеличилась со 157 см до 226,08 см. На сколько увеличился радиус окружности?

819. Из прямоугольника вырезали часть, ограниченную полуокружностью (рис. 11). Проведите необходимые измерения и найдите периметр полученной фигуры.



Рис. 11

820. Диаметр колеса тепловоза 80 см. За 2 мин колесо делает 800 оборотов. Какова скорость тепловоза в километрах в час? Результат округлите до десятых км/ч.

Разминка для ума

821. На чашечных весах нужно взвесить 13 кг сахара, имея только гирю 1 кг. Каким наименьшим количеством взвешиваний это можно сделать?



Упражнения для повторения

822. В саду растет 180 фруктовых деревьев. Среди них 120 яблонь, 30% остальных деревьев составляют вишни, а оставшиеся деревья — груши. Сколько груш растет в саду?



823. В трех городах вместе проживает 285 тыс. жителей. В первом городе проживает 120 тыс. жителей, во втором — 80% того количества, что в первом. Сколько жителей в третьем городе?
824. В парке за первый день посадили 96 деревьев, а за второй — 72 дерева, что составляет 80% количества деревьев, посаженных за третий день. Сколько деревьев посадили за три дня?
825. Решите уравнение:
 а) $(x + 0,05) \cdot 0,6^2 = 5,4$; б) $(1,5 - x) \cdot 7,2 = 1,2^2$.

28. Круг. Площадь круга

Каждая окружность разбивает плоскость, на которой она начерчена, на две части — внутреннюю и внешнюю. Точки окружности и все внутренние точки образуют *круг* (рис. 12). Центр, радиус и диаметр окружности называют соответственно центром, радиусом и диаметром этого круга.

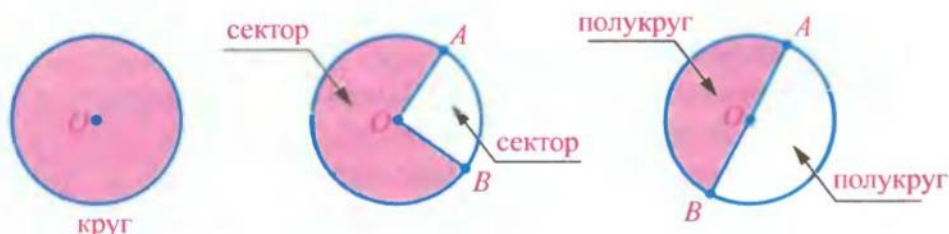


Рис. 12

Два радиуса OA и OB разбивают круг на две части, каждую из которых называют *сектором*. Любой диаметр разбивает круг на две равных части, которые называют *полукругами*.

Практическая работа

Тема работы. Площадь круга.

Оборудование. Циркуль, линейка, листок бумаги в клетку.

Ход работы

1. На листке бумаги в клетку строим окружность, радиус которой 4 см (8 клеток).

2. Обводим внешний контур тех клеток, которые почти полностью принадлежат кругу (см. рис. 13).

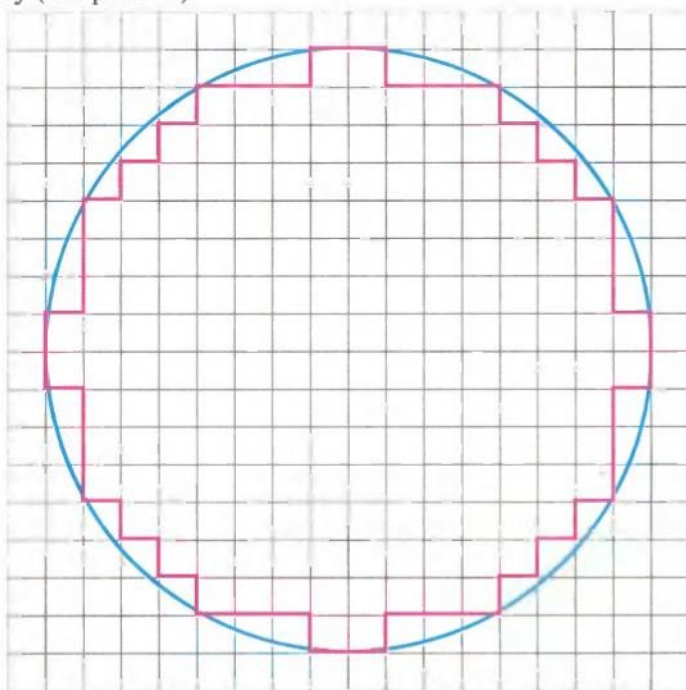


Рис. 13

3. Считаем количество клеток внутри контура.

4. Считаем количество клеток вне контура, которые частично принадлежат кругу, и полученное число делим на 2 (в среднем части двух неполных клеток дают одну целую).

5. Прибавляем к числу клеток, полностью принадлежащих кругу, число, полученное в п. 4.

6. Так как площадь 4 клеток равна 1 см^2 , то, чтобы выразить площадь круга в квадратных сантиметрах, делим число, полученное в п. 5, на 4. Получаем приближенное значение площади: $S \approx \dots$

7. Находим квадрат радиуса круга: $r^2 = 16 \text{ см}^2$.

8. Находим отношение $\frac{S}{r^2} \approx \dots$

В старших классах будет доказано, что $\frac{S}{r^2} = \pi$, откуда

$$S = \pi r^2.$$

Получена формула для площади S круга радиуса r .

Прочитайте



1. Найти площадь круга, радиус которого равен 1,5 см.

• $S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 1,5^2 = 3,14 \cdot 2,25 = 7,065 \text{ (см}^2\text{)}.$ •

Устно



826. Вычислите: 3^2 ; $0,1^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $1,2^2$.

827. Найдите площадь круга, радиус которого 1 см; 10 см.

Уровень А



Найдите площадь круга:

828. а) радиус которого 5 см; 11 см; 0,3 дм;

- б) диаметр которого 0,6 м; 7 м.



- а) радиус которого 8 см; 14 дм; 2,5 м;

- б) диаметр которого 1,6 м; 5 дм.

830. Сделайте необходимые измерения и найдите площади фигур, изображенных на рисунке 14 а) – г).



- Сделайте необходимые измерения и найдите площади фигур, изображенных на рисунке 14 д), е).



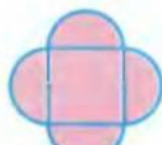
а)



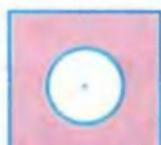
б)



в)



г)



д)



е)

Рис. 14

Уровень Б



832. Длина окружности арены цирка равна 47,1 м. Найдите площадь арены (результат округлите до единиц м^2).



833. Найдите площадь круга, если длина его окружности 25,12 см.

834. Дан круг с центром O , радиус которого 12 см (рис. 15). Найдите площадь заштрихованного сектора, если он составляет шестую часть круга.

835. Во сколько раз увеличится площадь круга, если его радиус увеличить в три раза?

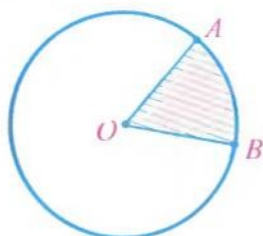
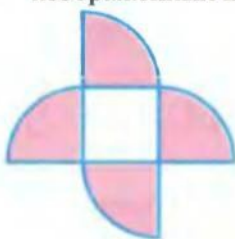
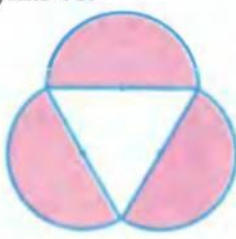


Рис. 15

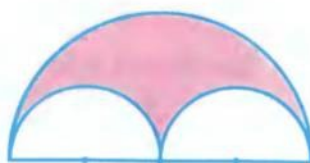
836. Сделаем необходимые измерения и найдите площади выделенных фигур, изображенных на рисунке 16.



а)



б)



в)

Рис. 16

837. Из листа квадратной формы со стороной 0,6 м нужно вырезать круг наибольшего радиуса. Чему равна площадь этого круга (результат округлите до сотых м^2)?



838. Диагональ квадрата 20 см. Квадрат нужно накрыть кругом наименьшего радиуса. Чему равна площадь этого круга?



839. Нужно закрасить круг, радиус которого 3 м. Сколько для этого потребуется краски, если на каждый квадратный метр необходимо 120 г краски (результат округлите до десятков граммов)?



840. Счетчик спидометра автомобиля показывал 23932 км. Через два часа движения автомобиля на счетчике спидометра снова появилось число, которое одинаково читается с обеих сторон. С какой скоростью двигался автомобиль в течение этих двух часов?



Рис. 17

Упражнения для повторения



841. Выполните действия:
 а) $1,2 - \frac{4}{11}$; б) $3\frac{2}{7} + 1\frac{5}{14} : 0,5$; в) $4,15 - (2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4})$.
842. Туристы шли $1\frac{5}{6}$ ч со скоростью $4\frac{1}{2}$ км/ч. Какое расстояние прошли туристы за это время?
843. Первая сторона треугольника равна $2\frac{1}{4}$ м, вторая — в $1\frac{1}{3}$ раза длиннее первой, а длина третьей стороны составляет $\frac{2}{3}$ длины первой. Найдите периметр треугольника.
844. С поля площадью 81 га собрали по 28 ц ячменя с гектара. Такую же массу ячменя собрали с $\frac{7}{12}$ площади второго поля, урожайность ячменя на котором 27 ц с гектара. Какова площадь второго поля?

29. Столбчатые и круговые диаграммы

Для наглядной иллюстрации числовых значений величин используют *диаграммы*. Диаграмма — это символический рисунок, который наглядно отражает соотношения между значениями величин. Чаще всего используют *столбчатые* и *круговые* диаграммы.

Рассмотрим пример. Ученик шестого класса в октябре записал в дневнике погоды: 17.10 — облачно, 18.10 — облачно, 19.10 — солнечно, 20.10 — дождь, 21.10 — дождь, 22.10 — облачно, 23.10 — солнечно, 24.10 — солнечно, 25.10 — облачно, 26.10 — дождь, 27.10 — дождь, 28.10 — дождь, 29.10 — облачно, 30.10 — солнечно, 31.10 — облачно.

Чтобы охарактеризовать погоду во второй половине октября, он подсчитал, сколько было солнечных дней, облачных дней, сколько дней шел дождь и получил такие данные: солнечных дней — 4; облачных дней — 6; дней, когда шел дождь, — 5.

Наглядно охарактеризовать погоду во второй половине октября можно так. Построим прямой угол AOB , на луче OA будем записывать погоду, а на луче OB , выбрав единицу измерения (1 см), будем обозначать количество дней. Построим три столбика (прямоугольника) (рис. 18).

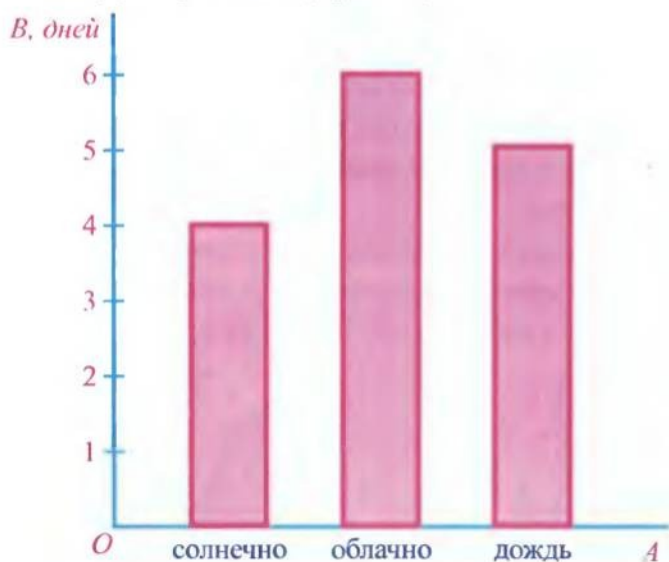


Рис. 18

Высота первого столбика, указывающего, сколько было солнечных дней, — 4 см; высота второго, указывающего количество облачных дней, — 6 см; высота третьего, указывающего, сколько дней шел дождь, — 5 см.

Полученный рисунок называют *столбчатой диаграммой*.

Строя столбчатые диаграммы, можно выбирать произвольную ширину столбца и произвольные расстояния между ними. Но все столбики одной диаграммы должны быть одинаковой ширины и располагаться на одинаковом расстоянии друг от друга.

Следующую диаграмму (рис. 19) называют *круговой*. На ней показано соотношение между площадями поверхностей суши и Мирового океана на Земле.

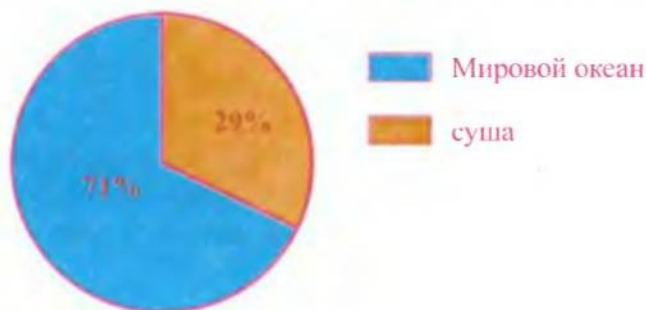


Рис. 19

Прочитайте



1. После сбора урожая зерновых культур выяснилось, что 50% всего урожая составляет пшеница, 15% — рожь, 10% — овес и 25% — ячмень. Построить столбчатую и круговую диаграммы распределения урожая зерновых по видам культур.

• Столбчатая диаграмма распределения урожая изображена на рисунке 20, а круговая — на рисунке 21.

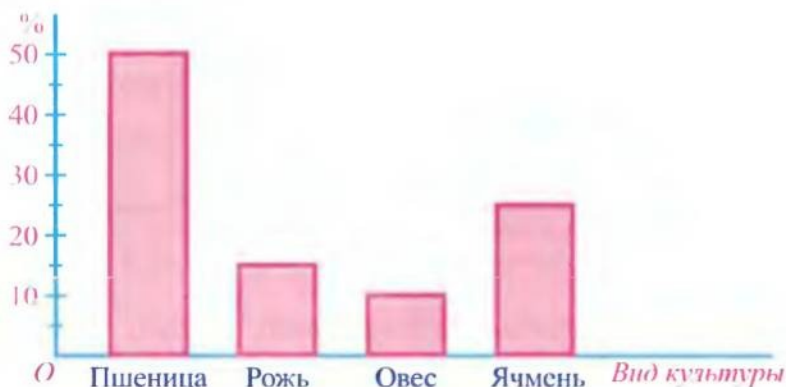


Рис. 20



Рис. 21

Опишем построение круговой диаграммы. Так как на 100% урожая приходится весь круг, то на урожай пшеницы (50%) приходится полукруг, а на урожай ячменя (25%) — четверть круга. Чтобы построить сектор, которому соответствует урожай ржи (15% всего урожая), будем рассуждать так. В секторе AOC, который составляет четверть круга, угол AOC равен 90° . Итак, на четверть, или на 25%, круга приходится сектор с углом 90° . Поэтому на 1% круга приходится сектор с углом $90^\circ : 25 = 3,6^\circ$, а на 15% круга — сектор с углом $3,6^\circ \cdot 15 = 54^\circ$. Построив с помощью транспортира угол AOB, равный 54° , получили сектор AOB, соответствующий урожаю ржи. Тогда оставшая часть круга — сектор BOC — соответствует урожаю овса. •

Устно



845. Среди деревьев, растущих в парке, березы составляют 55%, дубы — 10%, остальные — деревья других пород. Какая из диаграмм на рисунке 22 соответствует этим данным?

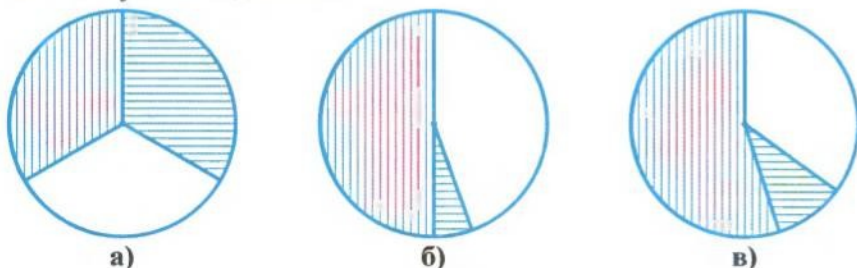


Рис. 22

Уровень А



- 846.** Постройте столбчатую диаграмму, используя данные о продолжительности жизни некоторых животных: шимпанзе — 60 лет, лошадь — 20 лет, верблюд — 25 лет, крокодил — 40 лет.



Постройте столбчатую диаграмму крупнейших лиманов и озер Украины по таким данным: Днестровский лиман имеет площадь 360 км^2 , озеро Сасык (Кундук) — 210 км^2 , Молочный лиман — 170 км^2 , Тилигульский лиман — 160 км^2 , озеро Ялпуг — 150 км^2 .

- 848.** Постройте столбчатую диаграмму для крупнейших по численности населения городов Украины, округлив числа до десятков тысяч: Киев — 2 639 000 жителей, Харьков — 1 464 000, Днепропетровск — 1 062 000, Донецк — 1 021 000, Одесса — 1 012 000, Львов — 758 000.



Постройте столбчатую диаграмму длин рек, округлив числа до сотен: Нил — 6671 км, Дунай — 2850 км, Волга — 3530 км, Днепр — 2285 км.

- 850.** Поле площадью 160 га засеяли пшеницей и кукурузой, засадили картофелем и овощами. Используя круговую диаграмму (рис. 23), найдите площади, отведенные под пшеницу, кукурузу, картофель и овощи.

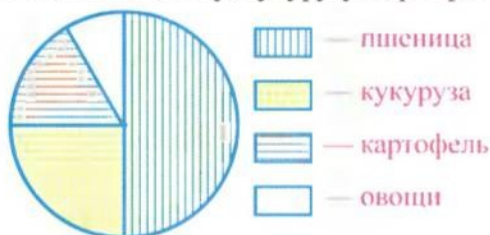


Рис. 23

Уровень Б



- 851.** Врачи рекомендуют суточную норму питания распределить на четыре части: завтрак — 25%, полдник — 15%, обед — 45%, ужин — 15%. Постройте столбчатую и круговую диаграммы распределения суточной нормы питания.



Постройте столбчатую и круговую диаграммы распределения площадей помещений трехкомнатной квартиры, если площадь кухни составляет 15% площади квартиры, спальни — 20%, детской комнаты — 15%, гостиной — 30%, прихожей — 10%, других помещений — 10%.

853. Заполните таблицу. Результаты округлите до 0,1%. Постройте столбчатую и круговую диаграммы распределения площади Мирового океана между четырьмя океанами.

Название океана	Площадь, млн кв. км	Площадь, %
Тихий	179,7	
Атлантический	93,4	
Индийский	74,9	
Северный Ледовитый	13,0	
Мировой океан	361,0	



Постройте столбчатую и круговую диаграммы распределения времени ученика в течение суток, если на сон он тратит 35% суток, на учебу — 30%, на занятия спортом — 5%, на помощь родителям, отдых и досуг — 30%.

855. Поле площадью 240 га засеяли рожью и гречихой, засадили свеклой и картофелем. Используя круговую диаграмму (рис. 24), найдите площади, отведенные под рожь, гречиху, свеклу и картофель.

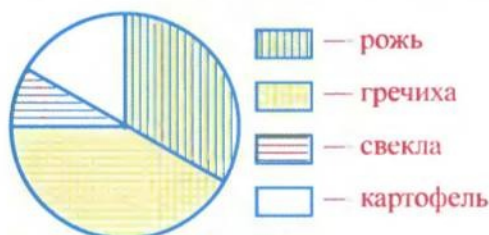


Рис. 24

Разминка для ума



856. Среди 61 монеты есть одна фальшивая (тяжелее настоящей). Как с помощью четырех взвешиваний на весах без гирь найти фальшивую монету?

Упражнения для повторения



857. У Олега было 6 грн. На покупку тетрадей он истратил $\frac{3}{4}$ денег. Сколько денег осталось у Олега?

858. Отец купил Олегу ранец за 18 грн., истратив при этом $\frac{2}{5}$ денег, которые у него были. Сколько денег осталось у отца?
859. В магазин завезли лимоны и апельсины, всего 330 кг. Сколько килограммов лимонов завезли в магазин, если $\frac{2}{3}$ завезенных фруктов — апельсины?
860. Когда в вагон село 28 пассажиров, в нем остались свободными $\frac{2}{9}$ всех мест. На сколько пассажиров рассчитан вагон?

Памятка к §4

1. $\frac{90}{30}$ — отношение; $\frac{90}{30} = 3$, число 90 в три раза больше от числа 30.
 $\frac{30}{90}$ — отношение, $\frac{30}{90} = \frac{1}{3}$, число 30 составляет $\frac{1}{3}$ от числа 90.

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ — пропорция.



$ad = bc$ — основное свойство пропорции.

3. Из сахарного тростника получают 9% сахара. Сколько сахара получат из 40 т сахарного тростника?

$$\begin{array}{l} 40 \text{ т} — 100\%; \\ x \text{ т} — 9\%; \end{array} \quad \frac{40}{x} = \frac{100}{9}.$$

4. $C = 2\pi r$, C — длина окружности, r — ее радиус, $\pi \approx 3,14$ или $\pi \approx \frac{22}{7}$.
5. $S = \pi r^2$, S — площадь круга, r — его радиус.

Вопросы для самопроверки и повторения

1. На что указывает отношение двух чисел?
2. Сформулируйте основное свойство отношения.
3. Приведите пример случайного события.

4. Что называют пропорцией?
5. Сформулируйте основное свойство пропорции.
6. Как найти процентное отношение двух чисел?
7. Какую зависимость называют прямой пропорциональной?
8. Как найти длину окружности?
9. Как найти площадь круга?
10. Что такое круговой сектор?

Задания для повторения § 4

861. Найдите отношение:
- а) 8 к 24; б) $2\frac{1}{7}$ к $\frac{5}{14}$; в) 6,4 м к 40 см.
862. Является ли верной пропорция:
- а) $18:1\frac{1}{5} = 7\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$; б) $1,2:0,2 = 1,8:0,3$; в) $1\frac{1}{7}:\frac{4}{7} = 0,7:0,35$?
863. Из чисел верной пропорции $2\frac{1}{3}:7 = 5:15$ образуйте три новых верных пропорции.
864. Решите уравнение:
- а) $4,5:(3x) = 5:18$; б) $2x:9 = 3\frac{2}{3}:2\frac{1}{5}$;
- в) $\frac{3}{5}x:\frac{1}{5} = 6\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$; г) $5:(\frac{1}{2}x) = 75:15$.
865. В верной пропорции $25:5 = 105:21$ оба члена первого отношения разделите на 5, а второго — на 7. Будет ли верной полученная пропорция? Сделайте вывод.
866. В верной пропорции $2:3 = 6:9$ оба члена первого отношения умножьте на 5, а второго — на 6. Будет ли верной полученная пропорция? Сделайте вывод.
867. Отрезку на карте длиной 4,8 см соответствует расстояние на местности 192 км. Каково расстояние между городами, если на карте расстояние между ними равно 5,6 см?
868. За первый день ученик прочитал 40 страниц, что составляет 20% всех страниц книги. Сколько страниц в книге?
869. Масса сливок составляет 21% массы молока. Сколько сливок получится из 25 ц молока?

870. Сколько процентов составляет: 7 от 8; 3,5 от 14?
871. В мае выпало 40 мм осадков, а в июне — 59 мм. На сколько процентов больше выпало осадков в июне, чем в мае?
872. Длина Днепра 2285 км, а Днестра — 1362 км. На сколько процентов длина Днестра меньше длины Днепра? На сколько процентов длина Днепра больше длины Днестра? (Результаты округлите до 0,1%.)
873. За первый день Сережа прочитал 40% всех страниц книги, за второй день — $\frac{1}{3}$ всех страниц, а за третий — остальные. Сколько страниц читал Сережа каждый день, если в книге 150 страниц?
874. В процессе приготовления пюре из вишен отходы составляют 18%. Сколько нужно взять вишен, чтобы получить 4,1 кг пюре?
875. Из 1,8 т руды выплавляли 136,8 кг меди. Сколько процентов меди содержится в руде?
876. Руда содержит 6,5% меди. Сколько потребуется тонн руды, чтобы выплавить 1,95 т меди?
877. Четвертую часть поля засеяли рожью, 20% поля — овсом, а остальную часть — горохом. Какую часть поля засеяли горохом? Постройте столбчатую и круговую диаграммы к этой задаче.
878. Учебники составляют 75% всех книг школьной библиотеки, а учебники по математике — 9% всех учебников. Сколько книг в библиотеке, если учебников по математике 540?
879. Слиток меди и цинка общей массой 40 кг, содержащий 45% меди, сплавляли с 4 кг меди. Сколько процентов составляет медь в новом сплаве?
880. К 19 кг пятипроцентного раствора соли добавили еще 1 кг соли. Сколько процентов составляет соль в новом растворе?
881. Рабочий изготовил 36 одинаковых деталей за 2 ч 15 мин. За какое время он изготовит 56 таких деталей?
882. Начертите окружность с центром в точке O , радиус которой равен 2,5 см. Проведите радиусы OA и OC , диаметр AB , заштрихуйте сектор AOC .
883. Длина окружности равна 12,56 дм. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.
884. Клумба имеет форму круга. Длина окружности, ограничивающей клумбу, равна 31,4 м. На клумбе высаживают кусты роз, отводя под каждый куст $0,8 \text{ м}^2$ земли. Какое наибольшее количество кустов роз можно посадить на клумбе?

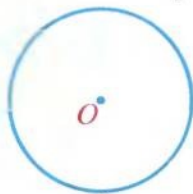
885. Какой путь пройдет кончик минутной стрелки за 6 ч; 3 ч, если длина стрелки 15 мм?
886. Длина окружности 157 см. На сколько увеличится длина окружности, если ее радиус увеличить на 10 см?
- 887*. *Интересная задача.* Радиус экватора Земли 6370 км. Вдоль экватора Землю опоясали тросом длиной 40 004 км. На сколько трос поднимется над Землей, если его удлинить на 62,8 м?
888. Из металлического листа квадратной формы со стороной 0,8 м вырезали круг наибольшего радиуса. Сколько процентов составляет площадь отходов от площади квадрата?



Задания для самопроверки

I уровень

- Найдите отношение чисел 20 к 5.
а) 15; б) 4; в) $\frac{1}{4}$; г) 5.
- Является ли верной пропорция $1,2 : 5 = 22 : 100$?
а) Да; б) нет; в) не знаю; г) это не пропорция.
- Найдите x , если $\frac{x}{7} = \frac{10}{35}$.
а) 2; б) 3,5; в) 3; г) 35.
- Из 24 кг свежих слив получают 8 кг сушеных. Сколько сушеных слив получают из 36 кг свежих?
а) 24 кг; б) 9 кг; в) 16 кг; г) 12 кг.
- Как называют фигуры, изображенные на каждом из рисунков?



а)



б)



в)

6. Найдите длину окружности, радиус которой 5 см.
а) $31,4 \text{ см}^2$; б) 15,7 см; в) 3,14 см; г) 31,4 см.

II уровень

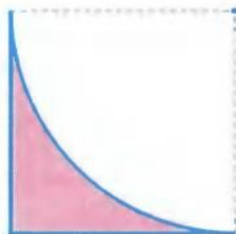
7. Решите уравнение $2,6 : x = 13 : 20$.
8. Вкладчик внес в банк 600 грн. под 15% годовых. На сколько больше денег будет на счету вкладчика через год?
9. Найдите площадь круга, радиус которого равен 4 см.

III уровень

10. Решите уравнение $(x - 7) : 0,2 = 15 : 4$.
11. В магазин привезли 3 т 200 кг муки высшего и первого сортов, причем муки первого сорта привезли 2 т 400 кг. Сколько процентов от всей муки составляет мука высшего сорта?
12. Скорость легкового автомобиля 80 км/ч, а грузового — 60 км/ч. На сколько процентов скорость грузового автомобиля меньше скорости легкового?

IV уровень

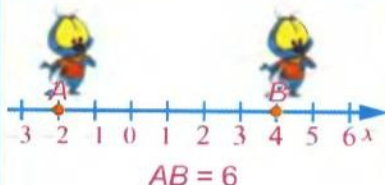
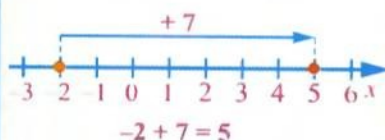
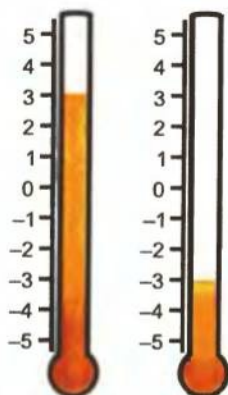
13. С первого участка собрали 21 ц помидоров, а со второго — в $2\frac{4}{7}$ раза больше. Сколько процентов от всех помидоров собрали с первого участка?
14. В воде растворили 300 г соли и получили 15%-й раствор соли. В раствор долили 500 г воды. Сколько процентов соли содержит новый раствор?
15. Выполните необходимые измерения и вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



Раздел IV. Рациональные числа и действия над ними

§5. Рациональные числа. Сложение и вычитание рациональных чисел

В этом параграфе вы найдете ответы на следующие вопросы:



1. С помощью каких чисел записывают температуру?
2. Что такое координатная прямая?
3. Какие числа называют противоположными?
4. Что такое модуль числа?
5. Какие числа называют рациональными?
6. Что больше: -10 или -15 ?
7. Чему равно значение выражения:
 $-15 + 11$;
 $-12 - 8$;
 $-7 + (-11 + 4)$?

§ 5. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

30. Положительные и отрицательные числа. Число 0

Рассмотрим несколько примеров.

1. Лагерь туристов находится у дороги, проходящей с запада на восток (см. рис. 25). Туристы вышли из лагеря и пошли по дороге со скоростью 5 км/ч.

Где будут находиться туристы через час?

Чтобы определить местонахождение туристов через час после их выхода из лагеря, необходимо знать, идут они от лагеря на запад или на восток.

Если туристы идут на восток, то через час они будут в пункте A . О пункте A можно сказать, что он находится на расстоянии 5 км восточнее пункта O .



Рис. 25

Если туристы идут на запад, то через час они будут в пункте B . О пункте B можно сказать, что он находится на расстоянии 5 км западнее пункта O .

Итак, положение туристов относительно лагеря можно задать *числом и направлением*: 5 км восточнее пункта O ; 5 км западнее пункта O .

2. Вечером хозяйка оставила возле колодца ведро с водой. На следующее утро температура воздуха была 4°C . Что в ведре: вода или лед?

Чтобы ответить на поставленный вопрос, нужно знать, показывает термометр 4° тепла или 4° мороза. Если термометр показывает 4° тепла, то в ведре вода. О такой температуре еще говорят: 4°C выше нуля, или плюс 4°C , пишут: $+4^{\circ}\text{C}$. Если термометр показывает 4° мороза, то в ведре лед. О такой температуре еще говорят: 4°C ниже нуля, или минус 4°C , пишут: -4°C .

Итак, температуру можно задавать числом со знаком «+» или «-»: $+4^{\circ}\text{C}$; -4°C .

Температура может быть равна и $+15^{\circ}\text{C}$, $+7,6^{\circ}\text{C}$, -12°C , $-1,5^{\circ}\text{C}$ и т. п. Числа со знаком «+» находятся на шкале термометра (рис. 26) выше нуля, а числа со знаком «-» — ниже нуля.

Числа со знаком «+» называют *положительными*.

Например: $+2$; $+8,5$; $+4\frac{2}{7}$ — положительные числа.

Числа со знаком «-» называют *отрицательными*.

Например: -1 , $-3,2$; $-3\frac{1}{3}$ — отрицательные числа.

Число 0 отделяет положительные числа от отрицательных. Оно не является ни отрицательным, ни положительным.

При записи положительных чисел знак «+», как правило, опускают и, например, вместо $+4$ пишут 4. При этом понимают, что $+4 = 4$, то есть $+4$ и 4 — это разные обозначения одного и того же числа.

Отрицательными числами обозначают не только температуру. Ими, например, можно задавать положение любого места земной поверхности относительно уровня моря (см. рис. 27).



Рис. 26

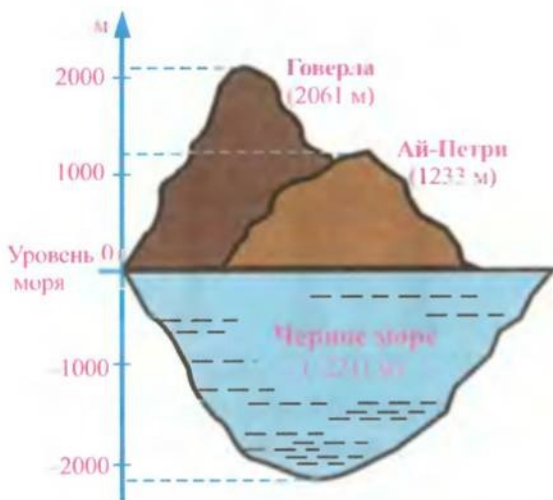


Рис. 27

Прочитайте



1. В тетради в клетку начертили горизонтальную прямую и отметили на ней точку O . Точка A лежит на 3 клетки левее точки O . Точку A сместили на 5 клеток вправо и получили точку B . Каково положение точки B относительно точки O ?

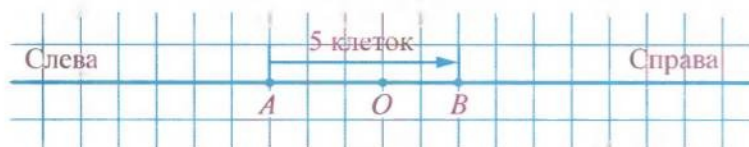


Рис. 28

- Точка B лежит на 2 клетки правее точки O . •

Устно



889. Прочитайте числа: $4,2$; -3 ; $-8\frac{1}{2}$; 1000 ; 0 ; $-2,87$; $3\frac{1}{7}$. Какие из них:
 а) отрицательные; б) положительные?
890. Назовите показания термометров, изображенных на рисунке 29.

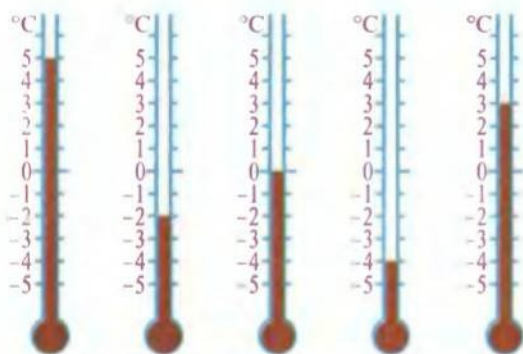


Рис. 29



Рис. 30

891. Прямолинейный участок шоссе проходит с севера на юг (рис. 30). Охарактеризуйте положение автомобиля относительно станции O , если он находится в пункте A ; в пункте B .
892. Ира зашла в лифт двенадцатиэтажного дома на седьмом этаже, проехала 4 этажа и вышла. На каком этаже вышла Ира?
893. Если малое предприятие имеет на счету в банке 5000 грн., то говорят, что оно имеет +5000 грн. Если же предприятие задолжало банку 5000 грн., то говорят, что оно имеет -5000 грн. Сколько денег имеет малое предприятие, если оно:
 а) имеет на счету 700 грн.; 1500 грн.;
 б) взяло в банке кредит 750 грн.; 3000 грн.?



894. Запишите с помощью чисел со знаками «+» или «-» сообщение Гидрометцентра:

- а) 15 градусов тепла; б) 2 градуса мороза;
в) 20 градусов мороза; г) 7 градусов тепла.



Запишите с помощью знаков «+» или «-» положение вершин гор и впадин морей относительно уровня моря:

- а) высота горы Говерла 2061 м;
б) высота горы Эверест 8848 м;
в) наибольшая глубина Черного моря 2211 м;
г) наибольшая глубина Аравийского моря 5803 м.

896. Если в футбольном турнире команда забила 8 мячей, а пропустила 5, то эта команда забила на 3 мяча больше, чем пропустила. В таком случае говорят, что разница забитых и пропущенных командой мячей равна +3. Если же, наоборот, команда забила 5 мячей, а пропустила 8, то разница забитых и пропущенных мячей равна -3. Заполните таблицу.

Команда	Забито мячей	Пропущено мячей	Разность мячей
«Заря»	18	9	
«Нива»	11	8	
«Лысоня»	10	12	
«Бровар»	8	18	

897. В тетради в клетку начертите горизонтальную прямую и отметьте на ней некоторую точку O . Отметьте на этой прямой такие точки A, B, C, D , что:

- а) точка A лежит правее точки O на 7 клеток;
б) точка B лежит левее точки O на 5 клеток;
в) точка C лежит правее точки A на 2 клетки;
г) точка D лежит левее точки B на 2 клетки.

898. Точка A лежит правее точки O на 5 клеток. Точку A сместили на 3 клетки вправо и получили точку B . Каково положение точки B относительно точки O ?



Точка C лежит левее точки O на 7 клеток. Точку C сместили на 3 клетки вправо и получили точку A . Каково положение точки A относительно точки O ?

900. Начертите горизонтальную прямую и отметьте на ней некоторую точку O . Отметьте точку M , лежащую правее точки O на 4 клетки, и точки N и K , лежащие на расстоянии 6 клеток от точки M . Каково положение точек N и K относительно точки O ?



Точка A лежит правее точки O на 5 клеток, а точка O — правее точки B на 3 клетки. Сколько клеток содержит отрезок AB ?

Уровень Б



902. Заполните таблицу.

Дата	Температура воздуха в 12 ч	Изменение температуры через 8 ч	Температура воздуха в 20 ч
3.09	+18°C	Понижилась на 5°C	+13°C
7.09	+12°C	Повысилась на 1°C	
15.09	+11°C	Понижилась на 2°C	
17.09	+10°C	Повысилась на 3°C	
5.11	+3°C	Понижилась на 4°C	
1.12	-2°C	Повысилась на 2°C	
3.12	-5°C	Повысилась на 3°C	
	-7°C	Понижилась на 5°C	

903. Поселки A , B , C и D находятся на прямой дороге, идущей с севера на юг. Известно, что поселок A находится южнее поселка B на 12 км, поселок C — севернее поселка B на 6 км, поселок D — южнее поселка C на 10 км. Из поселка B в южном направлении выехал велосипедист и, проехав 6 км, остановился. Проехал ли велосипедист какой-либо из названных поселков? Укажите положение велосипедиста относительно поселков A и D .



По одной трассе, но в противоположных направлениях, едут автомобиль со скоростью 72 км/ч и мотоциклист со скоростью 48 км/ч. Сейчас расстояние между ними 24 км. Каким может быть расстояние между автомобилем и мотоциклистом через 10 мин?



В течение дня улитка проползла от ветки вверх по дереву на 32 см, а в течение ночи опустилась на: а) 23 см; б) 41 см. На сколько сантиметров от ветки и в каком направлении от нее переместилась улитка в течение суток?



906. Подводная лодка сначала плыла на глубине 250 м, затем опустилась еще на 300 м, а потом поднялась на 350 м. На какой глубине оказалась подводная лодка?

Разминка для ума



907. К реке подошли три генерала: Грозный, Злой и Суровый, каждый со своим слугой. Им нужно переправиться на другой берег реки на двухместной лодке, причем каждый генерал запретил своему слуге быть рядом с другими генералами во время его отсутствия. Как организовать переправу?

Интересные рассказы



Об отрицательных числах

Первыми столкнулись с потребностью в отрицательных числах географы, моряки, картографы, так как им необходимо было характеризовать положение городов, расположенных на север или юг от главного города и на запад или восток от него. Главными точками отсчета были избраны экватор и Гринвичский меридиан. Позже у археологов и историков появилась потребность характеризовать шкалу времени.

Геологам нужно было характеризовать неровности земного рельефа, а именно — высоту гор, глубину впадин морей и океанов, принимая за точку отсчета уровень моря (рис. 31).

Физикам, инженерам, астрономам, врачам нужно было измерять температуру. В XVIII в. шведским ученым Цельсием (1701 – 1744) была предложена измерительная шкала, в которой за точку отсчета (ноль) была принята температура плавления льда, а температура кипения воды — за 100°C .

Отрицательные числа люди придумали намного позже, чем натуральные числа и обыкновенные дроби. К идее отрицательного числа первыми пришли китайцы во II в. до н. э. Необходимость введения новых для того времени чисел обуславливалась проблемами самой математики — отрицательные числа нужны были для решения уравнений. Потом индусы дали толкование положительных и отрицательных чисел в виде «имущества» и «долга».

В Европе отрицательные числа стали использовать с XII в., однако относились к ним с недоверием, называя их «фиктивными», «абсурдными», «ложными» и т. п. «Настоящими» числами считали лишь положительные числа. И только в XVII в., когда выдающийся французский математик Рене Декарт (1596 – 1650) предложил изображать отрицательные и положительные числа точками координатной прямой, отрицательные числа были полностью признаны и стали полноправным атрибутом математики.

ВЫСОТЫ И ГЛУБИНЫ



ТЕМПЕРАТУРЫ



Рис. 31



908. Выполните действия:
 а) $376 \cdot 208 - 134\,415 : 435$; б) $342\,342 : 38 + 123 \cdot 217$;
 в) $1,25 \cdot 0,4 + \left(1\frac{1}{3} - 0,5\right) \cdot \frac{3}{4}$; г) $(96,6 + 98,6) : 6,4 - 0,05 : 0,5$.
909. Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок 5 клеток тетради. Отметьте на нем точки: $A(2)$; $B(0,8)$; $C(1,4)$; $D\left(1\frac{1}{5}\right)$; $E\left(2\frac{2}{5}\right)$.
910. Прямой угол разделите лучом на два угла так, чтобы один из них был в 4 раза больше другого. Сколько градусов имеет каждый из образованных углов?

31. Координатная прямая. Рациональные числа

Начертим горизонтальную прямую и отметим на ней некоторую точку O — начало отсчета (рис. 32). В соответствие точке O поставим число 0. Выберем единичный отрезок. На проведенной прямой можно отметить числа (точки, соответствующие этим числам). Положительные числа принято отмечать правее точки O , а отрицательные — левее. Чтобы отметить, например, число 2, нужно от точки O отложить два единичных отрезка вправо. Чтобы обозначить число -2 , нужно от точки O отложить два единичных отрезка влево.



Рис. 32

Направление вправо от начала отсчета называют *положительным*, а влево — *отрицательным*. Положительное направление показывает стрелка (см. рис. 33).



Рис. 33



Прямую с выбранными на ней началом отсчета, единичным отрезком и указанным положительным направлением называют координатной прямой.

Число, указывающее положение точки на координатной прямой, называют *координатой* этой точки. Точка A (рис. 34) имеет координату 2,5, точка B — координату $-1\frac{1}{3}$, точка C — координату -2 . Пишут: $A(2,5)$; $B(-1\frac{1}{3})$; $C(-2)$.

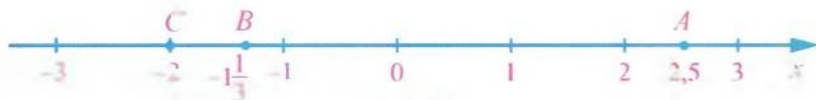


Рис. 34

Точки A и B с координатами 3 и -3 (рис. 35) одинаково удалены от точки O и лежат с разных сторон от нее. Чтобы попасть из точки O в эти точки, нужно пройти одинаковые расстояния, но в противоположных направлениях. Числа 3 и -3 называют *противоположными числами*: число 3 является противоположным числу -3 , а число -3 — противоположным числу 3. Числа 1,5 и $-1,5$ также являются противоположными.



Рис. 35



Два числа, отличающиеся друг от друга только знаком, называют **противоположными числами**.

Число, противоположное числу a , обозначают $-a$. Если $a = 4,2$, то $-a = -4,2$; если $a = -1,5$, то $-a = 1,5$.

Число 0 противоположно самому себе: если $a = 0$, то $-a = 0$.



Натуральные числа, противоположные им числа и число 0 называют **целыми числами**.

... -6 ; -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; ... — целые числа.

Положительные числа (целые и дробные), отрицательные числа (целые и дробные) и число 0 называют **рациональными числами**.

Например, 28; 2,51; $5\frac{2}{3}$; -45 ; $-30,5$; $-12\frac{4}{7}$; 0 — рациональные числа.

Прочитайте



1. Найти число, противоположное числу -5 , и записать соответствующее равенство.

• $-(-5) = 5$, •

2. Найти значение n , если $-n = 0,4$.

• Число n противоположно числу $-n$. Поскольку противоположным числу $0,4$ является $-0,4$, то $n = -0,4$. •

3. Точка B имеет координату -3 (рис. 36). Эту точку переместили на 5 единиц вправо и получили точку C . Какова координата точки C ?

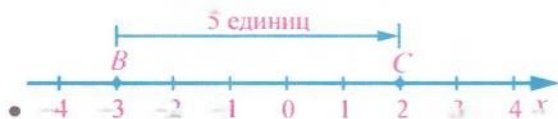


Рис. 36

Точка C имеет координату 2: $C(2)$. •

Устно



911. Какова координата точки A , если она лежит на координатной прямой:

- а) справа от начала отсчета на расстоянии 3 единичных отрезков;
- б) слева от начала отсчета на расстоянии 7 единичных отрезков?

912. Назовите координаты точек A , B , C и D на рисунке 37.



Рис. 37

913. Из чисел 3 ; $-4,2$; 17 ; 0 ; -9 ; $5\frac{3}{8}$; $5,6$; $-4\frac{1}{6}$; -1225 ; 456 назовите:

- а) целые числа;
- б) отрицательные целые числа;
- в) положительные целые числа.

914. Назовите числа, противоположные числам: 7 ; -4 ; 0 ; $-9,5$; $3\frac{3}{5}$; $15,6$; $-3\frac{1}{3}$.

915. Приведите примеры целых чисел; рациональных чисел. Является ли целое число рациональным? Всегда ли рациональное число является целым?

Уровень А



916. Запишите координаты точек, изображенных на рисунке 38.



Рис. 38

917. Запишите три произвольных числа, лежащих на координатной прямой:
 а) левее числа 5; б) правее числа -7 ; в) левее числа -180 ; г) правее числа 5,6.
918. Начертите координатную прямую с единичным отрезком 1 см. Отметьте на ней точки: $A(2)$; $B(-1,5)$; $C(-3)$; $D(3,5)$; $E\left(-2\frac{1}{2}\right)$.
919. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 5 клеток тетради. Отметьте на координатной прямой точку с координатой x , если:
 $x = 1,2$; $x = -1,8$; $x = -0,5$; $x = -2\frac{1}{5}$; $x = 0,8$; $x = 1\frac{4}{5}$.



920. Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 1 клетку тетради. Отметьте на координатной прямой точку с координатой x , если:

$$x = -2; \quad x = 3; \quad x = -4,5; \quad x = -7; \quad x = 8; \quad x = -6\frac{1}{2}.$$

921. Запишите все натуральные числа, которые меньше 7, и противоположные им числа.



922. Запишите числа, противоположные числам: 9; $-0,25$; -9 ; $1\frac{3}{7}$; 5,6; $-4\frac{1}{4}$.

923. Заполните таблицу:

Число	Противоположное число
+3	$-(+3) = -3$
-5	$-(-5) = 5$
-7	
+2	
-10	
+4	
-1003	

924. Точку $B(3,5)$ переместили на 5 единиц влево и получили точку C . Какова координата точки C ?



925. Точку $A(-5)$ переместили на 6 единиц вправо и получили точку B . Какова координата точки B ?

926. В каком направлении и на сколько единиц нужно переместить точку $A(-2)$, чтобы она перешла в точку $B(4)$?



927. В каком направлении и на сколько единиц нужно переместить точку $C(2)$, чтобы она перешла в точку $D(-5)$?

928. Найдите:

а) $-m$, если $m = 3$; $m = -4$; $m = -1,5$; $m = 2,4$; $m = 0$;

б) k , если $-k = 2$; $-k = -30$; $-k = -4,1$; $-k = 5,24$;

в) $-(-b)$, если $b = -8$; $b = 0,45$; $b = 0$.



929. Поставьте вместо звездочки такое число, чтобы было верным равенство:

а) $-(*) = -7$; б) $-(*) = 11$; в) $-(*) = 75$; г) $-(*) = -91$.

930. Какие координаты имеют точки, удаленные от точки $C(-3)$ на:

а) 2 единицы; б) 3 единицы; в) 5 единиц?

931. На рисунке 39 точка A имеет координату -6 , а точка B — координату 2 . Найдите и отметьте начало отсчета и единичный отрезок. Какие координаты имеют точки K , M и N ?

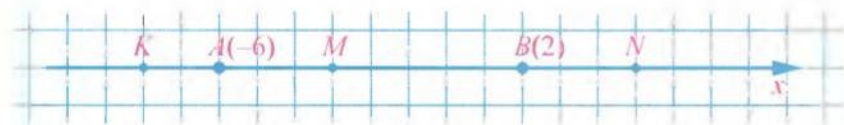


Рис. 39

932. Точку $A(-2)$ переместили на несколько единиц вправо и получили точку $B(7)$. После этого точку B переместили на столько же единиц вправо и получили точку C . Какова координата точки C ?



933. Заполните пустые места в таблице и отметьте все числа таблицы на координатной прямой.

x	2		3		-1		-6	
$-x$		4		-4		0		5

934. Какие целые числа находятся на координатной прямой между числами:

а) 0 и 3; б) -3 и 0; в) -6 и 2; г) -2,6 и 3,2?

Решите уравнение:

935. а) $-x = -19$;

б) $-x = 2,3$;

в) $-(-x) = -4$.



936. а) $-x = 4$;

б) $-x = -3,5$;

в) $-(-x) = 8$.

Разминка для ума



937. Жулики Кнопка и Скрепка решили украсть у Буратино золотой ключик, который он спрятал в сейфе с двузначным кодом. Им известно, что цифрами кода являются 1, 2, 3 или 4. Сколько кодов в наихудшем случае нужно перебрать жуликам, чтобы открыть сейф?

Упражнения для повторения



938. Собака бросилась догонять хозяина, когда тот отошел от нее на 1,2 км, и догнала его через 2 мин. С какой скоростью шел хозяин, если собака бежала со скоростью 40 км/ч?
939. Собака бросилась догонять лису. В начале погони лиса находилась между собакой и норой, причем расстояние от нее до собаки было 300 м, а до норы — 1,4 км. Скорость собаки 36 км/ч, а лисы — 30 км/ч. Успеет ли лиса спрятаться в нору?
940. На сколько процентов число 18 меньше числа 20?
941. Высота ели в начале лета была 2 м, а в конце — 2 м 16 см. На сколько процентов увеличилась высота ели за лето?
942. Расположите в порядке возрастания: $4\frac{2}{7}$; $4\frac{1}{3}$; $3\frac{7}{9}$; $1\frac{4}{9}$; 1,4; $3\frac{5}{8}$; 0,75; $\frac{5}{6}$.

32. Модуль числа

Пусть из пункта O в противоположных направлениях выехали два автомобиля и через некоторое время первый был в точке $A(-20)$, а второй — в точке $B(15)$ (рис. 40).

Какой из автомобилей проехал большее расстояние?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно сравнить расстояния OA и OB . Поскольку $OA = 20$, $OB = 15$ и $20 > 15$, то большее расстояние проехал первый автомобиль.

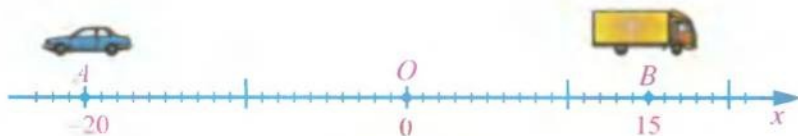


Рис. 40

Итак, чтобы ответить на вопрос, мы сравнивали не числа -20 и 15 , а числа «без знаков» 20 и 15 , или еще говорят: сравнивали *модули* чисел -20 и 15 .



Модулем положительного числа и нуля называют само число.

Для обозначения модуля числа используют две вертикальные черты, то есть пишут $|15| = 15$ (читают: модуль пятнадцати равен пятнадцать).

Для положительных чисел 2 ; $3,5$; $\frac{1}{3}$ и нуля имеем: $|2| = 2$; $|3,5| = 3,5$; $|\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$; $|0| = 0$.



Модулем отрицательного числа называют противоположное ему положительное число.

Для отрицательных чисел -5 ; $-4,8$; $-1\frac{5}{6}$ имеем: $|-5| = 5$; $|-4,8| = 4,8$; $|-1\frac{5}{6}| = 1\frac{5}{6}$.

Итак, модулем любого числа является положительное число или число 0 .

С геометрической точки зрения модуль числа равен расстоянию на координатной прямой от начала отсчета до точки, изображающей это число (рис. 41).

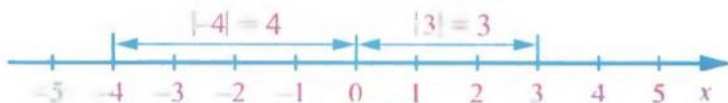


Рис. 41

Модуль числа 3 равен 3 , и расстояние от начала отсчета до точки, соответствующей этому числу, равно 3 . Модуль числа -4 равен 4 , и расстояние от начала отсчета до точки, соответствующей этому числу, равно 4 .

Если $|x| = 3$, то $x = 3$ или $x = -3$;

если $|x| = 0$, то $x = 0$;

не существует числа, для которого выполнялось бы равенство $|x| = -3$, так как модуль любого числа всегда является положительным числом или нулем.

Противоположные числа имеют равные модули. Например, для противоположных чисел -2 и 2 имеем: $|-2| = 2$ и $|2| = 2$.

Прочитайте



1. Решить уравнение: $3|x| + 4,5 = 9,3$.
 - $3|x| = 9,3 - 4,5$; $3|x| = 4,8$; $|x| = 4,8 : 3$; $|x| = 1,6$; $x = 1,6$ или $x = -1,6$. •
2. Найти отрицательные целые числа, для которых $|x| < 3$.
 - Такими числами являются:
 $x = -1$, потому что $|-1| = 1$ и $1 < 3$;
 $x = -2$, потому что $|-2| = 2$ и $2 < 3$.
Модули остальных отрицательных целых чисел (-3 ; -4 ; -5 ; -6 ; -7 ; ...) больше 3 или равны 3. •
3. На координатной прямой отметить точки, координаты которых удовлетворяют условию $|x| < 2,6$. Найти отрицательные целые числа, удовлетворяющие этому условию.
 - Условию $|x| < 2,6$ удовлетворяют числа, которые на координатной прямой лежат между числами $-2,6$ и $2,6$. Эта часть координатной прямой на рисунке 42 заштрихована.



Рис. 42

Отрицательными целыми числами, удовлетворяющими условию $|x| < 2,6$, являются только -2 и -1 . •

Устно



943. Чему равен модуль каждого из чисел: $1,2$; -7 ; 0 ; $-0,3$; $-1,2$; $4,1$; $0,15$? Может ли число иметь отрицательный модуль?
944. Каково расстояние от начала отсчета до каждой из точек: $A(3)$; $B(-5)$; $C(-1,3)$; $D(0,8)$?
945. Известно, что $|a| = 10$. Чему равно a ?

Уровень А



946. Найдите модуль каждого из чисел: 2,1; -1,8; 0,2; -3,01; -0,23. Запишите соответствующие равенства.



947. Найдите $|x|$, если $x = -5,6$; $x = 100$; $x = -0,01$; $x = 0,27$; $x = -40,2$.

948. Найдите x , если:

а) $|x| = 6$; б) $|x| = \frac{1}{3}$; в) $|x| = 1,2$; г) $|x| = 0$; д) $|x| = -2$.



949. Запишите все числа, имеющие модуль 15; 0; 0,7.

Отметьте на координатной прямой числа, модули которых равны:

950. 2; 3; 0; 4,5; 0,5.



1; 2,5; 3,5; 4.

952. Найдите:

а) положительное число, модуль которого равен: 14; 19,5; 0,29; 7,2; -1;

б) отрицательное число, модуль которого равен: 2; 5,1; 89; 20; -5.

Запишите соответствующие равенства.

Найдите значение выражения:

953. а) $|-517| - |311|$; б) $|-10| \cdot |-2,5|$; в) $|-6,4| : 1,6$;
г) $|-7,2| : |-1,8|$; д) $|-0,5| \cdot |-0,1|$; е) $1,51 + |-0,372|$.



- а) $|-1,7| - |-0,9|$; б) $|10,2| + |-3,8|$; в) $|-65| \cdot 0,8$;
г) $|-4,2| : |-14|$; д) $|-2,5| \cdot |-20|$; е) $|-1,05| : |1,5|$.

955. Сравните модули чисел:

- а) 3,81 и -3,01; б) -11,1 и -12; в) 0,72 и -0,73;
г) 5,1 и 0; д) -49,1 и 49,1; е) -12,3 и 0.



Выберите число, модуль которого наибольший:

- а) 14,2; -15; 2; -18; 13,5; б) -90; 53,4; -7; -63,8.

Уровень Б



957. Найдите значение выражения:

а) $14\frac{1}{2} - |-5,1| \cdot \left| -\frac{1}{5} \right|$;

б) $\left| -7\frac{1}{3} \right| : \frac{11}{15} - 4,2$.



958. Найдите значение выражения $a - |b| \cdot a$ при $a = 5\frac{1}{4}$, $b = -0,4$.

Решите уравнение:

959. а) $|x| - 0,3 = 2$; б) $|x| + \frac{1}{3} = 3$; в) $4 - 2|x| = 0,2$; г) $|x| + 10 = 0$.



960. а) $|x| + 1 = 5$; б) $1 - |x| = 0,2$; в) $2|x| - 1,6 = 2$; г) $|x| + 1,2 = 0$.

Найдите все целые числа, для которых выполняется условие:

961. а) $|x| < 4$; б) $|x| < \frac{1}{4}$; в) $|x| < 2,53$; г) $|x| < -2$.



962. а) $|x| < 2$; б) $|x| < 1$; в) $|x| < 3,8$; г) $|x| < 0$.

963. Сколько существует целых чисел, для которых выполняется условие:

а) $|x| < 5$; б) $|x| < 5\frac{1}{3}$; в) $|x| < 5,8$; г) $|x| < 45,5$?



964. Найдите три отрицательных целых числа, для которых выполняется условие $|x| > 3$.

965. Найдите все отрицательные целые числа, для которых выполняется условие $|x| < 7$.

На координатной прямой отметьте точки, координаты которых удовлетворяют условию:

966. а) $|x| < 3$; б) $|x| < 2\frac{1}{3}$.



967. а) $|x| < 2$; б) $|x| < 3,5$.

968. а) Найдите расстояние между точками $M(x)$ и $N(-x)$, если $x = -2,5$.
б) Найдите $|x|$, если расстояние между точками $M(x)$ и $N(-x)$ равно 6 единицам.



969. Известно, что $a = -b$. Верно ли, что $|a| = |b|$?

970. Известно, что $|x| = |y|$. Верно ли, что $x = y$?

Разминка для ума



971. Отец завещал троим сыновьям, чтобы они после его смерти разделили табун лошадей так: старший сын забрал половину всех лошадей, средний — треть, а младший — девятую часть всех лошадей. Отец умер и оставил 17 лошадей. Сыновья не могли разделить лошадей и обратились к мудрецу. Тот приехал на своей лошади и разделил лошадей между сыновьями так, что все они остались довольными. Как он это сделал?

Упражнения для повторения



972. Какое из чисел больше:

а) 9841 или 10 559; б) 10,40 или 10,4; в) 8,41 или 8,409;

г) $1\frac{7}{8}$ или $2\frac{1}{3}$; д) $5\frac{1}{2}$ или $5\frac{1}{3}$; е) $\frac{3}{4}$ или $\frac{5}{6}$?

973. Решите уравнение $3x - 3,5 = 8$.

974. Найдите:

а) a , если $-a = 2,6$; $-a = -\frac{1}{3}$; $-a = 0$; б) $-k$; $-(-k)$, если $k = 7$.

975. Легковой и грузовой автомобили движутся навстречу друг другу. Скорость легкового автомобиля 80 км/ч, а скорость грузового составляет 65% скорости легкового. Найдите расстояние между автомобилями через 0,5 ч после их встречи.

976*. Из двух поселков, расстояние между которыми 28 км, одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста. Скорость одного мотоциклиста 24 км/ч, что составляет 75% скорости другого. Найдите расстояние между мотоциклистами через 36 мин после их выезда из поселков.

33. Сравнение чисел

Вы уже умеете сравнивать положительные числа. Например, $5 > 4$; $1,5 < 1,6$. Обозначим числа 4 и 5 точками координатной прямой (рис. 43). Точка $A(4)$, соответствующая меньшему числу, расположена на координатной прямой левее точки $B(5)$, соответствующей большему числу.



Рис. 43

А теперь сравним отрицательное и положительное числа и два отрицательных числа. Рассмотрим примеры.

1. Пусть утром температура воздуха была -5°C , а в полдень — $+3^{\circ}\text{C}$. Утром было холоднее, чем в полдень, поэтому считают, что число -5 меньше числа 3, и записывают так: $-5 < 3$. На координатной прямой точка $C(-5)$ находится левее точки $D(3)$ (рис. 44).



Рис. 44

2. Пусть вечером температура воздуха была -5°C , а ночью — -8°C . Ночью было холоднее, чем вечером, поэтому считают, что число -8 меньше числа -5 , записывают так: $-8 < -5$. На координатной прямой точка $M(-8)$ находится левее точки $N(-5)$ (рис. 45).



Рис. 45



Из двух чисел меньшим является то, изображение которого на координатной прямой находится левее, и большим — то, изображение которого находится правее.

На координатной прямой положительные числа обозначаются точками, лежащими правее нуля, а отрицательные — точками, лежащими левее нуля. Поэтому



любое положительное число больше нуля, а любое отрицательное число меньше нуля; любое отрицательное число меньше любого положительного числа.

Рассмотрим два отрицательных числа -8 и -5 . Как мы уже установили, $-8 < -5$, что показано на рисунке 49. Сравним модули чисел -8 и -5 : $|-8| = 8$; $|-5| = 5$. Так как $8 > 5$, то $|-8| > |-5|$. Итак,



из двух отрицательных чисел меньшим является то, модуль которого больше; большим является то, модуль которого меньше.

Если о числе x известно, что оно больше 5 или равно 5, то это записывают так: $x \geq 5$, читают: « x больше или равно 5».

Запись $y \leq 4$ читают: « y меньше или равен 4».

Например, натуральными числами, удовлетворяющими условию $y \leq 5$, являются числа 1, 2, 3, 4 и 5; целыми отрицательными числами, удовлетворяющими условию $x \geq -3$, являются числа -3 , -2 и -1 ; целыми числами, удовлетворяющими условию $-3 \leq a < 3$, являются числа -3 , -2 , -1 , 0, 1 и 2.

Прочитайте



1. Записать в виде неравенства утверждение:

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| а) a — положительное число; | б) y — отрицательное число; |
| в) x — неотрицательное число; | г) t — неположительное число; |
| д) число x не меньше 10; | е) число b меньше 2 или равно 2. |

• а) $a > 0$; б) $y < 0$; в) неотрицательное число — это нуль или положительное число, то есть число, равное нулю или больше нуля: $x \geq 0$; г) неположительное число — это нуль или отрицательное число, то есть число, равное нулю или меньше нуля: $t \leq 0$; д) если число x не меньше 10, то $x = 10$ или $x > 10$, то есть $x \geq 10$; е) $b \leq 2$. •

Устно



977. Какое из чисел меньше:
 а) 5 или 8; б) 3 или 0; в) -1 или 2; г) -2 или -5?
978. Какое из чисел больше:
 а) 5 или 0; б) 8 или 9; в) -2 или 0; г) -2 или 1; д) -7 или -3?
979. Какие из неравенств являются верными:
 а) $-5 < -7$; б) $0,75 > 0,8$; в) $-\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$; г) $-14 > -12$;
 д) $-102 < 100$; е) $-6 < 0$; ж) $|-10| > 0$; з) $-(-3) < 2$?

Уровень А



980. Отметьте на координатной прямой точки, соответствующие числам: 0; 1; 3; -4; -2; -5,5; 4. Сравните числа:
 а) 1 и 4; б) 0 и 3; в) 0 и -4; г) -4 и -5,5;
 д) 4 и -4; е) -2 и -5,5; ж) -4 и 3; з) 3 и -2.
981. Поставьте вместо звездочки знак «>», «<» или «=» так, чтобы получилось верное неравенство или равенство:
 а) $-130 * 45$; б) $4,2 * 4,02$; в) $-2 * -2,1$; г) $-0,79 * -0,8$;
 д) $-5\frac{1}{3} * 4$; е) $-\frac{3}{8} * -\frac{1}{3}$; ж) $-3\frac{4}{5} * -3\frac{5}{6}$; з) $|-5\frac{1}{2}| * 5\frac{1}{2}$.



Сравните:

- а) 1990 и 1909; б) -0,6 и 0; в) -9,8 и -9,78; г) -0,04 и -0,4;
 д) $3\frac{3}{7}$ и -3; е) $-\frac{4}{9}$ и $-\frac{6}{11}$; ж) -0,4 и $-\frac{2}{5}$; з) $|-7|$ и $|-6\frac{7}{8}|$.

983. Расположите в порядке убывания числа:

$-0,31$; $0,3$; $-3,1$; $3,2$; $|-6|$; $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{5}$; $-(-2)$.



Расположите в порядке возрастания числа:

-10 ; -15 ; $|-17|$; $0,7$; $-0,8$; $-(-14)$; 18 ; -41 ; 12 .

985. Между какими последовательными целыми числами находится число: $-1,5$; $-0,25$; $-4\frac{1}{3}$; $0,35$? Запишите соответствующие неравенства. Например: $-3 < -2,7 < -2$.

Запишите все целые числа, находящиеся между числами:

986. а) -2 и 3 ; б) -3 и $3,5$; в) $-7,2$ и $-0,3$.



987. а) -3 и 4 ; б) $-5,3$ и $0,4$; в) $-11,2$ и -4 .

988. Запишите пять последовательных целых чисел, которые меньше числа -3 .



989. Запишите пять последовательных целых чисел, одним из которых является число -2 .

990. Отметьте на координатной прямой все точки, соответствующие целым отрицательным числам, которые больше $-5,1$.

991. Запишите в виде неравенства утверждение:

- а) -5 — отрицательное число; б) 7 — положительное число;
в) x — отрицательное число; г) b — положительное число.

Уровень Б



992. Запишите в порядке возрастания числа, противоположные числам:

$$0,02; -3,2; 4,3; 1,9; -0,5; \frac{1}{3}.$$

Найдите все целые числа, для которых выполняется условие:

993. а) $-2 < x < 3$; б) $-0,3 < x \leq 4,1$; в) $-40 < x < -36$.



994. а) $-3 < x \leq 2$; б) $-1 \leq x < 3,1$; в) $-33 < x \leq -29$.

На координатной прямой отметьте точки, координаты которых удовлетворяют условию:

995. а) $1 < x < 4$; б) $-2 < x < 1$; в) $-2,5 < x < 0$.



996. а) $-1 < x < 2$; б) $-4 < x < -1$; в) $-0,5 < x < 0$.

997. Сколько существует целых чисел, которые меньше $35,7$, но больше $-24,3$?

998. Запишите наибольшее и наименьшее отрицательные целые числа, модули которых меньше 24 .



999. Запишите наибольшее и наименьшее целые числа, для которых выполняется условие $-38 < x \leq -4$.

1000. На координатной прямой отмечены точки A и B , соответствующие числам a и b (рис. 46). Можно ли сказать:

- а) какое из чисел a или b больше;
б) модуль какого числа больше?



Рис. 46

1001. Число a — положительное, число b — отрицательное. Какое из неравенств верно — $a > b$ или $a < b$?

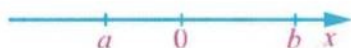


Числа a и b — отрицательные и $|a| < |b|$. Какое из неравенств верно — $a > b$ или $a < b$?

1003. Числа a и b — отрицательные и $a > b$. Сравните модули этих чисел.

1004. На какой координатной прямой (см. рис. 47) изображены числа a и b , если известно, что:

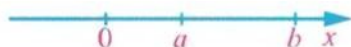
- а) числа a и b положительные, $|a| < |b|$;
б) числа a и b отрицательные, $|a| < |b|$;
в) число a — отрицательное, число b — положительное, $|a| < |b|$;
г) число a — положительное, число b — отрицательное, $|a| < |b|$?



1)



2)



3)



4)

Рис. 47

Разминка для ума



1005. В гости к Кролику пришли Винни-Пух, Пятачок и ослик Иа. Сколькими способами Кролик может рассадить гостей на синюю, красную и желтую табуретки?

Упражнения для повторения

1006. Вычислите:

а) $\left(\frac{1}{3} + 0,6\right) \cdot 1\frac{4}{5} - 0,378$;

б) $\left(0,75 : 0,03 - 23\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{2} + 5,72$.



1007. Найдите НОД и НОК чисел: а) 36 и 48; б) 54 и 126.
1008. Найдите число x , если 20% этого числа равно: $1,5$; $\frac{1}{3}$.
1009. Уменьшите число 240 на 25%.
1010. Увеличьте число 80 на 15%.

34. Сложение отрицательных рациональных чисел

К рациональным числам относятся положительные числа (целые и дробные), отрицательные числа (целые и дробные) и число нуль. Мы уже выучили действия сложения, вычитания, умножения и деления над положительными рациональными числами и нулем. А теперь научимся выполнять их над рациональными числами в случаях, когда оба числа отрицательные или одно положительное, а другое — отрицательное (числа с разными знаками).

Рассмотрим пример.

Пусть в марте фермер взял в банке кредит 5 тыс. грн., а в апреле — еще 3 тыс. грн. Тогда за март и апрель вместе фермер взял $5 + 3 = 8$ (тыс. грн.) кредита. Так как кредиты являются долгами фермера перед банком, обозначим их отрицательными числами: -5 тыс. грн.; -3 тыс. грн.; -8 тыс. грн. Тогда сумму кредитов в тысячах гривен за 2 месяца можно записать так:

$$(-5) + (-3) = -8.$$

Какой знак имеет сумма двух отрицательных чисел?

Найдите модули слагаемых и модуль суммы. Какая между ними существует зависимость?

Как видим, суммой чисел -5 и -3 является отрицательное число; модуль суммы равен сумме модулей слагаемых: $|-8| = |-5| + |-3|$. Поэтому нахождение суммы чисел -5 и -3 можно записать так:

$$(-5) + (-3) = -(|-5| + |-3|) = -(5 + 3) = -8.$$



Итак, суммой двух отрицательных чисел является отрицательное число, модуль которого равен сумме модулей слагаемых. Чтобы сложить два отрицательных числа, нужно сложить их модули и поставить перед полученным числом знак «-».

Отрицательные числа — долг

Долг 5 + долг 3 = долг 8

$$(-5) + (-3) = -8$$

В сумме отрицательных слагаемых первое слагаемое пишут, как правило, без скобок. Например: $-1,2 + (-3,1) = -(1,2 + 3,1) = -4,3$.

Для сложения отрицательных чисел выполняются переместительное и сочетательное свойства.

Например, $-5 + (-7) = -7 + (-5)$; $(-3 + (-4)) + (-11) = -3 + (-4 + (-11))$.

Прочитайте



1. Вычислить:

а) $-14\,319 + (-9848)$;

б) $-3\frac{1}{3} + \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

• а) $-14\,319 + (-9848) = -24\,167$;

$$\begin{array}{r} 14319 \\ + 9848 \\ \hline 24167 \end{array}$$

б) $-3\frac{1}{3} + \left(-2\frac{1}{3}\right) = -5\frac{8}{15}$.

$3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} = 5\frac{3+5}{15} = 5\frac{8}{15}$. •

Для тех, кто хочет знать больше



Договоримся уменьшение величины выражать отрицательным числом, а увеличение — положительным. Если температура уменьшилась на 2°C , то можно сказать, что она изменилась на -2°C . Если же температура увеличилась на 2°C , то можно сказать, что она изменилась на 2°C . Если в течение первой половины дня температура воздуха уменьшилась на 3°C , а в течение второй она уменьшилась на 4°C , то в течение дня температура уменьшилась на $3^{\circ} + 4^{\circ} = 7^{\circ}$. При помощи отрицательных чисел изменение величины температуры в течение дня можно записать так: $-3 + (-4) = -7$.

Устно



1011. Вычислите:

а) $-1 + (-7)$;

б) $-10 + (-20)$;

в) $(-10) + (-90)$;

г) $(-17) + (-13)$;

д) $(-0,2) + (-2,8)$;

е) $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)$.

Уровень А



Вычислите:

1012. а) $-17 + (-15)$;

б) $-99 + (-11)$;

в) $-113 + (-17)$;

г) $-35 + (-42)$;

д) $-41 + (-115)$;

е) $-27 + (-83)$;

ж) $-18 + (-43)$;

з) $-11,1 + (-14)$;

и) $-17 + (-21,7)$.

1013. а) $-142 + (-36)$;

б) $-288 + (-849)$;

в) $-2318 + (-8839)$;

г) $-13,7 + (-11,9)$;

д) $-80,81 + (-7,32)$;

е) $-375 + (-6,32)$;

ж) $-\frac{1}{6} + \left(-2\frac{5}{6}\right)$;

з) $-4\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)$;

и) $-1\frac{5}{6} + \left(-4\frac{1}{4}\right)$.



а) $-83 + (-28)$;

б) $-793 + (-287)$;

в) $-10\,973 + (-4908)$;

г) $-1,31 + (-9,9)$;

д) $-8,82 + (-9,78)$;

е) $-199 + (-8,92)$;

ж) $-\frac{1}{7} + \left(-3\frac{2}{7}\right)$;

з) $-1\frac{1}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right)$;

и) $-3\frac{3}{8} + \left(-1\frac{5}{12}\right)$.

1015. а) $-48 + (-205 + (-853))$;

б) $(-9,3 + (-2,77)) + (-26,93)$.



а) $(-17 + (-154)) + (-909)$;

б) $-7,56 + (-6,5 + (-23,04))$.

1017. Найдите значение выражения $-1,2 + (-a)$ при $a = 5$; $a = 17,9$; $a = 1\frac{1}{2}$.



1018. Найдите значение выражения $-4,5 + a$ при $a = -4,5$; $a = -26,8$.

1019. Поставьте вместо звездочки знак «<» или «>» так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-32 + (-19) * -63$;

б) $-83 + (-38) * -100$.

Уровень Б



Вычислите:

1020. а) $-\frac{2}{3} + (-2,4)$;

б) $-0,75 + \left(-2\frac{2}{5}\right)$;

в) $-3\frac{1}{4} + (-0,43 + (-5,38))$;

г) $\left(-\frac{5}{6} + \left(-3\frac{1}{3}\right)\right) + (-3 + (-1,5))$.



а) $-4\frac{1}{3} + (-1,5)$;

б) $\left(-0,2 + \left(-3\frac{2}{5}\right)\right) + (-1,6 + (-4))$.

1022. К сумме чисел $-2\frac{3}{4}$ и $-1\frac{2}{3}$ прибавьте число, противоположное числу $\frac{1}{6}$.



1023. К числу, противоположному числу 2,3, прибавьте сумму чисел $-3\frac{1}{5}$ и $-\frac{5}{6}$.

1024. За первый день уровень воды в реке изменился на -9 см, за второй — на -8 см, а за третий — на $-6,5$ см. На сколько сантиметров изменился уровень воды за три дня?



В течение первой половины дня температура воздуха изменилась на $-1,5^{\circ}\text{C}$, а в течение второй — на $-3,5^{\circ}\text{C}$. На сколько градусов изменилась температура воздуха в течение дня?

Разминка для ума



1026. В свободные клетки квадрата впишите числа 30 или 5 так, чтобы сумма чисел в каждой строке и каждом столбце была равна 100.

30				30
	30		30	
		30		
	30		30	
30				30

Упражнения для повторения



1027. Вычислите:

а) $|-15,82| \cdot 0,25 + 14\frac{1}{2} \cdot |-7,3| + |-0,31| \cdot \frac{1}{5}$;

б) $0,3 \cdot |-14,8| + 9\frac{2}{5} \cdot |-2,3| - |-0,32| \cdot |-0,25|$.

1028. Сколько тонн сена получится из $2,7$ т травы, если в процессе сушки трава теряет 75% своей массы?
1029. Мастер изготавливает в течение смены 50 деталей, а ученик — 40 деталей. На сколько процентов производительность труда мастера выше производительности труда ученика?
1030. Сколько граммов соли нужно добавить к 160 г воды, чтобы получить 20%-й раствор соли?

35. Сложение двух чисел с разными знаками

Пусть в августе фермер взял в банке беспроцентный кредит 5 тыс. грн., а в начале следующего месяца вернул его, то есть вернул банку 5 тыс. грн. Тогда расчет фермера с банком в тысячах гривен можно записать так:

$$-5 + (+5) = 0.$$

Числа 5 и -5 — противоположные, их сумма равна нулю.

Сумма двух противоположных чисел равна нулю.

Если в августе фермер взял кредит 7 тыс. грн., а в начале следующего месяца вернул банку 4 тыс. грн., то его долг перед банком составляет 3 тыс. грн. Расчет фермера с банком можно записать так:

$$-7 + (+4) = -3.$$

Если бы в августе фермер взял кредит 5 тыс. грн., а в начале следующего месяца положил в банк 6 тыс. грн., то фермер не только покрыл бы долг перед банком, но и оставил бы на своем счету 1 тыс. грн. Расчет фермера с банком можно записать так:

$$-5 + (+6) = 1.$$

Вернемся к равенству $-7 + (+4) = -3$.

Найдите модули слагаемых и модуль суммы. Какова зависимость между модулями слагаемых и модулем суммы? С каким из слагаемых сумма имеет одинаковый знак?

В равенстве $-7 + (+4) = -3$ модули слагаемых равны 7 и 4, модуль суммы равен 3, то есть модуль суммы равен разности большего и меньшего модулей. Знак разности совпадает со знаком слагаемого, модуль которого больше. Поэтому нахождение суммы чисел -7 и $+4$ можно записать так:

$$-7 + (+4) = -(|-7| - |4|) = -(7 - 4) = -3.$$

Вернемся к равенству $-5 + (+6) = 1$.

Объясните, как в данном случае находят модуль суммы и знак суммы.

В равенстве $-5 + (+6) = 1$ модуль суммы находят аналогично, а знак суммы определило слагаемое, имеющее больший модуль, то есть слагаемое $+6$ (или 6).



Итак, чтобы сложить два числа с разными знаками, нужно из большего модуля вычесть меньший и поставить перед полученным числом знак того слагаемого, модуль которого больше.

Положительные числа — прибыль

Отрицательные числа — долг

Долг 7 + прибыль 4 = долг 3

$$-7 + (+4) = -3$$

долг 5 + прибыль 6 = прибыль 1

$$-5 + (+6) = 1$$

Производя вычисления, сначала, как правило, определяют и записывают знак суммы, а потом находят разность модулей. Например:

а) $-6,4 + (+5,1) = -(6,4 - 5,1) = -1,3$;

б) $-5,8 + (+7,2) = +(7,2 - 5,8) = 1,4$;

в) $4,2 + (-5,3) = -(5,3 - 4,2) = -1,1$.

В сумме слагаемых с разными знаками первое положительное слагаемое пишут, как правило, без знака.

Проиллюстрируем сложение чисел при помощи координатной прямой.

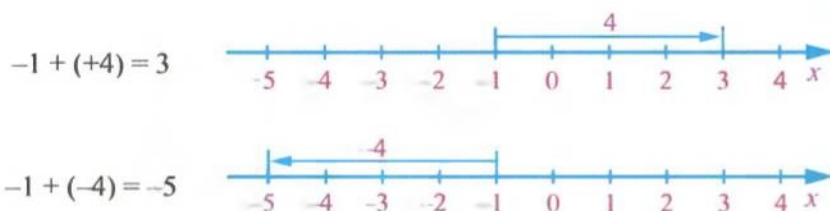


Рис. 48

Для сложения чисел с разными знаками выполняются переместительное и сочетательное свойства. Например,

$$-17 + 10 = 10 + (-17); (-7 + (-5)) + 3 = -7 + ((-5) + 3).$$

Для любого рационального числа a выполняется равенство:

$$0 + a = a + 0 = a; \quad a + (-a) = 0.$$

При помощи свойств сложения можно упростить нахождение суммы нескольких слагаемых, выполняя действия в удобной последовательности. В частности, если нужно сложить несколько чисел, среди которых есть положительные и отрицательные, то можно сложить отдельно положительные числа и отдельно отрицательные, а потом сумму положительных чисел сложить с суммой отрицательных.

Например: $-3 + (+17) + (-11) + (-15) + (+25) + (-5) =$
 $= (-3 + (-11) + (-15) + (-5)) + (17 + 25) = -34 + (+42) = 8.$

Прочитайте



1. Вычислить $\frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right)$.

$$\bullet \frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{20}{24} + \left(-\frac{21}{24}\right) = -\left(\frac{21}{24} - \frac{20}{24}\right) = -\frac{1}{24} \bullet$$

Устно



1031. Назовите знак суммы:

а) $-4 + (+5)$;

б) $-7 + (+5)$;

в) $4 + (-5)$;

г) $4 + (-4)$.

Вычислите:

1032. а) $-3 + (+3)$;

б) $-5 + (+3)$;

в) $10 + (-6)$;

г) $-5 + (+6)$;

д) $-7 + (+7)$;

е) $-11 + (+8)$;

ж) $12 + (-16)$;

з) $-7 + (+19)$.

1033. а) $-12 + (+8)$;

б) $11 + (-27)$;

в) $-19 + (+30)$;

г) $-13 + (+80)$;

д) $-17 + (+31)$;

е) $27 + (-50)$;

ж) $-28 + (+42)$;

з) $31 + (-52)$.

1034. а) $25 + (-36)$;

б) $41 + (-21)$;

в) $-14 + (+29)$;

г) $-30 + (+49)$;

д) $43 + (-57)$;

е) $19 + (-40)$;

ж) $-100 + (+61)$;

з) $-50 + (+83)$.

Уровень А



Вычислите:

1035. а) $-123 + (+715)$;

б) $-8 + (+16,3)$;

в) $5,8 + (-1,7)$;

г) $-8,45 + (+1,4)$;

д) $2 + (-0,71)$;

е) $-4,32 + (+4,31)$.



а) $-27 + (+19)$;

б) $100 + (-127)$;

в) $-81 + (+103)$;

г) $87 + (-110)$;

д) $-85 + (+19)$;

е) $-120 + (+39)$.

1037. а) $-\frac{1}{3} + \left(+\frac{2}{3}\right)$;

б) $-\frac{7}{10} + \left(+\frac{7}{10}\right)$;

в) $\frac{2}{9} + \left(-\frac{4}{9}\right)$;

г) $-5\frac{1}{7} + (+5)$;

д) $-3 + \left(+2\frac{1}{5}\right)$;

е) $-4 + \left(+1\frac{1}{3}\right)$.



а) $2,3 + (-1,5)$;

б) $-47,5 + (+111,5)$;

в) $-3,8 + (+6,4)$;

г) $18 + (-12,75)$;

д) $2,674 + (-2,647)$;

е) $-\frac{5}{9} + \left(+\frac{2}{9}\right)$.

1039. Найдите значение выражения $-4,3 + a$ при $a = 1,8$; $a = -5,4$.

1040. Сложите:

- а) сумму чисел -10 и -15 с числом 21 ;
б) число $-1,2$ с суммой чисел -5 и 17 ;
в) сумму чисел $-11,2$ и $7,3$ с суммой чисел 12 и $-5,3$.



Запишите число -54 в виде суммы:

- а) двух отрицательных чисел;
б) положительного и отрицательного чисел.

Поставьте вместо звездочки знак « $<$ » или « $>$ » так, чтобы получилось верное неравенство:

1042. а) $-520 + (+600) * 0$; б) $-300 + (+260) * 0$; в) $14,2 + (-11) * 0$;
г) $-7,2 + (+14) * 7$; д) $50 + (-40,1) * 10$; е) $-9,3 + (-1,14) * -8$.



- а) $-37 + (+97) * 0$; б) $80 + (-42) * 0$; в) $-31 + (+100) * 0$;
г) $-20 + (+30) * -10$; д) $-1,2 + (+4,5) * 3$; е) $-11 + (+4) * -8$.



Есть ли среди чисел $7,2$; $10,6$; $-7,1$; $-7,2$; $-10,6$ корень уравнения $x + (-1,7) = -8,9$?

Выполните сложение:

1045. а) $-15 + (+17) + (-51) + (+93) + (-78)$;
б) $45 + (-13) + (-384) + (+15) + (-491)$;
в) $47 + (-8) + (-23) + (-9) + (-17) + (+23) + (+34)$.

1046. а) $-1,9 + (-7,3) + (+14,1) + (-0,7) + (+8,8)$;
б) $8,25 + (-5,72) + (-4,1) + (+3,65) + (-0,88)$.



- а) $75 + (-53) + (-57) + (+35) + (-48)$;
б) $-154 + (-346) + (+154) + (-92) + (+187)$;
в) $-6,7 + (+4,8) + (-5,3) + (-7,7) + (+12,8)$.

Уровень Б



Вместо звездочки поставьте знак « $+$ » или « $-$ » так, чтобы было верным равенство:

1048. а) $(*15) + (*11) = -4$; б) $(*15) + (*11) = 4$;
в) $(*7) + (*7) = 0$; г) $(*14) + (*14) = -28$.



- а) $(*6) + (*9) = -3$; б) $(*14) + (*7) = -21$; в) $(*11) + (*11) = 22$.

Вычислите:

1050. а) $-6,2 + \left(+\frac{3}{4}\right)$; б) $\frac{2}{3} + (-4,1)$; в) $\frac{5}{6} + (-0,5)$;

$$\text{г)} 5\frac{4}{25} + (-1,3);$$

$$\text{д)} -0,2 + \left(+\frac{8}{15}\right);$$

$$\text{е)} -\frac{7}{12} + (+0,6).$$



$$\text{а)} 4,23 + \left(-5\frac{4}{5}\right);$$

$$\text{б)} -4\frac{1}{6} + (+3,2);$$

$$\text{в)} 0,25 + \left(-5\frac{1}{3}\right).$$

1052. Сложите:

а) сумму чисел 5,25 и $-5\frac{1}{4}$ с числом, обратным числу $3\frac{1}{7}$;

б) сумму чисел $-\frac{5}{6}$ и 1,2 с числом, противоположным числу $-3\frac{1}{2}$.

1053. Положительным или отрицательным является число a , если:

а) $-5 + a > -5$;

б) $-10 + a < -10$;

в) $50 + (-a) > 50$?

1054. В полдень температура воздуха была 2°C , к вечеру она изменилась на -4°C . Какой стала температура воздуха вечером?

1055. Убедитесь на примерах, что $|a + b| \leq |a| + |b|$, взяв: а) два положительных числа; б) два отрицательных числа; в) два числа с разными знаками. В каком случае выполняется равенство $|a + b| = |a| + |b|$; неравенство $|a + b| < |a| + |b|$?

Найдите значение выражения:

1056. а) $-2\frac{1}{2} + \left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(+2\frac{1}{3}\right);$

б) $-4,1 + \left(-2\frac{7}{10}\right) + \left(+9\frac{1}{3}\right) + \left(+2\frac{1}{2}\right);$

в) $7\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + (+0,5);$

г) $-3\frac{2}{7} + \left(+2\frac{4}{9}\right) + \left(-1\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{6}{7}\right) + \left(+\frac{5}{9}\right);$

д) $2\frac{4}{5} + (-4,8) + \left(+6\frac{2}{5}\right) + (-3,45) + (-0,85).$



а) $0,75 + \left(-3\frac{1}{4}\right) + \left(+5\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right);$

б) $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(+2\frac{1}{2}\right) + \left(-1\frac{1}{6}\right).$

1058. Даны числа 7; $-5,1$; $-1,9$; $-1,6$; $+3,7$; $+0,5$. Найдите:

а) модуль суммы данных чисел и сумму их модулей;

б) модуль суммы положительных чисел и сумму их модулей;

в) модуль суммы отрицательных чисел и сумму их модулей.

В каком случае модуль суммы равен сумме модулей?



Даны числа 1,7; $-3,4$; $-2,7$; 1,6. Найдите:

а) число, противоположное сумме этих чисел;

- б) сумму чисел, противоположных данным.
Сравните полученные результаты.

Разминка для ума



1060. В коробке есть белые, красные и зеленые шары — всего 20 штук. Белых шаров в 6 раз больше, чем зеленых. Сколько шаров каждого цвета может быть в коробке?

Упражнения для повторения



1061. Найдите:
а) уменьшаемое, если вычитаемое равно 4,68, а разность — 7,9.
б) вычитаемое, если уменьшаемое равно 8,57, а разность — 3,38.
в) слагаемое, если сумма равна 3,86, а другое слагаемое — 2,6.
1062. При изготовлении детали из заготовки массой 20 кг в отходы пошло 0,8 кг. Сколько процентов составляет масса детали от массы заготовки?
1063. В процессе сортировки 1800 кг зерна в отходы пошло 90 кг. Сколько процентов составляет масса сортового зерна от начальной массы?
1064. В книге 180 страниц. За первый день ученик прочитал 30% страниц книги, а за второй — на 9 страниц больше. Сколько процентов страниц книги осталось прочитать ученику?

36. Вычитание рациональных чисел

Вычитание отрицательных чисел и чисел с разными знаками имеет тот же смысл, что и вычитание положительных чисел. Напомним, что при помощи вычитания находят неизвестное слагаемое по известной сумме и одному из слагаемых.

Рассмотрим примеры.

Так как $-7 + (-8) = -15$, то $-15 - (-8) = -7$.

Такой же результат получим, если число -15 сложим с числом, противоположным числу -8 , то есть числом $+8$. Поэтому разность $-15 - (-8)$ можно заменить суммой $-15 + (+8)$, в которой уменьшаемое складывается с числом, противоположным вычитаемому: $-15 - (-8) = -15 + (+8) = -7$.



Итак, чтобы из одного числа вычесть другое, достаточно уменьшаемое сложить с числом, противоположным вычитаемому.

Это правило вычитания можно записать так:

$$a - b = a + (-b),$$

где a и b — любые рациональные числа. В частности, $a - a = a + (-a) = 0$.

Так как вычитание можно заменить сложением с противоположным числом, то любое выражение, содержащее действия сложения и вычитания, можно записать в виде суммы.

Например, выражение $-10 - (+7)$ является разностью чисел -10 и $+7$, его можно записать в виде суммы чисел -10 и -7 , так как $-10 - (+7) = -10 + (-7)$. Верно и наоборот: сумму чисел -10 и -7 можно записать в виде разности чисел -10 и 7 , то есть $-10 + (-7) = -10 - (+7)$.

Договоримся далее положительные числа записывать без знака «+», то есть сумму $-10 + (+7)$ будем записывать так: $-10 + 7$, а разность $14 - (+18)$ так: $14 - 18$.

Пусть на координатной прямой заданы две точки $A(-2)$ и $B(5)$ (рис. 49) и нужно найти длину отрезка AB .

Чтобы найти длину отрезка AB (или расстояние AB), нужно знать, сколько единичных отрезков содержит этот отрезок. Как видно по рисунку, длина отрезка AB равна 7 единичным отрезкам. Через координаты концов отрезка AB его длина выражается так:

$$AB = 5 - (-2) = 7.$$



Рис. 49

Итак, чтобы найти длину отрезка на координатной прямой, нужно из координаты его правого конца вычесть координату левого конца.

Для тех, кто хочет знать больше



Если бы при нахождении длины отрезка AB (рис. 49) из координаты левого конца вычли координату правого, то получили бы число $-2 - 5 = -7$. Длина отрезка AB является положительной величиной, и в этом случае она равна модулю найденного числа:

$$AB = |-2 - 5| = |-7| = 7.$$

Итак, длина отрезка AB равна модулю разности координат его левого и правого концов. Эта длина также равна модулю разности координат правого и левого концов:

$$AB = |5 - (-2)| = |5 + 2| = |7| = 7.$$

Длина отрезка равна модулю разности координат его концов.

Длину отрезка AB с концами $A(x)$ и $B(y)$ можно найти по формуле:

$$AB = |x - y|, \text{ или } AB = |y - x|.$$

Прочитайте



1. Вычислить: $-18 + 15 - (-11) - 32$.

• Запишем выражение в виде суммы и сгруппируем числа:

$$\begin{aligned} -18 + 15 - (-11) - 32 &= -18 + 15 + 11 + (-32) = \\ &= (-18 + (-32)) + (15 + 11) = -50 + 26 = -24. \bullet \end{aligned}$$

2. Упростить выражение: $-7 + a + 8 - a - (-11)$.

• Запишем выражение в виде суммы и сгруппируем слагаемые:

$$\begin{aligned} -7 + a + 8 - a - (-11) &= -7 + a + 8 + (-a) + 11 = \\ &= (-7 + 8 + 11) + (a + (-a)) = 12 + 0 = 12. \bullet \end{aligned}$$

3. Решить уравнение: а) $x + 10 - 27 = 13$; б) $|x + 5| = 2$.

• а) Сначала упростим выражение в левой части уравнения:

$$x + 10 - 27 = x + 10 + (-27) = x + (-17) = x - 17.$$

Получили уравнение $x - 17 = 13$, откуда: $x = 13 + 17$; $x = 30$.

б) Если модуль числа равен 2, то этим числом является 2 или -2 , поэтому $x + 5 = 2$ или $x + 5 = -2$. Решим каждое из этих уравнений.

$$x + 5 = 2;$$

$$x + 5 = -2;$$

$$x = 2 - 5;$$

$$x = -2 - 5;$$

$$x = -3.$$

$$x = -7.$$

Итак, $x = -3$ или $x = -7$. •

Устно



1065. Замените вычитание сложением:

а) $5 - (-2)$;

б) $5 - 7$;

в) $-3 - 8$;

г) $-6 - (-9)$.

1066. Вычислите:

а) $-2 - 5$;

б) $4 - 6$;

в) $-3 - 6$;

г) $-7 - (-8)$.

Уровень А



1067. Представьте в виде суммы разность:

а) $-31 - (-28)$;

б) $50 - (-32)$;

в) $-37 - 21$;

г) $a - 10$;

д) $a - (-9)$;

е) $7 - (-a)$.

1068. Вычислите разность и выполните проверку:

а) $5 - 27$;

б) $-5 - (-11)$;

в) $-7 - 28$;

г) $-11 - 15$;

д) $11 - 39$;

е) $-41 - (-5)$;

ж) $-5 - 20$;

з) $15 - (-30)$;

и) $-12 - 7$.

Выполните вычитание:

1069. а) $-19 - (-16)$;

б) $-18 - 9$;

в) $7 - (-40)$;

г) $-5 - (-1,5)$;

д) $2,5 - 7,5$;

е) $4 - (-1,6)$.



а) $17 - (-35)$;

б) $14 - 31$;

в) $-11 - 40$;

г) $1,2 - 1,4$;

д) $-0,2 - 1,03$;

е) $-9 - (-10,1)$.

1071. а) $1\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$;

б) $-5 - 7\frac{1}{3}$;

в) $6\frac{1}{3} - 7\frac{1}{3}$.



а) $-5 - 2\frac{1}{2}$;

б) $8\frac{1}{3} - (-10)$;

в) $-1\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3}$.

Замените вычитание сложением и вычислите:

1073. а) $-1 + 5 - (-12)$;

б) $-17 - 8 - (-25)$;

в) $40 - (-76) - 38$.



а) $11 - (-7) + (-2)$;

б) $35 - 40 - (-12)$;

в) $-5,7 + 15 - 6,6$.

1075. Вычислите разности $a - b$ и $b - a$, если:

а) $a = -15$; $b = 35$;

б) $a = 50$; $b = -82$;

в) $a = -120$; $b = 45$.

Найдите модули разностей и сравните эти модули.

Решите уравнение и выполните проверку:

1076. а) $-7 + x = -15$;

б) $x + (-35) = -20$;

в) $-11 + x = -18$.



а) $x + 9 = 4$;

б) $21 + x = -7$;

в) $x + (-15) = -22$.

Найдите расстояние между двумя точками координатной прямой:

1078. а) $A(-1)$ и $B(4)$;

б) $M(-1,5)$ и $N(2,5)$;

в) $K(-8,3)$ и $L(-2,1)$.



а) $C(-7)$ и $D(-2)$;

б) $E(1,3)$ и $F(7,1)$;

в) $M(-3,2)$ и $N(4,8)$.

1080. Вечером температура воздуха была -12°C . За ночь она понизилась на 4°C . Какой стала температура воздуха утром?

1081. За день температура воздуха понизилась на 5°C и вечером стала -1°C . Какой была температура воздуха утром?



Температура воздуха утром была равна 3°C , а вечером стала -4°C . На сколько градусов изменилась температура воздуха в течение дня?

- 1083.** Утром температура воздуха была -5°C , а вечером стала -9°C . Чему равна разность: **а)** утренней и вечерней температур; **б)** вечерней и утренней температур? Чем отличаются найденные разности?

Уровень Б



Найдите значение выражения:

1084. а) $-5\frac{1}{2} + 3 - (-1,5) + (-5)$;

б) $8 - (-1,2) + \frac{4}{5} - 7 + (-1\frac{1}{3})$;

в) $-7 + (-1\frac{2}{3}) - 2\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$;

г) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$.



а) $6\frac{1}{4} - 8 + (-1\frac{3}{4}) + 2,5 - 10$;

б) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{6} + (-2)$.

Упростите выражение:

1086. а) $x + 7 - 18 - x + 24$;

б) $4 - a - 19 - 11 + a + 25$.



а) $9 - c + 10 + c - 71$;

б) $a - 2 + b - 18 - b - a + 30$.

Решите уравнение:

1088. а) $x + 19 - 25 = -8$;

б) $10 - x - 4 = -2$;

в) $40 - x + 35 - 70 = 8$.

1089. а) $|x| + 7 = 11$;

б) $10,2 - |x| = 3,8$;

в) $|x| - 5,2 = -2$;

г) $|x - 2| = 8$;

д) $|x + 3| = 9$;

е) $|3 - x| = 4$.



а) $8 - x + 5 = 15$;

б) $|x| - 2,5 = 8,8$;

в) $|x + 5| = 1$.

- 1091.** Расставьте вместо звездочек знаки «+» или «-» так, чтобы выполнялось равенство:

а) $40 * 20 * (-60) * 30 * 50 = 100$;

б) $80 * 10 * 70 * 50 * (-90) = 100$.

- 1092.** На координатной прямой отмечена точка $A(3)$ и изображен отрезок AB длиной 5 единиц. Какие координаты может иметь точка B ?

Разминка для ума



- 1093.** Если каждому из своих детей мама даст по 13 слив, то у нее останется 8 слив, если же она даст каждому по 15 слив, то все сливы будут розданы. Сколько слив у мамы?



1094. Диаметр круга 8 см. Найдите площадь круга.
1095. В трех цистернах хранится бензин. В первой цистерне содержится $\frac{5}{12}$ всего бензина, а во второй — $\frac{3}{8}$. Какая часть всего бензина содержится в третьей цистерне? Сколько всего бензина в трех цистернах, если во второй цистерне его 18 т?
1096. Мотоциклист проехал 19,5 км, после чего в течение $1\frac{1}{4}$ ч двигался со скоростью v км/ч. Сколько километров проехал мотоциклист? Составьте выражение и найдите его значение при $v = 18$.
1097. Чтобы проехать путь от одного города до другого, автомобиль израсходовал 25 л бензина, а мотоцикл — 8,4 л. На сколько процентов бензина меньше израсходовал мотоцикл, чем автомобиль?
1098. Луч делит развернутый угол на два угла, величина одного из которых составляет 125% величины другого. Какова величина каждого из полученных углов?

37. Раскрытие скобок

Вы уже знаете, что на основании сочетательного свойства сложения выражение $a + (b + c)$ можно записать без скобок:

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

Эту операцию называют *раскрытием скобок*.

Так как $b = +b$, то последнее равенство можно записать так:

$$a + (+b + c) = a + b + c.$$

Мы раскрыли скобки, перед которыми стоит знак «+». При этом опустили скобки, знак «+», стоящий перед ними, и записали все слагаемые, которые были в скобках, со своими знаками.



Итак, чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «+», нужно опустить скобки и знак «+», стоящий перед ними, и записать все слагаемые, которые были в скобках, со своими знаками.

Из этого правила следуют такие равенства:

$$a + (-b + c) = a - b + c;$$

$$a + (b - c) = a + b - c, \text{ так как } b = +b.$$

Из правила вычитания рациональных чисел следует, что

$$5 - (-7) = 5 + 7.$$

При выполнении этого действия мы раскрыли скобки, перед которыми стоит знак «-». При этом опустили скобки и знак «-», стоящий перед ними, и записали слагаемое, которое было в скобках, с противоположным знаком. Так будем раскрывать скобки, перед которыми стоит знак «-» и тогда, когда слагаемых будет несколько:

$$a - (b + c) = a - (+b + c) = a - b - c.$$



Итак, чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «-», нужно опустить скобки и знак «-», стоящий перед ними, и записать все слагаемые, которые были в скобках, с противоположными знаками.

Воспользовавшись этим правилом, получим:

$$a - (b - c) = a - (+b - c) = a - b + c.$$

Прочитайте



1. Упростить выражение: $m + 3 - (m - n + 4)$.

$$\begin{aligned} \bullet m + 3 - (m - n + 4) &= m + 3 - m + n - 4 = \\ &= (m - m) + n + (3 - 4) = 0 + n + (-1) = n - 1. \bullet \end{aligned}$$

2. Взять два последних слагаемых в скобки, поставив перед скобками знак «+», в выражении: а) $-1,2 - 4,1 + 3$; б) $-4 + 5,3 - 2,1$.

$$\bullet \text{ а) } -1,2 - 4,1 + 3 = -1,2 + (-4,1 + 3).$$

После первого слагаемого поставили знак «+», раскрыли скобки, два последних слагаемых переписали с теми же знаками и закрыли скобки.

$$\text{б) } -4 + 5,3 - 2,1 = -4 + (5,3 - 2,1).$$

(Перед первым слагаемым в скобках знак «+» можно не ставить.) •

3. Взять два последних слагаемых в скобки, поставив перед скобками знак «-», в выражении: а) $3 - 4,2 + 3,7$; б) $-10 + 7 - 4,2$.

$$\bullet \text{ а) } 3 - 4,2 + 3,7 = 3 - (4,2 - 3,7).$$

После первого слагаемого поставили знак «-», раскрыли скобки, знак «-» в слагаемом $-4,2$ заменили на «+», но не написали, так как в скобках это слагаемое первое; в слагаемом $+3,7$ знак «+» заменили на «-».

$$\text{б) } -10 + 7 - 4,2 = -10 - (-7 + 4,2). \bullet$$

Устно



1099. Верно ли раскрыты скобки?

а) $3 + (-5 - 2) = 3 - 5 - 2$;

б) $3 - (5 - 2) = 3 - 5 - 2$;

в) $3 - (-5 + 2) = 3 + 5 - 2$;

г) $3 - (5 + 2) = 3 - 5 + 2$.

Уровень А



1100. Раскройте скобки:

а) $5 + (m - n)$; б) $7 - (-a + b)$; в) $-3 - (m + n)$; г) $5 - (a - b + c)$.

Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1101. а) $11 - (-45 - 17)$;

б) $14 + (15 - 41)$;

в) $-8 - (53 - 48)$;

г) $73 - (51 - 36)$;

д) $15 - (-4 + 27)$;

е) $-\frac{1}{8} - \left(1\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)$.



а) $-32 - (53 - 72)$;

б) $40 - (-17 + 35)$;

в) $-12 + (-32 - 17)$;

г) $-38 - (-81 + 39)$;

д) $75 + (-84 + 7)$;

е) $\frac{4}{9} - \left(-1\frac{1}{9} + \frac{4}{9}\right)$.

1103. а) $-(59 - 75) - (34 - 49)$;

б) $(82 - 9) + (32 - 8)$;

в) $(49 - 5) - (29 - 4)$;

г) $-(8 - 102) - (142 - 53)$.

Раскройте скобки и упростите выражение:

1104. а) $9 - (a + 37)$;

б) $-(4 - a + 2) - 118$;

в) $b + (78 - b - 19)$;

г) $-(a + 51) - (-a - 49)$.



а) $-24 - (56 - a)$;

б) $41 - (52 + b - 15)$;

в) $-(-5 + a) - 72$;

г) $-(a - 6) + (42 + a - 58)$.

Уровень Б



1106. Упростите выражение $a + b - (b - c) + d$ и найдите его значение при $a = -3,1$; $b = 0,017$; $c = -0,2$; $d = -5$.



Упростите выражение $a - b + (b - c) + 1,8$ и найдите его значение при $a = 0,2$; $b = -0,35$; $c = -3$.

Раскройте скобки и найдите значение выражения:

1108. а) $(-3,5 + 7,6) - (10,8 - 8,3)$;

б) $85 - (3,17 + 4,6 - 5,8)$;

$$\text{в)} -\left(5\frac{4}{9}-6\frac{5}{12}\right)+\left(-3\frac{1}{2}-\frac{5}{9}\right); \quad \text{г)} -(-5,76-6,04+7,2)-3,6;$$

$$\text{д)} \left(1-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{5}\right).$$



$$\text{а)} -(-8,5-3,3+6,4)-\frac{1}{3};$$

$$\text{б)} (4,8-5,3)-(-4,3+4,8).$$

1110. Запишите сумму выражений и упростите ее:

$$\text{а)} -5+a \text{ и } -a+2,3;$$

$$\text{б)} 0,35+m \text{ и } -4,4-m-2,65;$$

$$\text{в)} a-b \text{ и } b-a;$$

$$\text{г)} a-b+c \text{ и } b-a+3.$$

1111. Запишите разность выражений и упростите ее:

$$\text{а)} c+17,1 \text{ и } 8,5+c;$$

$$\text{б)} -a+b \text{ и } b-a;$$

$$\text{в)} a+b \text{ и } b+c;$$

$$\text{г)} -a+b+k \text{ и } b-a-2.$$

Решите уравнение, упростив сначала выражение в левой части:

$$\text{1112. а)} 4,8-(5,8+x)=1,2;$$

$$\text{б)} (x+7,2)-14=2,3;$$

$$\text{в)} -9+(14,7-x)=1,3;$$

$$\text{г)} -(x-1,9)-15=14,1.$$



$$\text{а)} 8,3-(-3,2+x)=12;$$

$$\text{б)} -(x-2,25)+4,88=1,3.$$

Возьмите в скобки два последних слагаемых, поставив перед скобками знак «+»; знак «-»:

$$\text{1114. а)} -4+3-7;$$

$$\text{б)} b-a+5;$$

$$\text{в)} 8-a+b;$$

$$\text{г)} 5-a-b.$$



$$\text{а)} 5+8-3;$$

$$\text{б)} 7-a+b;$$

$$\text{в)} a-5+b;$$

$$\text{г)} -4+a+b.$$

Разминка для ума



1116. Ежедневно в полдень из порта *A* в порт *B* и из порта *B* в порт *A* отправляются теплоходы. Рейсы всех теплоходов длятся 10,5 суток. Сколько теплоходов встречает за время рейса каждый из этих теплоходов?


Упражнения для повторения



1117. Периметр треугольника *ABC* равен 15 см. Длина стороны *AB* составляет 44% периметра, а длина стороны *BC* составляет $\frac{2}{3}$ длины стороны *AB*. Какова длина стороны *AC*?

1118. В парке растет 450 деревьев. Липы составляют $\frac{2}{15}$ количества всех деревьев и 80% количества осин. Сколько лип и осин вместе растет в парке?
1119. Водитель должен перевезти груз из города A в город B , расстояние между которыми 180 км. Он планировал ехать 3 часа и в 10 ч утра быть в городе B . Однако водитель выехал с опозданием и, чтобы прибыть в город B вовремя, увеличил запланированную скорость на 20%. В каком часу водитель выехал из города A ?
1120. Расстояние между пунктами A и B равно 60 км, причем $\frac{2}{3}$ пути приходится на шоссе, а остальная часть — на грунтовую дорогу. Мотоциклист преодолел путь между этими пунктами, двигаясь по шоссе со скоростью 40 км/ч, а по грунтовой дороге — в два раза медленнее. Сколько времени двигался мотоциклист?

Памятка к §5

- 

1. — координатная прямая.
2. -7 и 7 — противоположные числа (отличаются знаком).
3. $|6| = 6$ — модулем положительного числа является само число;
 $|0| = 0$ — модуль нуля равен нулю;
 $|-10| = 10$ — модулем отрицательного числа является противоположное ему положительное число.
4. $6 > 0$ — положительное число больше нуля;
 $-7 < 0$ — отрицательное число меньше нуля;
 $-7 < 2$ — отрицательное число меньше положительного;
 $-15 < -12$ — так как $|-15| > |-12|$.
5. $-7 + (-5) = -12$ — отрицательное число, модуль суммы равен сумме модулей: $|-7| + |-5| = 12$.
6. $-12 + 5 = -7$ — первое слагаемое имеет больший модуль: $|-12| > |5|$, поэтому сумма имеет знак «-», модуль суммы равен разности большего и меньшего модулей: $|-12| - |5| = 7$.
7. $-3 - (-4) = -3 + 4$ — уменьшаемое сложили с числом, противоположным вычитаемому.
8. $a + (-b + c) = a - b + c$ — раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «+»; слагаемые, которые были в скобках, со своими знаками;
 $a - (-b + c) = a + b - c$ — раскрытие скобок, перед которыми стоит знак «-»; слагаемые, которые были в скобках, с противоположными знаками.

Вопросы для самопроверки и повторения

1. Что такое координатная прямая?
2. Где на координатной прямой находятся точки, соответствующие положительным числам; отрицательным числам?
3. Какие числа называют противоположными?
4. Какие числа называют целыми; рациональными?
5. Чему равен модуль положительного числа; отрицательного числа; нуля?
6. Как сравнивать числа при помощи координатной прямой?
7. Какое число больше: положительное или отрицательное?
8. Какое из двух отрицательных чисел больше?
9. Как сложить два отрицательных числа?
10. Как сложить два числа с разными знаками?
11. Как выполнить действие вычитания?
12. Как раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «+»?
13. Как раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «-»?

Задания для повторения §5

1121. Даны числа: 5; -8; 4,25; $1\frac{3}{5}$; 506; 8; -1,6; 0,125; -206; $-4\frac{1}{4}$.
- а) Какие из данных чисел являются натуральными; целыми; дробными?
 - б) Запишите числа, противоположные данным.
 - в) Найдите модули чисел. Есть ли среди чисел такие, которые имеют равные модули?
 - г) Расположите данные числа в порядке возрастания.
1122. Начертите координатную прямую с единичным отрезком 1 см. Отметьте на координатной прямой:
- а) точки: $A(-2)$; $B(-3,5)$; $C(-0,5)$; $D(2,5)$; $E(1\frac{1}{2})$; $F(4)$;
 - б) точку $K(-1,5)$ и точку, имеющую противоположную координату;
 - в) точки, модули координат которых равны 2; 3,5; 0.

Найдите:

1123. а) $-b$, если $b = 1,2$; $b = -3$; б) x , если $-x = 4$; $-x = -\frac{1}{4}$.
1124. а) $|-y|$, если $y = 2,3$; б) $|(-c)|$, если $c = -2$.
1125. Вычислите:
- а) $|-1,5| + |0,98|$; б) $|-1100| - |-295|$; в) $|-2,4| \cdot 2,5 - 6$.

1126. Решите уравнение:

а) $|x| + 4 = 9$; б) $|x| - 1 = \frac{1}{3}$; в) $10 - |x| = 3,5$; г) $2|x| - 4 = 6$.

1127. Запишите три значения x , удовлетворяющие условиям:

а) $x < 0$ и $|x| > 5$; б) $x < 0$ и $|x| \leq 4$.

Укажите число, которое:

1128. меньше $-\frac{1}{2}$, но больше $-\frac{2}{3}$.

1129. меньше $-3,3$, но больше $-3,4$.

1130. На координатной прямой отметьте точки, координаты которых удовлетворяют условию:

а) $-2 < x < 2$; б) $-2,5 < x < -1$; в) $|x| < 1,5$.

Запишите все целые числа, удовлетворяющие каждому неравенству.

1131. Даны числа: $-4\frac{1}{2}$; $18,5$; $-10\frac{3}{5}$; $-15,6$.

а) Из суммы первых двух чисел вычтите сумму остальных чисел.

б) Из первого числа вычтите сумму трех последних.

в) Из разности первых двух чисел вычтите разность третьего и четвертого.

г) Разность первого и четвертого чисел сложите с суммой второго и третьего.

1132. Найдите при помощи координатной прямой сумму чисел:

а) -3 и 4 ; б) -5 и -2 ; в) -8 и 3 .

1133. Даны числа: 14 ; -6 ; -11 ; $-1,2$. Запишите каждое из них в виде:

а) суммы двух разных чисел; б) разности двух чисел.

1134. Запишите сумму числа a и числа, противоположного числу b . Вычислите эту сумму, если $a = -21$, $b = 9$.

1135. Запишите сумму числа a и числа, противоположного числу $-b$. Вычислите эту сумму, если $a = 17$, $b = -11$.

1136. Вычислите:

а) $-386 + (-433)$; б) $4,68 + (-5,06)$; в) $-2\frac{3}{16} - 4\frac{3}{4}$;

г) $-10,8 + \left| -3\frac{1}{5} \right|$; д) $-2,1 - |2,6 - 3,8|$; е) $\frac{2,7 - (-3,1 + 4)}{1,2 - 2,1}$;

ж) $\left(\frac{3}{11} - \frac{4}{17} \right) - \left(\frac{5}{11} - \frac{6}{17} \right) - \left(\frac{2}{11} - \frac{8}{17} \right)$;

з) $12 - \left(20,5 - 15\frac{1}{3} \right) - \left(15\frac{2}{3} + 3\frac{1}{6} + 11,5 \right)$.

1137. Раскройте скобки и найдите значение выражения:
 а) $4,35 - 5 - (1,63 - 2,72)$; б) $(0,211 + 0,817) - (0,302 - 0,7)$.
1138. Упростите выражение:
 а) $-5,3 + a + 7,2 + (-1,8)$; б) $b + 8,3 + (-14,2) + 11 - b$;
 в) $a - (a + b) + (b - c)$; г) $-m + (m - n) - (k + a)$.
1139. Возьмите в скобки три последних слагаемых, поставив перед скобками знак «+»; знак «-»:
 а) $5 - 2 + 3 - 7 - 3,2$; б) $4 + 5 - 7 - 9 + 14$.

Решите уравнение:

1140. а) $5 + x = -7,8$; б) $4 - x = -1,2$; в) $11 - x - 8 = -2,3$;
 г) $-x + 7 - 18 = 5$; д) $(x + 7) - 11 = -8$; е) $14 - (x + 9) = -21$.
1141. а) $|x| = 2,7$; б) $|x + 9| = 3$; в) $|x - 1| = 0$;
 г) $|x + 5| = -2$; д) $|2 - x| = 7$; е) $|3,5 - x| = 10$.
1142. Модуль суммы чисел a и 5 равен 0. Найдите a .
1143. На координатной прямой отметьте некоторую точку $A(a)$ и точки $B(a + 3)$; $C(a - 2)$; $D(a - 1,5)$.
1144. На координатной прямой точка A соответствует числу $a + 3$, а точка B — числу $a - 3$. Какому числу соответствует середина отрезка AB ?
1145. Найдите расстояние между точками $A(x)$ и $B(y)$, если:
 а) $x = -3$; $y = 2$; б) $x = 5$; $y = -4$; в) $x = -2$; $y = -7$.
1146. На координатной прямой отметьте точку $A(2)$ и такую точку B , чтобы длина отрезка AB была равна 5 единицам. Найдите координату точки B . Сколько может быть таких точек?
1147. Расстояние между точками $A(x)$ и $B(-4)$ равно 7 единицам. Найдите координату точки A . Сколько может быть таких координат?
- 1148*. Найдите три целых числа, удовлетворяющих трем следующим условиям:
 1) модуль каждого из чисел меньше 4; 2) сумма двух наибольших чисел равна 3; 3) сумма двух наименьших чисел равна -1 .
1149. Температура воздуха в первой половине дня повысилась на 6°C , а во второй — понизилась на 3°C . Как изменилась температура воздуха в течение дня?

Задания для самопроверки

I уровень

1. Запишите числа, противоположные числам: 4; 0; -2.
2. Сравните числа -5 и 2.
а) $-5 > 2$; б) $-5 < 2$; в) $-5 = 2$.
3. Найдите модуль числа -7.
а) $|-7| = -7$; б) $|-7| = 7$; в) $|-7| = 0$.
4. Найдите сумму чисел -15 и +8.
а) -7; б) -23; в) 7; г) 23.
5. Вычислите: $-8 + (-15)$.
а) 7; б) 23; в) -7; г) -23.
6. Найдите разность чисел -11 и +8.
а) -3; б) -19; в) 3; г) 19.

II уровень

7. Найдите значение выражения $-27 + 40 - (-11)$.
8. Раскройте скобки и найдите значение выражения $-37 - (15 - 23)$.
9. Раскройте скобки и упростите выражение $(14 - a) - (-21 - a)$.

III уровень

10. Найдите значение выражения:
а) $-2,9 + 1,8 + (-11,1) - |-7,2|$; б) $-5,4 - (-10 - 5,4 + 4,7)$.
11. Решите уравнение:
а) $7,3 - x = -1,2$; б) $(x + 1,2) - 1,9 = -2,4$.
12. Найдите расстояние между точками A(-4) и B(11).

IV уровень

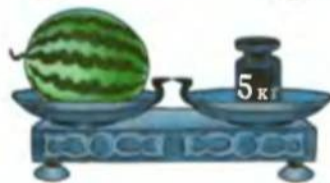
13. На координатной прямой отметьте точки, координаты которых удовлетворяют условию $|x| < 3\frac{1}{2}$.
14. Решите уравнение:
а) $-2,9 - (x - 3,7) = -2$; б) $|x| - 2,1 = 3$; в) $|4 - x| = 9$.
15. Расстояние между точками $C(x)$ и $D(3)$ равно 6 единицам. Найдите координату точки C . Сколько решений имеет задача?

Раздел IV. Рациональные числа и действия над ними

§6. Умножение и деление рациональных чисел

В этом параграфе вы найдете ответы на следующие вопросы:

$$3a + 2a =$$



1. Чему равно произведение:
 $-5 \cdot 7$; $-8 \cdot (-4)$?
2. Что такое коэффициент?
3. Как называют слагаемые $40a + 54a$?
4. Чему равно частное:
 $-36 : (-12)$; $48 : (-6)$?
5. Как решить уравнение
 $3(2x - 5) = 5x + 3$?
6. Какие прямые называют параллельными; перпендикулярными?
7. Чем определяется положение точки на координатной плоскости?

§ 6. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

38. Умножение рациональных чисел

Пусть в феврале, марте и апреле фермер брал в банке кредиты по 5 тыс. грн. ежемесячно. Тогда за эти три месяца он взял кредит на сумму $5 \cdot 3 = 15$ (тыс. грн.). Так как кредиты являются долгами фермера перед банком, мы обозначали их отрицательными числами: -5 тыс. грн.; -15 тыс. грн. Тогда весь кредит фермера в банке за 3 месяца в тысячах гривен можно записать так:

$$-5 \cdot 3 = -15.$$

Какие знаки имеют множители? Какой знак имеет произведение? Какова зависимость между модулями множителей и модулем произведения?

Числа -5 и 3 имеют противоположные знаки, их произведением является число отрицательное, а модуль произведения (числа -15) равен произведению модулей множителей (чисел -5 и 3): $|-15| = |-5| \cdot |3|$.



Произведением двух чисел с разными знаками является число отрицательное; модуль произведения равен произведению модулей множителей.

Итак, чтобы найти произведение двух чисел с разными знаками, достаточно перемножить их модули и поставить перед полученным числом знак «-».

$$-5 \cdot 3 = -(|-5| \cdot |3|) = -(5 \cdot 3) = -15.$$

Сравним произведения:

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ и } -5 \cdot 3 = -15.$$

Видим: если поменять знак одного множителя (вместо множителя 5 взять множитель -5), то знак произведения тоже меняется, а модуль произведения остается тем же ($|15| = |-15|$). Следовательно, если изменить знак множителя, то знак произведения изменится, а его модуль останется таким же.

Используем найденную зависимость для нахождения произведения отрицательных чисел -5 и -3.

Так как $-5 \cdot 3 = -15$, то, изменив в множителе 3 (или +3) знак «+» на знак «-», а в произведении -15 — знак «-» на знак «+», придем к равенству

$$-5 \cdot (-3) = 15.$$

Какие знаки имеют множители? Какой знак имеет произведение?

Числа -5 и -3 отрицательные, их произведение — положительное число; модуль произведения 15 равен произведению модулей чисел -5 и -3.

$$-5 \cdot (-3) = |-5| \cdot |-3| = 5 \cdot 3 = 15.$$



Произведением двух отрицательных чисел является число положительное; модуль произведения равен произведению модулей множителей.

Итак, чтобы найти произведение двух отрицательных чисел, достаточно перемножить модули этих чисел.

Если число a — положительное, отрицательное или 0, то $a \cdot 0 = 0$.

Прочитайте



1. Выполнить умножение: а) $-1\frac{2}{3} \cdot 0,7$; б) $-9,8 \cdot (-11,3)$.

• а) $-1\frac{2}{3} \cdot 0,7 = -\left(1\frac{2}{3} \cdot 0,7\right) = -\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{10}\right) = -\frac{7}{6} = -1\frac{1}{6}$;

б) $-9,8 \cdot (-11,3) = 9,8 \cdot 11,3 = 110,74$. •

Устно



1150. Какой знак имеет произведение:

а) $-5 \cdot (-1,2)$; б) $7 \cdot (-89)$; в) $-3 \cdot 0,6$; г) $0 \cdot (-1,89)$?

1151. Вычислите:

а) $8 \cdot 6$; б) $8 \cdot (-6)$; в) $-8 \cdot 6$; г) $-8 \cdot (-6)$;
д) $7 \cdot (-4)$; е) $(-7) \cdot (-4)$; ж) $-5 \cdot 4$; з) $-100 \cdot 0$.

1152. Какой знак имеет произведение ab , если:

а) $a > 0$; $b > 0$; б) $a > 0$; $b < 0$; в) $a < 0$; $b < 0$;
г) $a < 0$; $b > 0$; д) $a < 0$; $b = 0$; е) $a = 0$; $b > 0$?

Уровень А



Выполните умножение:

1153. а) $-15 \cdot 7$; б) $-16 \cdot (-5)$; в) $-12 \cdot (-9)$; г) $7 \cdot (-13)$.



1054. а) $11 \cdot 72$; б) $-11 \cdot (-72)$; в) $-11 \cdot 72$; г) $11 \cdot (-72)$.

1155. а) $-0,2 \cdot 3$; б) $2 \cdot (-0,6)$; в) $(-1,2) \cdot (-2)$; г) $-0,1 \cdot (-20)$.

1156. а) $-16 \cdot 2,5$; б) $-4 \cdot (-10,5)$; в) $-1,2 \cdot (-0,8)$; г) $8 \cdot (-4,05)$.



1157. а) $-1,8 \cdot 4$; б) $-7 \cdot (-1,2)$; в) $0,4 \cdot (-100)$; г) $-0,1 \cdot (-17,2)$.

1158. а) $-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; б) $5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$; в) $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $-\frac{2}{9} \cdot (-3)$.

1159. а) $-5 \cdot 3\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{9} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right)$; в) $-3\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$; г) $-5\frac{1}{4} \cdot 4$.



1160. а) $-12 \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{15} \cdot (-5)$; в) $-\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$; г) $1\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$.

Найдите значение выражения:

1161. $-12b$ при $b = 1$; $b = -1$; $b = 0,75$; $b = -6,5$.



1162. $-25a$ при $a = -1$; $a = 8$; $a = -0,16$; $a = 6,4$.

1163. Заполните таблицу:

x	5	-3	-0,3	0,5	$\frac{3}{8}$	$-1\frac{1}{4}$
$-0,2x$						

Вычислите:

1164. а) $-16 + 8 \cdot (-0,5)$; б) $-2 \cdot (-1,8 - 1,2)$; в) $5\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) + 6$.



а) $-0,4 \cdot (-10) - 7$; б) $(0,1 - 0,6) \cdot 8$; в) $\frac{3}{5} \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right) - \frac{2}{3}$.

1166. Запишите в виде произведения:

а) $x + x + x + x + x$; б) $3x + 3x + 3x + 3x$; в) $-a - a - a$.

1167. Поставьте вместо звездочки знак «<» или «>» так, чтобы получилось верное неравенство:

а) $-7,2 \cdot (-15) * 100$; б) $100 \cdot (-3) * 300$; в) $0,2 \cdot (-14) * -2,5$.

Уровень Б



Вычислите:

1168. а) $(-7,6 - 5,8 + 4,5) \cdot (6,3 - 8,2)$; б) $-2,69 \cdot (-0,8) + 0,7 \cdot (4,3 - 7,8)$;
в) $-10,8 \cdot (-7,6 - 6,8 \cdot (-3,5))$; г) $(-7,65 \cdot (-0,4) - 5) \cdot (3 - 1,02)$.

1169. а) $5,6 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) - (-5) \cdot 3\frac{1}{3}$; б) $-0,75 \cdot \frac{2}{9} - 7\frac{1}{9} \cdot (-0,3)$;

в) $(-3,4) \cdot \left(1 - 1\frac{10}{17} \cdot \left(-\frac{4}{27}\right)\right)$; г) $\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(3\frac{4}{9} - 1,5\right)$.



а) $-20,5 \cdot (-46) - 9,8 \cdot (-1,05)$; б) $1,2 \cdot (-6,39 + 4,84) - \frac{5}{6} \cdot 24,6$;
 в) $-4 \frac{8}{15} \cdot (-1,5) - 3 \frac{1}{3} \cdot (-1 \frac{3}{5})$; г) $-3 \frac{4}{7} \cdot (-2 \frac{1}{2} + 3,7 - 5 \frac{4}{5})$.

1171. Запишите каждое из чисел -5 ; -10 ; 9 ; $-0,6$; $-1,8$ в виде произведения двух множителей, один из которых равен -1 .



Запишите каждое из чисел 1 ; 9 ; 16 ; 100 в виде произведения двух равных множителей. Сколькими способами это можно сделать?

1173. Запишите каждое из чисел -1 ; -9 ; -16 ; -100 в виде произведения двух противоположных чисел.

1174. Подберите корень уравнения:

а) $-6 \cdot x = -4,2$; б) $8 \cdot x = -5,6$; в) $-11 \cdot x = -77$.



Какие из чисел -4 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 являются корнями уравнения $x(x+2)=0$?

1176. Для каких значений a и b верны записи:

а) $ab > 0$; б) $ab < 0$; в) $ab = 0$?



О трех числах a , b и c известно, что $ab < 0$, $bc > 0$. Может ли произведение ac быть равным -2 ; 2 ; 0 ?

1178. О четырех числах a , b , c и d известно, что $ab > 0$, $bc < 0$, $cd > 0$. Найдите знак произведения ad .

Разминка для ума



1179. Какой цифрой оканчивается произведение 21-го множителя, каждый из которых равен 4?

Упражнения для повторения



1180. Сумма двух чисел равна $12,5$, причем одно число в 4 раза больше другого. Найдите эти числа.

1181*. Сумма двух чисел равна 132 , причем одно из них оканчивается нулем. Если этот нуль зачеркнуть, то получится другое число. Найдите эти числа.

1182. Первый насос наполняет бассейн за 20 мин, а второй — за 30 мин. За какое время наполнят бассейн оба насоса, работая вместе?

1183. Запишите сумму двух выражений и упростите ее:

а) $-5,6 + a$ и $-a - 0,8$; б) $14,2 - b$ и $b - (21 - b)$.

1184. Вычислите:

а) $125 \cdot 17 \cdot 8 \cdot 3$:

б) $2,5 \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 0,6$:

в) $\frac{1}{23} \cdot 1\frac{3}{17} \cdot 4\frac{1}{4} \cdot 46$.

39. Переместительное и сочетательное свойства умножения. Коэффициент

Для умножения рациональных чисел справедливы переместительное и сочетательное свойства.



Переместительное свойство: для любых рациональных чисел a и b справедливо равенство:

$$ab = ba.$$

Для положительных чисел это свойство было установлено раньше. Проверим на примерах, что оно выполняется и тогда, когда один или оба множителя являются отрицательными числами:

$$\begin{aligned} -5 \cdot 1,4 &= 1,4 \cdot (-5), & \text{бо } -5 \cdot 1,4 &= -7 \text{ и } 1,4 \cdot (-5) = -7; \\ -2,5 \cdot (-3) &= -3 \cdot (-2,5), & \text{бо } -2,5 \cdot (-3) &= 7,5 \text{ и } -3 \cdot (-2,5) = 7,5. \end{aligned}$$



Сочетательное свойство: для любых рациональных чисел a , b и c справедливо равенство:

$$(ab)c = a(bc).$$

Проверим это равенство, взяв $a = -2$, $b = -5$, $c = -4$:

$$\begin{aligned} (-2 \cdot (-5)) \cdot 4 &= 10 \cdot 4 = 40; & \text{Следовательно, } (-2 \cdot (-5)) \cdot 4 &= -2 \cdot (-5 \cdot 4). \\ -2 \cdot (-5 \cdot 4) &= -2 \cdot (-20) = 40. \end{aligned}$$

Для любого рационального числа a справедливы равенства:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a \cdot (-1) = -1 \cdot a = -a; \quad a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Рассмотрим выражение $1,5a$. Оно содержит числовой множитель $1,5$ и буквенный a . Числовой множитель $1,5$ называют *числовым коэффициентом* выражения $1,5a$, или просто *коэффициентом*. Коэффициентом выражения $-4ab$ является число -4 . Коэффициенты записывают перед буквенными множителями.

Так как $a = 1 \cdot a$, то считают, что коэффициент выражения a равен 1 . Так как $-a = (-1) \cdot a$, то коэффициент выражения $-a$ равен -1 .

Используя переместительное и сочетательное свойства умножения, упростим выражение $1,5a \cdot (-4b)$:

$$1,5a \cdot (-4b) = 1,5 \cdot a \cdot (-4) \cdot b = (1,5 \cdot (-4)) \cdot (a \cdot b) = -6ab.$$

Прочитайте



1. Найти коэффициент произведения:

а) $-5b \cdot (-7c)$; б) $a \cdot (-b)$; в) $-a \cdot (-b)$.

• а) $-5b \cdot (-7c) = -5 \cdot b \cdot (-7) \cdot c = (-5 \cdot (-7)) \cdot (b \cdot c) = 35bc$; коэффициент 35.

б) $a \cdot (-b) = a \cdot (-1) \cdot b = (-1) \cdot a \cdot b = -ab$; коэффициент -1 .

в) $-a \cdot (-b) = (-1) \cdot a \cdot (-1) \cdot b = (-1 \cdot (-1)) \cdot a \cdot b = ab$; коэффициент 1. •

Устно



1185. Найдите знак произведения:

а) $(-2) \cdot (-7) \cdot 5 \cdot (-9)$; б) $9 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-8) \cdot (-7) \cdot (-1)$.

1186. Положительным или отрицательным числом является произведение:

а) трех отрицательных чисел;

б) трех чисел, одно из которых положительное, а два — отрицательные;

в) трех чисел, одно из которых отрицательное, а два — положительные;

г) четырех отрицательных чисел?

1187. Назовите коэффициенты выражений: $3xy$; $-y$; $-1,2a$; $-\frac{1}{3}b$; m ; $-2abc$.

Уровень А



Вычислите:

1188. а) $-15 \cdot 7 \cdot (-4)$; б) $25 \cdot (-6) \cdot 8$; в) $-4 \cdot (-25) \cdot (-7)$;

г) $-0,25 \cdot (-7) \cdot 8$; д) $4 \cdot 0,01 \cdot (-1,5)$; е) $7 \cdot 2,5 \cdot (-16)$.

1189. а) $-\frac{2}{3} \cdot (-5) \cdot 1\frac{1}{2}$; б) $-\frac{3}{7} \cdot 8 \cdot 3\frac{1}{2}$; в) $\frac{7}{9} \cdot (-4) \cdot \left(-\frac{9}{14}\right)$.

1190. а) $-125 \cdot 1,5 \cdot (-8) \cdot 6$; б) $-4 \cdot (-0,4) \cdot 79 \cdot (-5) \cdot (-25)$;

в) $-5 \cdot (-25) \cdot (-1,25) \cdot (-64)$; г) $-0,5 \cdot (-25) \cdot 20 \cdot (-1,6)$.



а) $-6 \cdot (-13) \cdot 5$; б) $-16 \cdot 7 \cdot (-5)$; в) $20 \cdot (-9) \cdot (-25)$;

г) $25 \cdot (-7,02) \cdot 4$; д) $-8 \cdot 4,8 \cdot (-2,5)$; е) $6 \cdot (-4,5) \cdot (-4) \cdot 25$.

1192. Найдите значение выражения $-0,2xy$, если:

а) $x = -0,17$; $y = 10$;

б) $x = 3,8$; $y = 0,5$.



Найдите значение выражения $4,5ab$, если:

а) $a = -19$; $b = 4$;

б) $a = -1,25$; $b = -40$.

Упростите выражение и найдите его коэффициент:

1194. а) $-7,2 \cdot x \cdot 10$;

б) $2,5 \cdot a \cdot (-4) \cdot b$;

в) $-2,4 \cdot x \cdot (-3)$;

г) $-8 \cdot 5 \cdot a \cdot (-2) \cdot b$;

д) $-5a \cdot \left(-\frac{3}{5}b\right) \cdot 2$;

е) $-\frac{3}{4}a \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 4b$.



а) $x \cdot (-1,5) \cdot 4$;

б) $-0,8 \cdot a \cdot (-5) \cdot 15$;

в) $-2,5x \cdot y \cdot (-0,4)$;

г) $-\frac{1}{2}x \cdot 2y$;

д) $-\frac{4}{7} \cdot a \cdot 14$;

е) $64a \cdot \frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{3}{8}b\right)$.

Вычислите:

1196. а) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$;

б) $(-0,1)^2 \cdot (-0,2)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3$.



а) $(-5)^2 \cdot (-3)^3$;

б) $(-0,4)^2 \cdot (-0,1)^3$.

Уровень Б



Вычислите:

1198. а) $\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 1,4 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$;

б) $-4,5 \cdot 3\frac{3}{11} \cdot (-20) \cdot 4\frac{7}{12} \cdot \left(-\frac{1}{40}\right)$;

в) $-1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7)$;

г) $-5 \cdot (-2,5) \cdot (-1,25) \cdot (-0,625) \cdot (-1024)$.



а) $\frac{5}{7} \cdot \left(-2\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{1}{19} \cdot (-7)$;

б) $-7,5 \cdot 6\frac{3}{5} \cdot (-8) \cdot \frac{2}{15} \cdot \left(-\frac{5}{11}\right)$;

в) $-5 \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$.

Упростите выражение:

1200. а) $-6,4 \cdot \left(-\frac{3}{4}x\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}y\right)$;

б) $5,25x \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{36}b\right)$;

в) $-0,001x \cdot \left(-66\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{5}$;

г) $16\frac{2}{3}x \cdot 0,1y \cdot 9$.



а) $-24 \cdot \left(-2\frac{1}{8}y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x\right)$;

б) $0,25ac \cdot 3\frac{1}{5} \cdot \left(-2\frac{1}{4}b\right)$.

1202. Найдите произведение всех целых чисел, удовлетворяющих условию:

а) $-4 < x < 3$;

б) $-50 < x < 100$.

1203*. Среди трех разных чисел a , b и c число a является наименьшим, а число c — наибольшим. Найдите знак числа b , если:

а) $abc > 0$ и $ac < 0$;

б) $abc > 0$ и $ac > 0$;

в) $abc > 0$ и $a + c = 0$;

г) $abc < 0$ и $ab < 0$;

д) $abc < 0$ и $c > 0$;

е) $a + b = 0$.

Разминка для ума



1204. Найдите наименьшее пятизначное число, кратное 360, все цифры которого разные.

Упражнения для повторения



1205. Из города A в город B , расстояние между которыми 450 км, выехал автомобиль со скоростью 75 км/ч. На каком расстоянии от города B будет автомобиль через 3,5 ч?

1206. Из городов A и B , расстояние между которыми 420 км, одновременно выехали навстречу друг другу два автомобиля. Скорость одного из них 70 км/ч, а другого — 75 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилями через 1,5 ч?

1207. Моторная лодка догоняет плот. В данный момент расстояние между ними 45 км. Какое расстояние будет между лодкой и плотом через 2,5 ч, если скорость лодки по течению реки 18 км/ч, а скорость течения — 3 км/ч?

1208. Вычислите:

а) $76 \cdot 63 + 76 \cdot 18 + 76 \cdot 9$;

б) $637 \cdot 36 - 165 \cdot 36 + 36 \cdot 28$;

в) $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right) \cdot 24$.

40. Распределительное свойство умножения.

Приведение подобных слагаемых

Для рациональных чисел справедливо *распределительное свойство* умножения относительно сложения.



Для любых рациональных чисел a , b и c справедливо равенство:

$$(a + b)c = ac + bc.$$

Проверим это равенство, взяв, например, $a = -4$; $b = 7$; $c = -5$:

$$(-4 + 7) \cdot (-5) = 3 \cdot (-5) = -15; \quad -4 \cdot (-5) + 7 \cdot (-5) = 20 + (-35) = -15.$$

Итак, $(-4 + 7) \cdot (-5) = -4 \cdot (-5) + 7 \cdot (-5)$.

Замену выражения $(a + b)c$ выражением $ac + bc$ или выражения $c(a + b)$ выражением $ca + cb$ называют *раскрытием скобок*. Например:

$$-5 \cdot (2a + 3b) = -5 \cdot 2a + (-5) \cdot 3b = -10a - 15b.$$

Замену выражения $ac + bc$ выражением $(a + b)c$ или выражения $ca + cb$ выражением $c(a + b)$ называют *вынесением общего множителя за скобки*. Например:

$$3b - 9b + 2b = 3 \cdot \underline{b} - 9 \cdot \underline{b} + 2 \cdot \underline{b} = (3 - 9 + 2) \cdot b = -4b.$$

В выражении $3b - 9b + 2b$ слагаемые $3b$, $-9b$ и $2b$ называют *подобными*. Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть и могут отличаться друг от друга только коэффициентами.

Записав выражение $3b - 9b + 2b$ в виде $-4b$, мы сложили или, еще говорят, *привели подобные слагаемые*. При этом коэффициент -4 в выражении $-4b$ равен сумме коэффициентов слагаемых $3b$, $-9b$ и $2b$ ($3 + (-9) + 2 = -4$).



Чтобы привести подобные слагаемые, нужно сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

В выражении может быть несколько групп подобных слагаемых. При упрощении таких выражений нужно сначала выделить группы подобных слагаемых, а потом в каждой группе привести подобные. Например:

$$\underline{4a} - \underline{5b} + 3 - \underline{2a} - \underline{3b} = 2a - 8b + 3.$$

Прочитайте



1. Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые:

а) $3(5c - 4) - 2(3 - 2c)$; б) $-(x + 3) - 3(-2x + 3)$.

• а) $3(5c - 4) - 2(3 - 2c) = \underline{15c} - 12 - 6 + \underline{4c} = 19c - 18$;

б) $-(x + 3) - 3(-2x + 3) = -\underline{x} - 3 + \underline{6x} - 9 = 5x - 12$. •

2. Решить уравнение:

а) $5x - 3x = 4$;

б) $3(2x + 3) - (5x + 2) = 0$.

• а) $5x - 3x = 4$; $2x = 4$; $x = 4 : 2$; $x = 2$.

б) $3(2x + 3) - (5x + 2) = 0$; $6x + 9 - 5x - 2 = 0$; $x + 7 = 0$; $x = 0 - 7$; $x = -7$. •

3. В выражении $2ab + 4ac$ вынести общий множитель за скобки.

• $2ab + 4ac = \underline{2a} \cdot b + \underline{2a} \cdot 2c = 2a(b + 2c)$. •

Устно



1209. Назовите подобные слагаемые в выражении:

а) $x - 2y + 3x - y$;

б) $7b - a - 2ab + b + 3ab$.

1210. Приведите подобные слагаемые:

а) $5x - 4x$;

б) $4a - a$;

в) $5x - 7x$;

г) $4a - 5a + a$.

Уровень А



Вычислите:

1211. а) $4 \cdot (-3) + 4 \cdot 7$;

б) $21 \cdot 3 - 31 \cdot 3$;

в) $27 \cdot 2,5 - 17 \cdot 2,5$;

г) $25 \cdot (-9) + 5 \cdot (-9)$;

д) $54 \cdot (-8) + 54 \cdot 9$;

е) $25 \cdot 90 + 25 \cdot (-86)$.

1212. а) $-17 \cdot 25 - 5 \cdot (-17)$;

б) $2,7 \cdot 19 - 3,7 \cdot 19$;

в) $91 \cdot 31 - 32 \cdot 91 + 91$;

г) $1,4 \cdot 1,9 - 3,2 \cdot 1,4 - 1,4 \cdot 8,7$;

д) $-5 \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5}$;

е) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{12} - \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{9} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9}$.

1213. а) $6 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$;

б) $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) \cdot (-63)$;

в) $12 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$.



а) $27 \cdot 19 - 37 \cdot 19$;

б) $-3,4 \cdot 25 + 45 \cdot 3,4$;

в) $9 \cdot 36 - 26 \cdot 9 + 9 \cdot 9$;

г) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}$;

д) $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) \cdot 12$;

е) $7 \cdot \left(5 - \frac{5}{7}\right)$.

Раскройте скобки:

1215. а) $(x - y) \cdot 5$;

б) $(a + b - c) \cdot 4$;

в) $(2x - y) \cdot (-3)$;

г) $-2a(b + 2c - 3m)$;

д) $-a(6b - 5c)$;

е) $(-a + 3b + c) \cdot (-2x)$.



а) $3(a - c)$;

б) $-6(2a + b)$;

в) $(-4a - 3b) \cdot 5$;

г) $a(3b - 4c)$;

д) $(x + y - z) \cdot (-a)$;

е) $-5a(-2b + 4c - d)$.

Вынесите за скобки общий множитель:

1217. а) $7x + 7y$;

б) $15x - 10y$;

в) $10m - mk$;

г) $16a + 8ab$;

д) $4ab + 6ac$;

е) $3ma - 6mb - 6mc$.



а) $10m - 15n$;

б) $12ad + 4d$;

в) $4mk - 10mp$.

1219. Вынесите за скобки общий множитель и выполните действия:

а) $15 \cdot 19 + 30 \cdot 3$;

б) $90 \cdot 7 - 60 \cdot 8$;

в) $50 \cdot 17 + 25 \cdot 3$.

Приведите подобные слагаемые:

1220. а) $9a - 13a + 2a$;

б) $5a - 6a + 2a - 10a$;

в) $-9x + 7x - 5x + 2x$;

г) $2,8b - b + 2,8b - b$;

д) $-4x - 7 - 5x + 10x$;

е) $5a + b - 7b + 3a$;

ж) $-7a + 5a - x - 6x$;

з) $12x - 11 + 4a - 7x$;

и) $8a - 9x + 4 - a + x$.



а) $3c + 7c - 8c$;

б) $16a - 5a + 7a - 11a$;

в) $-4t + 3t - 8 - 7t$;

г) $8x - 8y + 2y - 6x$;

д) $4,5a - 7b - 1,5a + 1$;

е) $-a + 3b - 4b + 1,5a$.

Уровень Б



Упростите выражение:

1222. а) $3(-2x + 5) + 4(x - 2)$;

б) $-(2a - 3) - 2(3a - 1)$;

в) $-5(-3x + 2) - (9 - x)$;

г) $(3b - 1) \cdot (-5) + (4 + b) \cdot (-2)$.



а) $(5x - 3) \cdot 2 - 5(3 - 2x)$;

б) $-(3a - 2) + 5(a - 2)$.

1224. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $-5(c + 2) - (2c - 3)$ при $c = 1,5$;

б) $4x - 3a - 5x + 4a$ при $a = -0,27$; $x = 0,07$.

1225. Вычислите, используя распределительное свойство умножения:

а) $-23 \cdot (-99)$;

б) $98 \cdot (-11)$;

в) $999 \cdot (-17)$.

Упростите выражение:

1226. а) $0,7x - 0,9x + \frac{1}{2}x$;

б) $-\frac{1}{4}b + 1\frac{1}{4}b - \frac{1}{2}b$;

в) $\frac{2}{5}a + \frac{2}{3}b - b + 0,4a$;

г) $-7(a - 2b + 2) + (5a - 5) \cdot (-2)$;

д) $a(3x - 2y + 5) - 2a(-2x - y)$;

е) $-6\left(\frac{1}{6}a + \frac{2}{3}b - \frac{1}{2}c\right) + 4a + 7b$.



а) $1\frac{1}{3}a - \frac{2}{3}a - a$;

б) $\frac{3}{5}b + \frac{1}{10}b - \frac{7}{10}b$;

в) $(2x - y - 3) \cdot (-2) - 2(2x - y)$;

г) $2x(a - 3b + 5c) - x(2a - 4b)$.

Решите уравнение:

1228. а) $3x + 2 - x = 6$;

б) $3(x - 1) - x = 0$;

в) $7 - 3y + 4y - 4 = -1$.



а) $7x - 8 - 6x + 3 = -5$;

б) $4(x - 5) - 3x + 6 = -2$.

1230. Вынесите за скобки общий множитель:

а) $54xy - 63xz$;

б) $10ab - 15bc - 25b$;

в) $42ax - 70ay - 84az$.

Вычислите рационально:

1231. а) $78 \cdot 62 + 13 \cdot 78 - 75 \cdot 68$;

б) $54 \cdot 36 - 42 \cdot 54 + 6 \cdot 74$;

в) $478 \cdot 27 + 28 \cdot 478 - 678 \cdot 55$;

г) $4,8 \cdot 6,5 - 8,5 \cdot 6,8 + 2 \cdot 4,8$.



а) $36 \cdot 28 + 36 \cdot 39 - 67 \cdot 46$;

б) $3,4 \cdot 4,5 - 3,4 \cdot 10,6 + 6,1 \cdot 4,4$.

Разминка для ума



1233. Оля в 6 раз моложе своего прадеда. Она заметила, что когда между цифрами числа ее лет поставить нуль, то получится запись возраста прадеда. Сколько лет Оле?

Упражнения для повторения



1234. Первый рабочий может выполнить заказ за 6 дней, а второй — за 15 дней. Сначала 2 дня над заказом работал первый рабочий, а закончил работу второй. Сколько дней работал второй рабочий?
- 1235*. Из двух городов выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. За 1 ч первый автомобиль проехал $\frac{1}{6}$ пути между городами, а второй — $\frac{1}{4}$ этого пути. Через какое время после выезда автомобили встретятся? Найдите скорость каждого автомобиля, если первый автомобиль проехал до места встречи 144 км.
1236. Найдите значение выражения:
а) $(3x)^2$ при $x = 2$; $x = -2$; б) $a^3 - 12$ при $a = -2$; $a = 3$.
1237. а) Произведение двух чисел равно 2, а одно из них — 8. Найдите второе число.
б) Найдите делимое, если делитель равен 3,75, а частное — 4.
в) Найдите делитель, если делимое равно 3,75, а частное — 0,25.

41. Деление рациональных чисел

Деление двух отрицательных чисел и двух чисел с разными знаками имеет тот же смысл, что и деление положительных чисел: по данному произведению и одному из множителей при помощи деления находят другой множитель. Так как $(-3) \cdot 5 = -15$, то

$$-15 : (-3) = 5.$$

Какой знак имеет делимое; делитель? Какой знак имеет частное? Какова зависимость между модулем частного и модулями делимого и делителя?

В равенстве $-15 : (-3) = 5$ имеем: -15 — делимое, -3 — делитель, 5 — частное. Найдём модули каждого из этих чисел: $|-15| = 15$; $|-3| = 3$; $|5| = 5$. Видим, что модуль частного можно найти, разделив модуль делимого на модуль делителя. Делимое и делитель — отрицательные числа, а частное — положительное число.



Частным двух отрицательных чисел является число положительное. Чтобы найти модуль частного, нужно модуль делимого разделить на модуль делителя.

Итак, чтобы найти частное двух отрицательных чисел, достаточно разделить модули этих чисел.

$$-15 : (-3) = 15 : 3 = 5.$$

Так как $(-3) \cdot 5 = -15$, то $-15 : 5 = -3$.

Какой знак имеет делимое; делитель? Какой знак имеет частное? Как найти модуль частного?

В равенстве $-15 : 5 = -3$ модуль частного также можно найти, разделив модуль делимого на модуль делителя. Делимое и делитель имеют разные знаки, частное является числом отрицательным.

$$-15 : 5 = -(|-15| : |5|) = -(15 : 5) = -3.$$



Частным двух чисел с разными знаками является число отрицательное. Чтобы найти модуль частного, нужно модуль делимого разделить на модуль делителя.

Особые случаи деления:

$$a : a = 1; \quad a : 1 = a; \quad 0 : a = 0,$$

где a — любое рациональное число, причем в первой и последней равенствах $a \neq 0$.

~~$a : 0$~~

На 0 делить нельзя

Прочитайте



1. Вычислить: а) $1\frac{7}{8} : (-1\frac{1}{4})$; б) $-25,116 : (-3,12)$.

• а) $1\frac{7}{8} : (-1\frac{1}{4}) = -(1\frac{7}{8} : 1\frac{1}{4}) = -1\frac{1}{2}$.

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{1}{4} = \frac{15}{8} : \frac{5}{4} = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

б) $-25,116 : (-3,12) = 25,116 : 3,12 = 8,05$. •

Устно



1238. Какой знак имеет частное:

а) $-18 : (-12)$;

б) $-99 : 12$;

в) $40 : (-32)$?

1239. Верно ли выполнено деление:

а) $-48 : 6 = -8$;

б) $0,9 : (-1) = 0,9$;

в) $-4,5 : (-1,5) = -3$?

1240. Вычислите:

а) $(-40) : (-2)$;

б) $-125 : 5$;

в) $0 : (-51)$;

г) $203 : (-10)$.

Уровень А



1241. Вычислите:

а) $-56 : 14$;

б) $80 : (-16)$;

в) $-90 : (-15)$;

г) $-25,3 : 0,1$.

Найдите частное:

1242. а) $-4,5 : 9$;

б) $-5 : (-0,5)$;

в) $38,6 : (-3,86)$;

г) $-9,6 : (-4,8)$;

д) $-5,2 : 0,01$;

е) $-6,6 : (-1,1)$.

1243. а) $-\frac{1}{2} : (-\frac{1}{4})$;

б) $\frac{1}{3} : (-\frac{1}{6})$;

в) $\frac{3}{4} : (-\frac{3}{8})$.



а) $-63 : 21$;

б) $-48 : (-12)$;

в) $75 : (-15)$;

г) $3,6 : (-4)$;

д) $-2,5 : (-7,5)$;

е) $-8,64 : 1,2$;

ж) $-56,68 : (-0,01)$;

з) $-2 : 0,05$;

и) $-3 : (-\frac{3}{7})$.

Вычислите:

1245. а) $(-28) : (-4) - 10$;

б) $-65 : 13 + 90 : (-15)$;

в) $(7 - 10) \cdot (-18) + 42 : (-7)$;

г) $15 - (4 + 8 : (-2)) - 6$.



а) $-42 : 14 - 18 : (-2)$; б) $-60 : 12 + (-2 - 8) \cdot 5$; в) $-4\frac{1}{2} : (-9) - 3$.

1247. Найдите значение выражения $12 : x - 4,6$ при $x = -3$; $x = -1,5$; $x = 4$; $x = -0,5$.

Решите уравнение:

1248. а) $-2x = 10$;

б) $-3x = -9$;

в) $0,2x = -4$;

г) $-1,2x = 3,6$;

д) $-\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}$;

е) $-\frac{2}{3}x = -1\frac{1}{3}$.



а) $4x = -10$;

б) $-0,4x = -2$;

в) $\frac{2}{7}x = -\frac{1}{14}$.

Уровень Б



Выполните действия:

1250. а) $6,25 : \left(-\frac{1}{5}\right)$;

б) $-0,78 : \left(-2\frac{3}{5}\right)$;

в) $-4\frac{2}{9} : 1,9$;

г) $-3\frac{2}{5} : (-1,7)$;

д) $-0,32 : \frac{1}{10}$;

е) $-1,25 : 3\frac{7}{12}$.

1251. а) $880 : (300 - 350) + 150 : (35 - 45) - 80$;

б) $(27 - 24 : (8 - 11)) \cdot (-9 + 8 : (27 - 35))$;

в) $-1,2 : (1,5 - 1,8) + 0,35 : (0,83 - 0,9)$;

г) $-0,9 - \frac{3}{19} \cdot \left(4\frac{11}{50} - 28,07 : 3,5\right)$.



а) $-81 : (83 - 110) + 25 \cdot (-11 + 36 : (-4))$;

б) $(-1,6 + 4,4) : 0,7 + 0,85 : (-1,7)$;

в) $4 \cdot 0,85 - \frac{1}{7} : \frac{5}{14} - 1,56 : (-0,3)$.

Решите уравнение:

1253. а) $3(2x - 11) = -21$;

б) $-2(5 - 2x) = -14$;

в) $-5(x + 3) + 3 = -17$;

г) $0,4x + 12 = -0,16$;

д) $|2x| + 1 = 6$;

е) $|5x - 3| = 8$.



а) $-3(3x + 1) = 15$;

б) $2 + 3(x - 3) = -13$;

в) $|4x| + 3 = 27$.

Разминка для ума



1255. Может ли дробь, числитель которой меньше знаменателя, быть равной дроби, числитель которой больше знаменателя?



1256. Найдите площадь круга, диаметр которого 14 см.
1257. Найдите площадь кольца, диаметр внешней окружности которого 20 см, а внутренней — 16 см.
1258. Сторона первого квадрата 1 м, а второго — на 10% больше. На сколько процентов площадь второго квадрата больше площади первого?
1259. На соревнованиях лыжник под номером 9 стартовал через 4 мин после лыжника под номером 1. Пробежав 10 мин, лыжник №9 отставал от лыжника №1 на 950 м. Найдите скорость лыжника №9, если скорость лыжника №1 равна 300 м/мин.
1260. Найдите число a , при котором корнем уравнения $2x + a = 4$ является $x = 2$.

42. Решение уравнений

На рисунке 50 изображены весы, находящиеся в равновесии. На одной чаше весов лежат арбуз и гири массой 1 кг, а на другой чаше — гири общей массой 6 кг.



Рис. 50

Пусть масса арбуза равна x кг, тогда получим уравнение:

$$x + 1 = 6.$$

Снимем с обеих чаш гири массой 1 кг. Весы останутся в равновесии.

Поэтому получим уравнение:

$$x + 1 - 1 = 6 - 1 \quad \text{или} \quad x = 6 - 1.$$

Сравним уравнения:

$$x + 1 = 6 \quad \text{и} \quad x = 6 - 1.$$

Как можно получить второе уравнение из первого?

Второе уравнение можно получить из первого, если перенести слагаемое 1 из левой части уравнения в правую, изменив знак слагаемого на противоположный.

На рисунке 51 вы видите весы, находящиеся в равновесии. На одной чаше лежат 4 батона, а на второй — 2 батона и гиря массой 1 кг.



Рис. 51

Пусть масса одного батона x кг, тогда получим уравнение:

$$4x = 2x + 1.$$

Снимем с обеих чаш по 2 батона, весы останутся в равновесии, поэтому получим уравнение:

$$4x - 2x = 2x - 2x + 1 \quad \text{или} \quad 4x - 2x = 1.$$

Сравним уравнения:

$$4x = 2x + 1 \quad \text{и} \quad 4x - 2x = 1.$$

Как можно получить второе уравнение из первого?

Второе уравнение можно получить из первого, если из правой части перенести в левую слагаемое $2x$, изменив его знак на противоположный.

Итак, приходим к выводу:



решая уравнение, слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, изменяя при этом их знаки на противоположные.

Пусть нужно решить уравнение $4x + 3 = 6x - 5$.

Перенесем слагаемое $6x$ из правой части уравнения в левую, а слагаемое 3 — из левой части в правую, изменив знаки этих слагаемых на противоположные:

$$4x - 6x = -5 - 3.$$

Упростим левую и правую части уравнения: $-2x = -8$.

Найдем неизвестный множитель: $x = -8 : (-2)$; $x = 4$.

Проверка: Левая часть: $4 \cdot 4 + 3 = 16 + 3 = 19$.

Правая часть: $6 \cdot 4 - 5 = 24 - 5 = 19$.

Обе части уравнения имеют равные значения при $x = 4$. Поэтому число 4 является корнем уравнения.

Прочитайте



1. Решить уравнение $5(2x - 1) = 4x - 23$.

• $5(2x - 1) = 4x - 23$; $10x - 5 = 4x - 23$; $10x - 4x = -23 + 5$; $6x = -18$;
 $x = -18 : 6$; $x = -3$. •

Устно



1261. Объясните каждый шаг решения уравнения:

а) $7(x-2)=5x$;

$7x-14=5x$;

$7x-5x=14$;

$2x=14$;

$x=14:2$;

$x=7$;

б) $11x-3-7x=-6-2x+9$;

$4x-3=3-2x$;

$4x+2x=3+3$;

$6x=6$;

$x=6:6$;

$x=1$.

Уровень А



1262. Перенесите из левой части уравнения в правую слагаемое, которое не содержит неизвестного:

а) $-5x+1,2=2x+11$;

б) $4x-9=-x-5,2$.

1263. Перенесите в левую часть уравнения все слагаемые, которые содержат неизвестное, а в правую — все слагаемые, которые не содержат неизвестного:

а) $17x-5=8x+5,6$;

б) $-11y+7=-3y-10$.

Решите уравнение:

1264. а) $7x-5=6x+1$;

б) $4x-3=2x+5$;

в) $9-8y=-6y+1$;

г) $6m+3=7m+8$;

д) $-9m-2=9m-2$;

е) $-9a+6=-10a+15$;

ж) $4y+7=-5+4y$;

з) $0,7x+1,6=-0,1x$;

и) $-4,5x-3=2,7x+15$.



а) $5x-5=2x-7$;

б) $x-9=3x-6$;

в) $4,5y+1=-5+5y$;

г) $11x-1,8=7x+1,4$;

д) $5,6x-1=-1+6x$;

е) $5,7m-13,75=8,2m$.

1266. а) $4(x-5)=3x$;

б) $6(x+2)=18$;

в) $-2(2x+4)=-3x$;

г) $2(x+3)=3(x-4)$;

д) $-(3x+1)=2x$;

е) $3(2x-5)=5x+3$.



а) $5x-4=3(x-6)$;

б) $-(x+4)=2(x-3)$;

в) $7(3x-1)=-4x+23$.

Уровень Б



Решите уравнение:

1268. а) $39-7y+17=3y+16$;

б) $15-6x=2x-5x-3$;

в) $2(y-6)-3y=4y-y$;

г) $2(x+1,5)-2=x-3$;

д) $5,6x-6+1,4x=2,5(x-1)$;

е) $-0,3(3-x)=0,3x+0,3(5x+2)$;

$$\text{ж)} \frac{2}{3}x - 4 = -\frac{1}{6}x + 1;$$

$$\text{з)} -2\frac{4}{5} - 3x = -1\frac{1}{4}x;$$

$$\text{и)} \frac{4}{9}x + 3\frac{1}{3} = \frac{2}{3}x + 2;$$

$$\text{к)} \left(x + 4\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{9}{14}x - \frac{1}{6};$$

$$\text{л)} 3\frac{1}{8}x - (3,5 - 2x) = 3\left(2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3}x\right).$$



$$\text{а)} 3(3x - 1) + 5 = 8(x + 2) + 3;$$

$$\text{б)} -5(y - 7) = 30 - (2y + 1);$$

$$\text{в)} -4,5(x + 3) - 1 = 7,2 - 5(x - 2);$$

$$\text{г)} 3(2,4t - 3,5) + 6 = 9,7t - 3;$$

$$\text{д)} 2 - \frac{2}{5}x = -\frac{1}{5}x + 3;$$

$$\text{е)} x - 2\frac{4}{7} = -\frac{1}{7}x;$$

$$\text{ж)} 1\frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}x + 2;$$

$$\text{з)} 5\frac{1}{3} - 4\frac{2}{9}x = \frac{1}{9} \cdot (x - 3);$$

$$\text{и)} \left(\frac{3}{5} + 3\frac{5}{6}x\right) \cdot (-6) = 6 - \left(3x - 1\frac{1}{2}\right).$$

Разминка для ума



1270. Из города A в город B ведут три разных дороги, а из города B в город C — четыре разных дороги. Сколькими способами можно проехать из города A в город C через город B ?

Упражнения для повторения



1271. Длина окружности 18,84 см. Найдите площадь круга, радиус которого в два раза больше радиуса данной окружности.
1272. Измерения прямоугольного параллелепипеда 2 см, 4 см, 5 см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
1273. За 1 ч экскаватор вынимает 60 м^3 почвы. За сколько часов он выроет траншею длиной 140 м, шириной 1 м и глубиной 1,5 м?
1274. К некоторому числу прибавили 62, полученную сумму умножили на 3 и получили 32. Найдите неизвестное число.
1275. В чемпионате по футболу команда «Нива» набрала 32 очка. Если количество очков, набранных командой «Заря», разделить на 2 и полученное частное увеличить на 14, получится количество очков «Нивы». Какая из этих команд занимает в турнирной таблице более высокое место?

43. Решение задач с помощью уравнений

Задача 1. В двух бидонах 36 л молока, причем в первом бидоне молока в 1,4 раза больше, чем во втором. Сколько молока в каждом бидоне?

Пусть во втором бидоне x л молока, тогда в первом — $1,4x$ л. В двух бидонах вместе $(x + 1,4x)$ л молока, что по условию равно 36 л. Получили уравнение:

$$x + 1,4x = 36.$$

Решим это уравнение: $2,4x = 36$; $x = 36 : 2,4$; $x = 15$.

Итак, во втором бидоне 15 л молока, а в первом — $1,4 \cdot 15 = 21$ (л).

Проверка. В обоих бидонах молока $15 + 21 = 36$ (л), что соответствует условию задачи.

Ответ. 21 л, 15 л.

Задача 2. На трех полках 129 книг, причем на второй полке на 15 книг больше, чем на первой, а на третьей — на 12 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?

Пусть на первой полке x книг, тогда на второй — $(x + 15)$ книг, а на третьей — $(x - 12)$ книг. На трех полках всего $x + (x + 15) + (x - 12)$ книг, что по условию равно 129 книгам. Получили уравнение:

$$x + (x + 15) + (x - 12) = 129.$$

Решим это уравнение:

$$3x + 3 = 129; \quad 3x = 129 - 3; \quad 3x = 126; \quad x = 126 : 3; \quad x = 42.$$

На первой полке 42 книги, на второй — $42 + 15 = 57$ (книг), на третьей — $42 - 12 = 30$ (книг).

Проверка. На трех полках $42 + 57 + 30 = 129$ (книг), что соответствует условию задачи.

Ответ. 42, 57 и 30 книг.

Для тех, кто хочет знать больше



Задача 3. В поселке три школы. Количество учеников первой школы составляет 30% количества всех учеников поселка. Во второй школе учеников в 1,5 раза больше, чем в первой. Сколько учеников в трех школах вместе, если в третьей школе — 550 учеников?

Решение. Пусть в трех школах вместе учатся x учеников. Так как $30\% = 0,3$, то в первой школе учатся $0,3x$ учеников. Во второй школе учатся $1,5 \cdot 0,3x = 0,45x$ учеников. Тогда в трех школах учатся $(0,3x + 0,45x + 550)$ учеников.

Получили уравнение: $0,3x + 0,45x + 550 = x$.

Решим это уравнение:

$$0,75x + 550 = x; \quad 0,75x - x = -550; \quad -0,25x = -550; \\ x = -550 : (-0,25); \quad x = 2200.$$

Итак, в трех школах поселка учится 2200 учеников.

Ответ. 2200 учеников.

Задача 4. Из города A в город B выехал грузовой автомобиль. Через 30 мин навстречу ему из города B выехал легковой автомобиль, скорость которого на 15 км/ч больше, чем грузового. Когда легковой автомобиль приехал в город A , грузовому оставалось проехать до города B еще 3 км. Найти расстояние между городами, если на путь от B до A легковой автомобиль затратил 2,2 ч.

Решение. Пусть скорость легкового автомобиля x км/ч, тогда скорость грузового — $(x - 15)$ км/ч.

За 2,2 ч легковой автомобиль проехал $2,2x$ км. $2,2x$ км — это расстояние между городами A и B . В момент приезда легкового автомобиля в город A грузовой автомобиль был в пути 30 мин + 2,2 ч = 0,5 ч + 2,2 ч = 2,7 ч. За это время он проехал $2,7(x - 15)$ км. Прибавив еще 3 км, получим расстояние между городами: $(2,7(x - 15) + 3)$ км.

Получили уравнение: $2,7(x - 15) + 3 = 2,2x$.

Решим это уравнение:

$$2,7x - 40,5 + 3 = 2,2x; \quad 2,7x - 37,5 = 2,2x; \quad 2,7x - 2,2x = 37,5; \\ 0,5x = 37,5; \quad x = 37,5 : 0,5; \quad x = 75.$$

Следовательно, скорость легкового автомобиля 75 км/ч. Умножив эту скорость на время движения легкового автомобиля, получим расстояние между городами: $75 \cdot 2,2 = 165$ (км).

Ответ. 165 км.

Уровень А



1276. Сумма двух чисел равна 162, причем первое число больше второго на 30. Найдите эти числа.



В двух корзинах 116 яблок, причем в первой корзине на 14 яблок больше, чем во второй. Сколько яблок в каждой корзине?

1278. Луч делит прямой угол на два угла. Найдите эти углы, если один из них на 12° меньше другого.

1279. Фермер отвел под зерновые культуры земли на 360 га, или в 5,5 раза, больше, чем под овощные. Сколько земли отвел фермер под зерновые культуры и сколько под овощные?



Одно число в три раза больше другого, а их разность равна 132. Найдите эти числа.

1281. Длина прямоугольника в 4 раза больше его ширины, а периметр равен 60 м. Найдите площадь прямоугольника.
1282. Среднее арифметическое двух чисел равно 4,1. Одно из них в три раза больше другого. Найдите эти числа.
1283. В двух цистернах хранится 64 т бензина, причем масса бензина в первой цистерне составляет $\frac{7}{9}$ массы во второй. Сколько бензина в каждой цистерне?



1284. Два трактора вспахали 63 га поля, причем первый трактор вспахал 0,8 того, что вспахал второй. Сколько земли вспахал каждый трактор?

1285. Турист 3 ч ехал на велосипеде и 2 ч шел пешком, причем пешком он шел на 6 км/ч медленнее, чем ехал на велосипеде. С какой скоростью шел турист, если всего он преодолел 38 км?

1286. Автомобиль проехал некоторое расстояние за 2,5 ч. Если бы он ехал на 15 км/ч быстрее, то проехал бы это расстояние за 2 ч. С какой скоростью ехал автомобиль и какое расстояние он проехал?



1287. Первый поезд преодолевает расстояние между двумя городами за 2,5 ч, а второй — за 3,5 ч. Скорость первого поезда больше скорости второго на 24 км/ч. Найдите скорость каждого поезда и расстояние между городами.

1288. Магазин продал за 3 дня 460 кг овощей. За первый день было продано овощей на 20 кг меньше, а за третий — в 1,2 раза больше, чем за второй. Сколько овощей продал магазин за каждый день отдельно?



1289. В трех ящиках 36 кг помидоров, причем в первом на 4 кг больше, а во втором — в два раза больше, чем в третьем. Сколько помидоров в каждом ящике?

1290. Периметр треугольника 32 см. Первая его сторона в два раза длиннее второй, а вторая — на 4 см короче третьей. Найдите длину каждой стороны треугольника.

Уровень Б



1291. В большом бидоне в три раза больше молока, чем в малом. Когда в большой бидон долили 6 л молока, а в малый — 7 л, то в большом бидоне молока стало в два раза больше, чем в малом. Сколько молока было в каждом бидоне сначала?



1292. В двух корзинах было поровну яблок. После того как из первой корзины взяли 50 яблок, а из второй — 90, в первой корзине яблок стало в три раза больше, чем во второй. Сколько яблок было в каждой корзине сначала?

1293. Катер прошел по течению реки от пристани A до пристани B и вернулся назад. Скорость течения реки 3 км/ч . Найдите скорость катера в стоячей воде, если: а) от A до B катер шел $1,5 \text{ ч}$, а от B до A — 2 ч ; б) скорость катера против течения реки составляет 75% скорости по течению.



Лодка проплыла расстояние между двумя пристанями по течению реки за $0,6 \text{ ч}$, а на обратный путь затратила 1 ч . Скорость лодки по течению реки на 6 км/ч больше скорости против течения. Найдите расстояние между пристанями.

1295. В первом баке содержится 400 л бензина, а во втором — 900 л . Каждый час из первого бака выливают по 20 л бензина, а из второго — по 10 л . Через сколько часов в первом баке останется бензина в 4 раза меньше, чем во втором?

1296. На выставку привезли кошек сибирской, ангорской, персидской и сиамской пород. Ангорских кошек было в 2 раза больше, чем персидских, сибирских — в 3 раза больше, чем ангорских, а сиамских — на 4 меньше, чем ангорских. Сколько кошек каждой породы было на выставке, если всего их было 51 ?



Четверо котов — Мурзик, Пушок, Базилио и Леопольд — охотились на мышей. Мурзик поймал некоторое количество мышей, Пушок — на 3 мыши меньше, чем Мурзик, Базилио — в 3 раза больше, чем Мурзик, а Леопольд — в 2 раза больше, чем Пушок. Всего они поймали 47 мышей. Сколько мышей поймал каждый кот?



За смену 3 рабочих изготовили партию деталей. Первый рабочий изготовил 22 детали, второй — 30% всех деталей, а третий — на 2 детали больше, чем второй. Сколько всего деталей изготовили рабочие?

- 1299*. Велосипедист проехал $\frac{5}{7}$ запланированного пути и еще 40 км , после чего ему осталось проехать $0,75$ пути без 118 км . Какова длина всего пути?

- 1300*. Из города A в город B одновременно выехали автомобиль и мотоциклист. Когда через $2,5 \text{ ч}$ автомобиль прибыл в город B , мотоциклисту до города B оставалось проехать еще 75 км . Найдите расстояние между городами, если скорость автомобиля в $1,6$ раза больше скорости мотоциклиста.



Катер прошел по реке от пристани A до пристани B и вернулся назад. От A до B катер шел 2 ч . Через $2,5 \text{ ч}$ после выхода катера от пристани B ему оставалось пройти до пристани A еще 3 км . Найдите расстояние между пристанями, если скорость течения реки 3 км/ч .

1302. Поселки A , B , C и D расположены на прямой дороге в указанной последовательности. Найдите расстояние между поселками C и D , если:
- а) $AC = 14$ км; $AB = 1,2CD$; $BC = 0,8CD$;
 - б) $AD = 33$ км; $AB = 2CD$; расстояние BC на 2 км меньше расстояния AB ;
 - в) $BC = 9$ км; $AB = 1,2CD$; $AD = 3,7CD$.

Разминка для ума



1303. Вода, замерзая, увеличивается на $\frac{1}{11}$ своего объема. На какую часть своего объема уменьшится объем льда, если он растает?

Упражнения для повторения



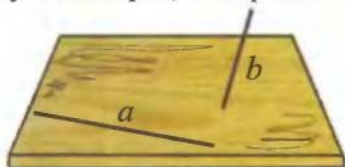
1304. Найдите значение выражения:
- а) $-48 \cdot 4050 + 1120 \cdot 109 + 82\,435$;
 - б) $(420,076 - 385,8) : 3,8 - 81,98$;
 - в) $34,75 \cdot 18,6 - 34,75 \cdot (-3,9) - 18,5 \cdot 34,75$;
 - г) $-(3,5 \cdot \frac{4}{7} - 3,5 : 1\frac{3}{4}) + (1,02 - 100)$.
- 1305*. Делится ли разность $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18 - 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 17$ на 5; на 10?
1306. *Задача-шутка.* Два жука соревнуются в беге на 50 м. Первый жук пробегает 1 м за 5 с, а второй — за 4,6 с. После преодоления каждых 10 м дистанции жуки останавливаются отдохнуть: первый — на 10 с, а второй — на 15 с. Какой жук финиширует первым? Изменится ли ответ, если длина дистанции будет 100 м; 30 м?
1307. Ежедневно Игорь делает утреннюю зарядку, пробегая за неделю 12 км. Каждые субботу и воскресенье он пробегает расстояние в 2 раза меньше, чем в любой другой день недели. Какое расстояние пробегает Игорь каждую среду?

44. Параллельные и перпендикулярные прямые

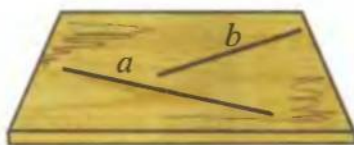
Вы уже знаете, что представление о плоскости дает поверхность стола, оконного стекла, водоема в безветренную погоду (если представить, что они неограниченно продлены во все стороны).

Пусть на столе лежит тонкая спица, а другая в него воткнута. Будем рассматривать поверхность стола как плоскость, а спицы — как прямые a и b (рис. 52а). О прямых a и b говорят, что они не лежат в одной плоскости.

Рассмотрим другой случай. Пусть обе спицы лежат на столе (рис. 52). В этом случае говорят, что прямые a и b лежат в одной плоскости.



а)



б)

Рис. 52

Впредь будем рассматривать **прямые, лежащие в одной плоскости.**

Пусть имеем две прямые AB и CD (рис. 53). Они пересекаются, хотя на рисунке не изображена точка их пересечения. Эту точку можно найти, продлив изображение прямой CD .

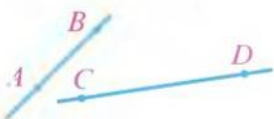


Рис. 53

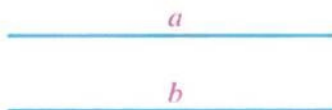


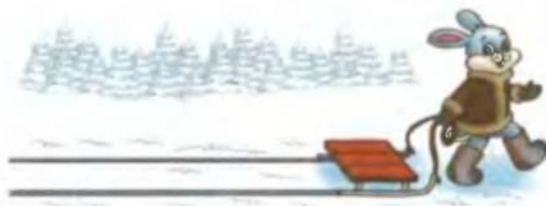
Рис. 54

Прямые a и b (рис. 54) не пересекаются. Такие прямые называют *параллельными*.



Две прямые называют параллельными, если они не пересекаются и лежат в одной плоскости.

Представление о параллельных прямых дают рельсы железной дороги на прямом участке, след от санок при прямолинейном движении, противоположные края доски и т. п.



Если прямые a и b параллельны, то записывают: $a \parallel b$; читают: «прямая a параллельна прямой b ».

Возьмем линейку и угольник. Приложим угольник к линейке одной стороной прямого угла и проведем прямую a вдоль другой стороны прямого угла (рис. 55). Передвинем угольник вдоль линейки и проведем еще одну прямую b вдоль этой стороны прямого угла. Построенные прямые a и b являются параллельными.

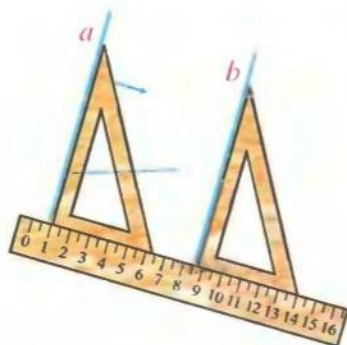
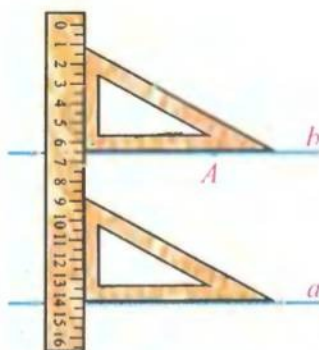


Рис. 55

Построим прямую, параллельную данной прямой a , которая проходит через данную точку A .



1. Приложим к прямой a угольник одной из сторон прямого угла.
2. К другой стороне прямого угла приложим линейку.
3. Будем передвигать угольник вдоль линейки до тех пор, пока сторона прямого угла не пройдет через точку A . Эта сторона прямого угла принадлежит прямой b , параллельной прямой a и проходящей через точку A .

Через каждую точку плоскости, не принадлежащую данной прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной.

На рисунке 56 изображены прямые a и b , имеющие только одну общую точку O . Говорят, что прямые a и b *пересекаются*.

Если при пересечении прямых AD и BC (рис. 57) в точке O лучи OA и OB образуют прямой угол, то прямые AD и BC называют *перпендикулярными*.

прямые a и b пересекаются
в точке O

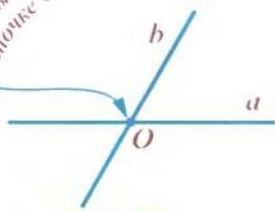


Рис. 56

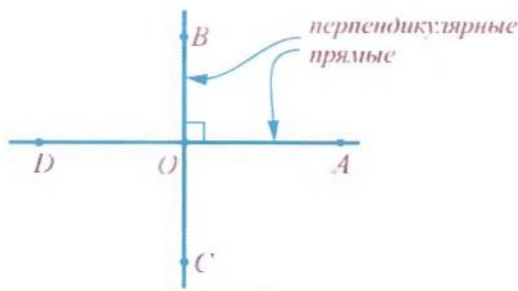


Рис. 57



Две прямые называют перпендикулярными, если они пересекаются под прямым углом.

Итак, прямые BC и AD на рисунке 57 перпендикулярны. Перпендикулярность прямых обозначают значком « \perp », записывают: $BC \perp AD$. Эту запись читают так: «прямая BC перпендикулярна прямой AD ».

Так как угол DOA является развернутым (рис. 57), а развернутый угол равен 180° , то

$$\angle DOB = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Аналогично можно установить, что $\angle DOC = \angle COA = 90^\circ$. Итак, все четыре угла, образованные при пересечении перпендикулярных прямых, являются прямыми углами.

Построить перпендикулярные прямые можно при помощи угольника и линейки. Выполнение построения показано на рисунке 58.



Рис. 58. a и b — перпендикулярные прямые

Пусть имеем некоторую точку O и некоторую прямую a . Как через точку O провести прямую b , перпендикулярную прямой a ?

Если точка O принадлежит прямой a , то построение перпендикулярной прямой показано на рисунке 59, если точка O не принадлежит прямой a — на рисунке 60.

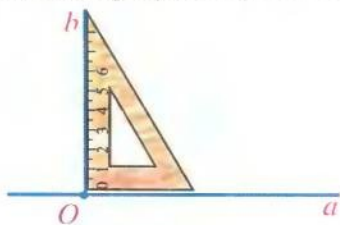


Рис. 59

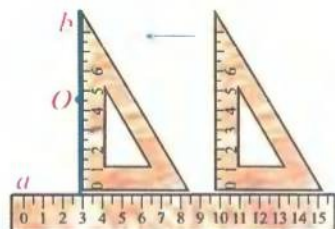


Рис. 60

Устно



1308. Какие из прямых, изображенных на рисунке 61, являются параллельными? Установите это «на глаз», а потом проверьте себя, используя линейку и угольник.
1309. Приведите примеры параллельных прямых на окружающих предметах.

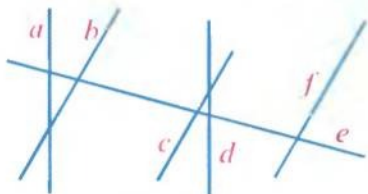


Рис. 61

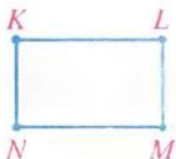


Рис. 62

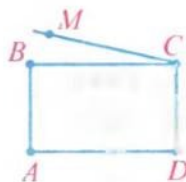


Рис. 63

1310. На рисунке 62 $KLMN$ — прямоугольник. Назовите противоположные стороны этого прямоугольника. Какие из его сторон являются параллельными?

1311. На рисунке 63 $ABCD$ — прямоугольник. Параллельны ли прямые MC и AD ?
1312. Какие из прямых, изображенных на рисунке 64, являются перпендикулярными? Установите это «на глаз», а потом проверьте себя, используя угольник или транспортир.

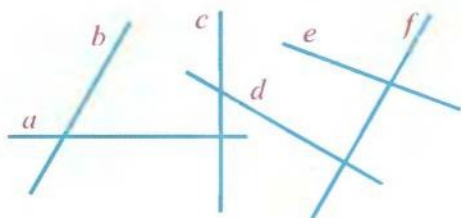


Рис. 64

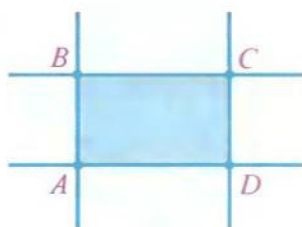


Рис. 65

1313. На рисунке 65 $ABCD$ — прямоугольник. Какие из прямых AB , BC , CD и DA являются перпендикулярными?
1314. Приведите примеры перпендикулярных прямых на окружающих предметах.

Уровень А



1315. Через точку A , не принадлежащую прямой b , проведите прямую c , параллельную прямой b .



К данной прямой a проведите две параллельные прямые b и c . Используя линейку и угольник, убедитесь, что $b \parallel c$.

1317. Начертите треугольник ABC . Измерьте длину стороны AB и обозначьте ее середину буквой D . Через точку D проведите прямую, параллельную прямой AC . Убедитесь, что проведенная прямая делит сторону BC пополам.



Начертите прямоугольник $KLMN$ со сторонами $KL = 4$ см и $LM = 2$ см. Через середину стороны KL проведите прямую, параллельную прямой LM . Убедитесь, что проведенная прямая делит сторону MN пополам.

1319. Через точку D , не принадлежащую прямой c , проведите прямую d , перпендикулярную прямой c .



Постройте некоторый треугольник ABC и через точку B проведите прямую, перпендикулярную прямой AC .

1321. Прямые AB и CD перпендикулярны, O — точка их пересечения (рис. 66). Луч OM делит угол DOB пополам. Найдите величины углов MOB , COM и AOM .



Прямые AB и CD перпендикулярны, O — точка их пересечения (рис. 67). Угол NOA составляет третью часть прямого угла. Найдите величины углов NOA , NOC , DON и NOB .

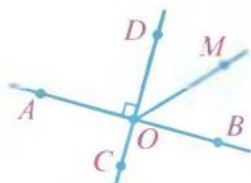


Рис. 66

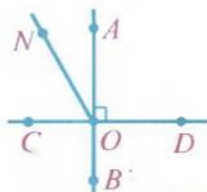


Рис. 67

Уровень Б



1323. На рисунке 68 прямые AB и CD , а также прямые MN и KL перпендикулярны, $\angle DOM = 60^\circ$. Найдите величины углов MOA , AOK , AON .



На рисунке 68 $AB \perp CD$, $MN \perp KL$, угол KOC в 2 раза меньше угла AOK . Найдите величины углов KOC , CON , MOC .

1325. На рисунке 68 $AB \perp CD$, $MN \perp KL$, угол AOK на 30° больше угла KOC . Найдите величины углов AOK , KOC , KOB .

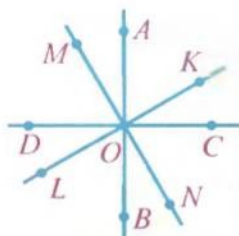


Рис. 68

Разминка для ума



1326. В магазин привезли 223 л подсолнечного масла в бидонах по 10 л и 7 л. Сколько было бидонов?

Упражнения для повторения



1327. Олегу нужно набрать на компьютере 80 страниц текста. За первый день он набрал $\frac{2}{5}$ количества всех страниц. Сколько страниц осталось набрать Олегу?

1328. Скорость лодки по течению реки 28 км/ч, а скорость против течения составляет $\frac{5}{7}$ скорости по течению. Найдите скорость течения реки.
1329. Периметры квадрата и прямоугольника равны между собой. Найдите сторону квадрата, если прямоугольник имеет длину 18 см и ширину 14 см.
1330. Площадь участка прямоугольной формы длиной 60 м равна 750 м². Найдите периметр участка.

45. Координатная плоскость

Положение точки на координатной прямой определяется числом — координатой этой точки. Положение точки на плоскости можно задать двумя числами.

Рассмотрим пример.

Места для зрителей в зале кинотеатра можно задавать парой чисел: первое число указывает на номер ряда, а второе — на номер кресла в этом ряду (рис. 69). Причем места (3; 7) и (7; 3) — разные: первое является креслом в третьем ряду под номером 7, а второе — креслом в седьмом ряду под номером 3.

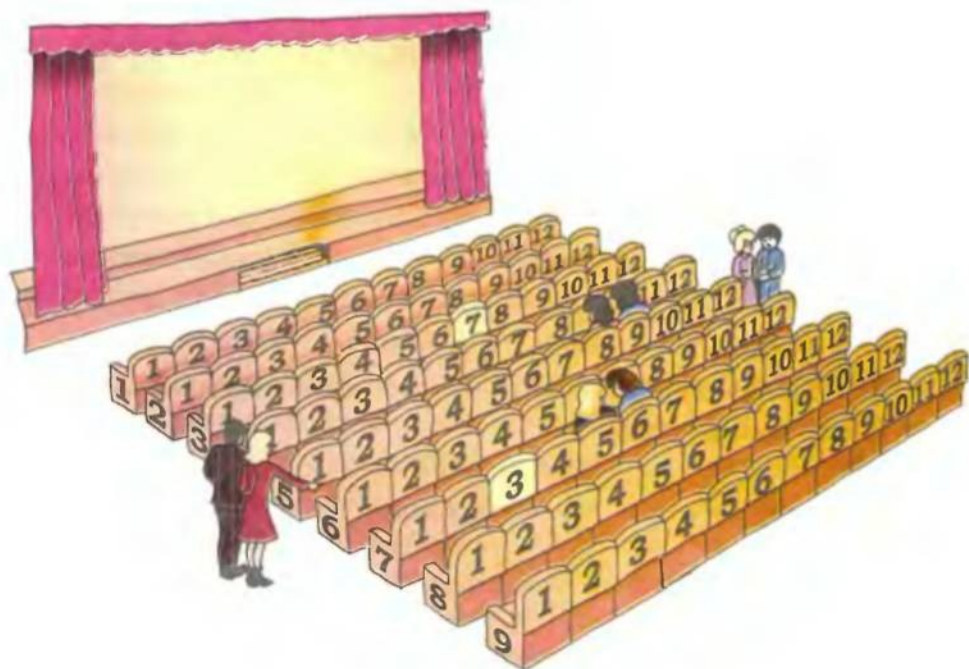


Рис. 69

Проведем две перпендикулярные координатные прямые, пересекающиеся в начале их отсчета — точке O — и имеющие равные единичные отрезки (рис. 70). Эти прямые называют *осями координат*, точку O — *началом координат*. Горизонтальную координатную прямую называют *осью абсцисс* и обозначают буквой x , вертикальную координатную прямую называют *осью ординат* и обозначают буквой y .

Ось абсцисс и ось ординат образуют *прямоугольную систему координат*. Плоскость, на которой задана прямоугольная система координат, называют *координатной плоскостью*.

Пусть A — точка координатной плоскости (рис. 71). Проведем через нее прямую b , перпендикулярную оси абсцисс, и прямую c , перпендикулярную оси ординат. Пусть на пересечении с осью абсцисс получим точку B с координатой -3 , а на пересечении с осью ординат — точку C с координатой 2 .



Рис. 70

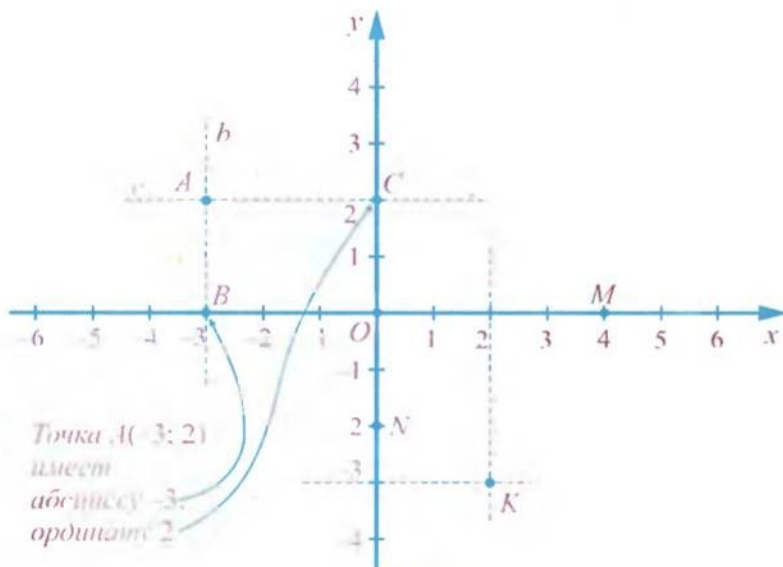


Рис. 71

Положение точки A на координатной плоскости определяется парой чисел $(-3; 2)$, которые называют *координатами* этой точки. Координаты точки записывают в скобках: $A(-3; 2)$, читают: точка A с координатами -3 и 2 . Первую координату точки A (число -3) называют *абсциссой* этой точки, а вторую координату

нату (число 2) — *ординатой*. Точка K (рис. 71), наоборот, имеет абсциссу 2 и ординату -3 , поэтому $K(2; -3)$ (на первом месте всегда записывают абсциссу точки, а на втором — ее ординату).

Если точка лежит на оси абсцисс, то ее ордината равна нулю; если точка лежит на оси ординат, то ее абсцисса равна нулю. Точки M и N (рис. 71) имеют координаты: $M(4; 0)$, $N(0; -2)$.

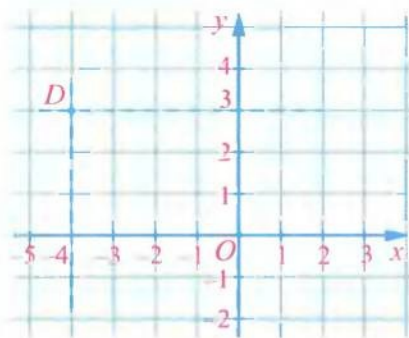


Рис. 72

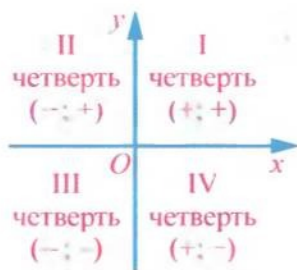


Рис. 73

Итак, каждой точке координатной плоскости соответствует одна пара чисел — ее абсцисса и ордината. Наоборот, любой упорядоченной паре чисел соответствует одна точка плоскости, для которой эти числа являются координатами.

Чтобы построить, например, точку $D(-4; 3)$, можно провести перпендикулярную прямую до оси x в точке $(-4; 0)$ и перпендикулярную прямую до оси y в точке $(0; 3)$ (рис. 72). Точка D пересечения этих прямых имеет координаты $(-4; 3)$. Построить точку $D(-4; 3)$ можно также, отсчитав от точки O влево 4 единицы, а потом от полученной точки вверх 3 единицы.

Оси координат разбивают плоскость на 4 части, которые называют *координатными четвертями*. Нумерация четвертей и знаки координат точек в каждой четверти показаны на рисунке 73.

Устно



1331. а) Назовите координаты точек, изображенных на рисунке 74.
 б) Чему равна абсцисса точки A ; C ; M ?
 в) Чему равна ордината точки D ; N ; O ?
 г) Назовите абсциссы точек, лежащих на оси ординат.
 д) Назовите точки, ординаты которых равны 0.
 е) В какой четверти лежит точка D ; C ; A ; E ?

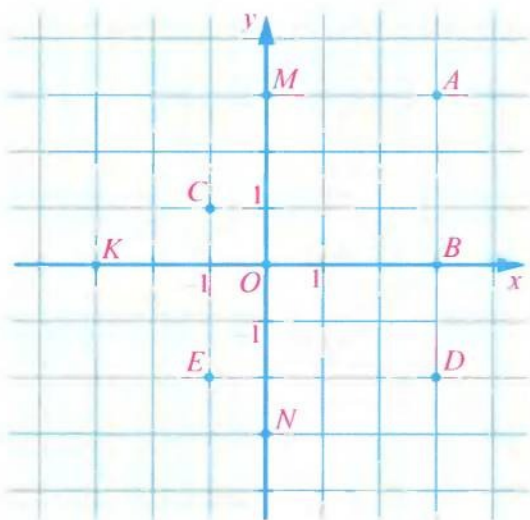


Рис. 74



Рис. 75

Уровень А



1332. Лагерь туристов находится в точке O (рис. 75), длине одной клетки соответствует расстояние 1 км. Найдите координаты места, в которое придут туристы, выйдя из лагеря и пройдя:

- а) 4 км на запад и 3 км на юг; б) 3 км на восток и 5 км на север;
в) 2 км на запад и 4 км на север; г) 2 км на восток.

1333. Запишите координаты точек, изображенных на рисунке 76.



1334. Запишите координаты точек, изображенных на рисунке 77.

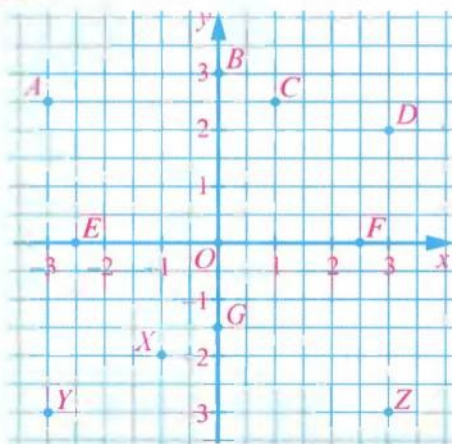


Рис. 76

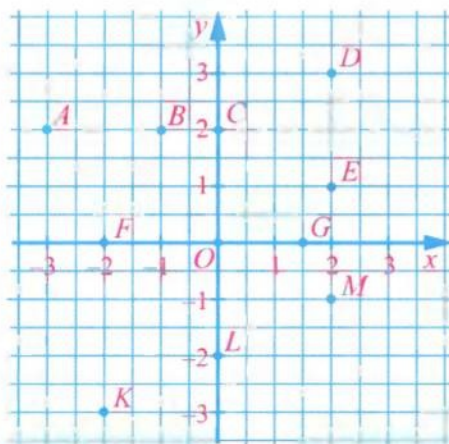


Рис. 77

Постройте систему координат, приняв за единичный отрезок 1 см, и отметьте точки:

1335. $A(2; 1)$; $B(-1; -3)$; $C(0; -2)$; $D(5; 0)$; $M(-5; 1)$; $N(3; -5)$.



1336. $A(4; -1)$, $B(-4; -1)$, $C(5; -3)$, $D(5; 2)$, $M(-2; 0)$, $N(0; 4)$.

1337. Запишите координаты трех точек, которые:

- а) принадлежат оси абсцисс;
- б) принадлежат оси ординат;
- в) имеют ординату 3;
- г) имеют абсциссу -2 .

1338. Постройте точку $A(-3; 5)$ и точку, координатами которой являются числа, противоположные соответствующим координатам точки A .



1339. Постройте точку $C(-4; -1)$ и точку, координаты которой равны модулям соответствующих координат точки C .

1340. На координатной плоскости постройте несколько точек, имеющих равные абсциссы и ординаты. Лежат ли эти точки на одной прямой?



1341. На координатной плоскости постройте несколько точек, имеющих ординату 4. Лежат ли эти точки на одной прямой?



1342. На координатной плоскости начертите треугольник KLM , если $K(-3; -1)$, $L(1; -1)$, $M(0; 3)$.

1343. Постройте на координатной плоскости точки $A(5; 0)$, $B(4; 3)$, $C(3; 4)$, $D(0; 5)$, $E(-3; 4)$, $K(-4; 3)$, $L(-5; 0)$, $M(-4; -3)$, $N(-3; -4)$, $P(0; -5)$, $R(3; -4)$, $S(4; -3)$ и окружность с центром в точке O радиуса 5 единичных отрезков. Убедитесь, что отмеченные точки лежат на этой окружности.

Уровень Б



1344. На координатной плоскости проведите прямую, проходящую через точки $C(-2; 0)$ и $D(4; 3)$. Отметьте на этой прямой точки, абсциссы которых равны $-4; 0; 1$. Запишите координаты полученных точек.



1345. На координатной плоскости проведите прямую, проходящую через точки $A(-2; -3)$ и $B(2; 5)$. Отметьте на этой прямой точки с ординатами $-1; 1; 2$. Запишите координаты полученных точек.

1346. Даны координаты трех последовательных вершин прямоугольника $KLMN$: $K(-1,5; -2)$, $L(-1,5; 1)$ и $M(3; 1)$.

- а) Начертите этот прямоугольник.
- б) Запишите координаты точки N .
- в) Найдите периметр и площадь прямоугольника.



Точки $A(3; -1)$ и $B(-1; -1)$ — две соседние вершины квадрата $ABCD$, ордината вершины C больше ординаты вершины B .

а) Начертите квадрат $ABCD$.

б) Запишите координаты точек C и D .

в) Найдите периметр и площадь квадрата.

Отметьте часть координатной плоскости, образованной точкам $P(x; y)$, если:

1348. а) $x > 0, y > 0$;

б) $x > 0, y = 0$;

в) $x < 0, |y| < 1$.



а) $x = 0, y < 0$;

б) $x < 0, y > 0$;

в) $|x| < 1, y > 0$.

Разминка для ума



1350. Миша пригласил Машу сыграть в такую игру: из ящика с двумя белыми шарами и одним черным вынимают наугад два шара. Если шары одного цвета, то побеждает Маша, если разного — Миша. Справедлива ли такая игра?

Интересные рассказы

Из истории системы координат



Координаты были нужны астрономам и географам для определения положения светил на небе и различных мест на Земле, для составления звездных и географических карт.

Прямоугольная система координат в виде квадратной сетки (палетки) была известна еще в Древнем Египте, ею пользовались и художники эпохи Возрождения.

Идея использования координат в математике принадлежит уже упоминавшемуся французскому математику Рене Декарту. В честь Декарта прямоугольную систему координат называют еще прямоугольной *декартовой* системой координат.

Термин *абсцисса* происходит от латинского слова *abscissus*, что означает «отрезанный», «отделенный», а буквально переводится как «отрезок» (на оси x).

Слово *ордината* происходит от латинского слова *ordinatus* — упорядоченный.

Эти термины в их современном понимании ввел в конце XVII в. немецкий учений Г. Лейбниц (1646 – 1716). Чтобы подчеркнуть равноправность понятий «абсцисса» и «ордината», Г. Лейбниц применил термин *координата*, которое происходит от латинских слов *co* — с, вместе, и *ordinatus* — упорядоченный. Этот термин означает «взятые в определенной последовательности числа, определяющие положение точки на плоскости».



1351. В шестом классе 32 ученика. За контрольную работу 10 баллов получили 4 ученика. Сколько процентов учеников класса получили 10 баллов?
1352. Токарь может изготовить партию деталей за 8 ч, а его ученик такую же партию — за 12 ч. За какое время изготовят партию деталей токарь и ученик, работая вместе?
1353. Два трактора, работая вместе, могут вспахать поле за 2 дня. За сколько дней сможет вспахать это поле второй трактор, если первый может его вспахать за 3 дня?

46. Примеры графиков зависимостей между величинами

Метеорологи измеряли температуру воздуха в течение первой половины суток и результаты записали в таблицу:

$t, \text{ч}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$T, ^\circ\text{C}$	-2	-3,5	-4,5	-5	-5	-6	-7	-6	-4	-2	0	3	6

Потом они решили нанести результаты измерений на координатную плоскость, отложив на оси абсцисс значения времени ($t, \text{ч}$), а на оси ординат — значения температуры ($T, ^\circ\text{C}$). Были отмечены 13 точек: $(0; -2)$, $(1; -3,5)$, ..., $(12; 6)$. Абсцисса каждой из этих точек — это значение времени, а ордината — значение температуры воздуха в это время. Если бы метеорологи измеряли температуру каждые полчаса и результаты измерений наносили на координатную плоскость, то точки находились бы ближе друг к другу. Если измерения проводились бы каждые пятнадцать минут, то точки на координатной плоскости были бы расположены еще гуще, и т. д.

Если точки, построенные таким образом на координатной плоскости, соединить плавной линией, то получим фигуру, которую называют *графиком зависимости температуры воздуха от времени* (рис. 78).

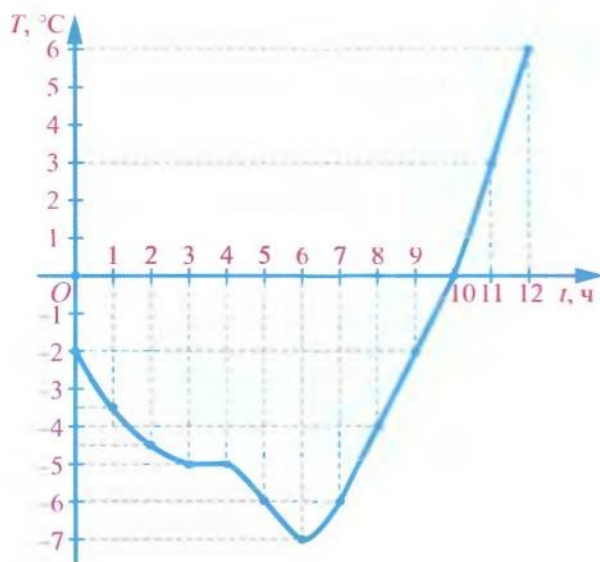


Рис. 78

Рассмотрим другие примеры.

1. Туристу нужно пройти 12 км. Он подсчитал время движения в зависимости от скорости, с которой будет идти, и получил такую таблицу:

v , км/ч	2	3	4	5	6	8
t , ч	6	4	3	2,4	2	1,5

Построим на координатной плоскости точки по этой таблице, отложив на оси абсцисс значения скорости (v , км/ч), а на оси ординат — значения времени (t , ч).

Соединив плавной линией построенные точки, получим график зависимости времени от скорости при постоянном расстоянии (12 км) (рис. 79).

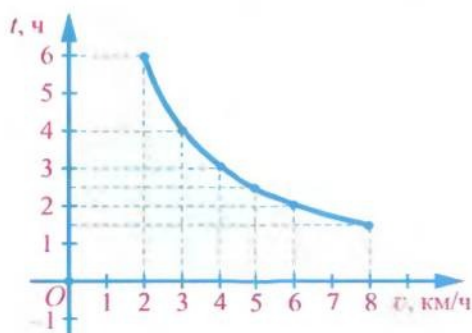


Рис. 79

Эту зависимость времени t (в часах) от скорости v (в км/ч) можно задать формулой $t = \frac{12}{v}$.

2. Известно, что в бассейн каждую секунду вливается $0,5 \text{ м}^3$ воды. Нужно найти, сколько воды будет в бассейне через t с.

Зависимость объема воды V (в м^3) от времени t (в секундах) можно задать формулой $V = 0,5t$.

Возьмем определенные значения t , найдем соответствующие значения объема воды в бассейне и результаты занесем в таблицу:

$t, \text{с}$	0	1	2	4	5	6	8	10	14
$V, \text{м}^3$	0	0,5	1	2	2,5	3	4	5	7

По данным таблицы построим на координатной плоскости точки, отложив на оси абсцисс значения времени (t , с), а на оси ординат — значения объема (V , м^3).

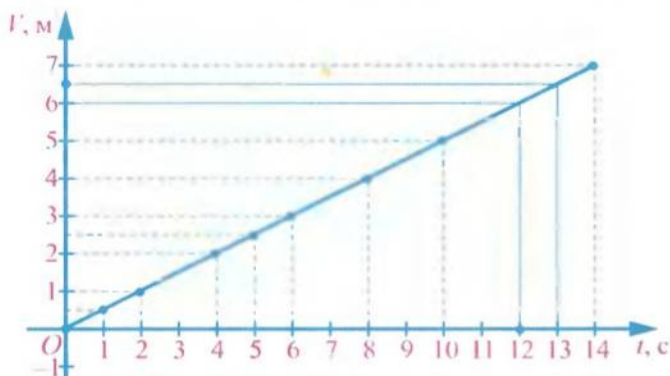


Рис. 80

Приложив линейку к построенным точкам, видим, что они лежат на одной прямой. Соединив крайние точки отрезком, получим график зависимости объема воды в бассейне от времени его наполнения.

Прочитайте



1. Пользуясь графиком зависимости объема воды в бассейне от времени его наполнения (рис. 80), найти: а) объем при $t = 13$; б) время при $V = 6$.

• а) На оси абсцисс, на которой отложили время t , отмечаем точку с абсциссой 13, проводим через нее прямую, перпендикулярную оси абсцисс, и находим точку пересечения прямой с графиком. Через полученную на графике точку проводим

прямую, перпендикулярную оси ординат, на которой откладывали объем. Ордината точки пересечения этой прямой с осью ординат равна значению объема: $V = 6,5$.

б) На оси ординат, на которой откладывали объем V , отмечаем точку с ординатой 6, строим перпендикулярную прямую и находим точку ее пересечения с графиком. Через полученную на графике точку проводим прямую, перпендикулярную оси абсцисс, на которой откладывали время. Абсцисса точки пересечения этой прямой и оси абсцисс равна значению времени: $t = 12$. •

Устно



1354. Автомобиль движется со скоростью 80 км/ч. Какой путь пройдет автомобиль за 0,5 ч; 1 ч; 2 ч; 2,5 ч? По какой формуле можно найти путь S (в км), пройденный автомобилем за время t (в ч)?
1355. Площадь прямоугольника 18 см². Чему равна сторона прямоугольника, если другая его сторона 3 см; 6 см; 36 см? По какой формуле можно найти сторону b (в см) прямоугольника, если известна длина a (в см) другой его стороны?

Уровень А



1356. Турист идет со скоростью 4 км/ч. а) Запишите формулу для нахождения пути S (в километрах), который пройдет турист за t часов; б) пользуясь формулой, заполните таблицу:

t , ч	0,5	1	1,5	2	3	3,5	4
S , км							

в) постройте график зависимости пути S от времени t .



Один килограмм яблок стоит 3 грн. а) Запишите формулу для нахождения стоимости P (в гривнях) k килограммов яблок; б) пользуясь формулой, заполните таблицу:

k , кг	0,5	1	2	2,5	3	3,5	4
P , грн.							

в) постройте график зависимости стоимости P от массы k .

1358. Пользуясь графиком зависимости температуры воздуха от времени (рис. 81), найдите: а) температуру T при $t = 4,5$ ч; $t = 10$ ч; б) в котором часу температура T была -3°C ; 5°C .



Пользуясь графиком (рис. 81), найдите:

- а) температуру T при $t = 5$ ч; $t = 8,5$ ч;
 б) в котором часу температура T была -1°C ; 3°C .

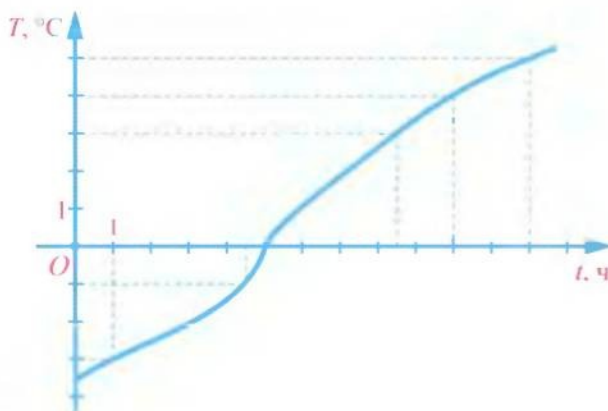


Рис. 81

Уровень Б



1360. Один метр ткани стоит 4 грн. Постройте график зависимости стоимости ткани P (в гривнях) от ее длины m (в метрах).



Один килограмм слив стоит 1,5 грн. Постройте график зависимости стоимости слив P (в гривнях) от их массы k (в килограммах).

1362. Рулон ткани длиной 12 м стоит 36 грн. Постройте график зависимости стоимости P (в гривнях) рулона ткани от его длины l (в метрах). Пользуясь графиком, найдите стоимость рулона ткани длиной 4,5 м.

Разминка для ума



1363. Если Андрей половину уроков делает, одновременно просматривая телепередачи, а другую половину — при выключенном телевизоре, то затрачивает 2 ч. Если он делает все уроки при выключенном телевизоре, то затрачивает 1 ч. Сколько времени затратит Андрей на выполнение всех уроков, если будет делать их при включенном телевизоре?



1364. Один литр молока зимой стоит 1 грн. 40 к., а летом — 80 к. На сколько процентов цена 1 л молока зимой больше его цены летом?

1365. Найдите значение выражения:

а) $2\frac{3}{8} - 1\frac{3}{4} + 16 \cdot (1\frac{1}{2} - \frac{5}{8})$;

б) $40\frac{2}{11} - (3 - \frac{2}{11}) \cdot 3\frac{6}{31} \cdot \frac{1}{11}$;

в) $(3\frac{2}{9} + 12\frac{2}{3} + 2 - 3\frac{1}{6}) : \frac{1}{36}$;

г) $8,5 \cdot (16,17 - 13,97) + 4\frac{3}{8} : 1\frac{1}{6}$;

д) $9\frac{2}{7} : 1,3 - 2 \cdot (5\frac{1}{7} - 1\frac{1}{2} - 2\frac{3}{14})$;

е) $\frac{\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 0,0105 : 0,007}{1,3 - \frac{3}{4}}$

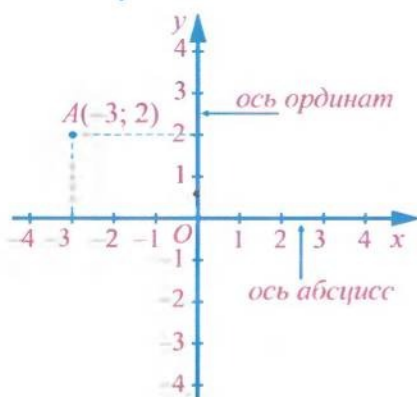
Памятка к §6

1. $-5 \cdot (-2) = |-5| \cdot |-2| = 10$ — умножили модули множителей.
 $-5 \cdot 2 = -10$ — знаки множителей разные, произведение — число отрицательное.
2. $-20 : (-4) = |-20| : |-4| = 5$ — разделили модуль делимого на модуль делителя.
 $-20 : 4 = -5$ — знаки делимого и делителя разные, частное — число отрицательное.
3. $-7x$; -7 — коэффициент.
4. $7x + 12x$; $7x$ и $12x$ — подобные слагаемые.
5. $7x + 12x = (7 + 12)x = 19x$ — привели подобные слагаемые, сложили коэффициенты, умножили на общую буквенную часть.
6. $12x - 3 = 5x + 2$; $12x - 5x = 2 + 3$ — слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, меняя при этом их знаки на противоположные.
7. а
б
 — параллельные прямые.

8.



9.



Вопросы для самопроверки и повторения

1. Как найти произведение двух чисел с разными знаками?
2. Как найти произведение двух отрицательных чисел?
3. Какие свойства имеет умножение рациональных чисел?
4. Что такое коэффициент выражения?
5. Какие слагаемые называют подобными?
6. Как привести подобные слагаемые?
7. Как разделить два отрицательных числа?
8. Как разделить два числа с разными знаками?
9. Сформулируйте правило перенесения слагаемых из одной части уравнения в другую.
10. Какие прямые называют параллельными?
11. Какие прямые называют перпендикулярными?
12. Что такое координатная плоскость?

Задания для повторения §6

Выполните действия:

1366. а) $(-5 + 4,8) \cdot (-0,5)^2$;

в) $(-7 - 8 + 16,1)^2$;

д) $-18 : (-3 + 2,7) + 9$;

б) $(8 - 10,2) \cdot (-9 + 7,5)$;

г) $(-2,75 + 3) \cdot (-0,2)^2$;

е) $(-2)^3 : 4 + (-0,8) : (-0,04)$.

1367. а) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot (-6)$; б) $\left(3\frac{3}{7} - 4\right) : (-4)$;
 в) $\left(8 - 9\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$; г) $\left(2,5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot (1,2 - 1,8)$.
 1368. а) $-(14 - 19) - (-8 + 13) \cdot (-5)$; б) $\left(-\frac{2}{3} \cdot 0,5\right) : (-3) + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 6$;
 в) $-8,2 : (-4,1) \cdot (-0,5)$; г) $-(-4,9) : 0,07 - 8,1 : (-0,09)$;
 д) $-(-5 + 9 - 14) : (-0,2) + (-2,1 - 1,9)$;
 е) $(-5,2 + 6 - 1,8) \cdot 0,3 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$.

1369. Найдите значение выражения:

- а) $\left|-11 \cdot \left(-1\frac{1}{11}\right)\right| + |-1,7 + 1,9|$; б) $\left|\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right| + \frac{1}{9} - |-5|$;
 в) $-(-7) + |-4| + \left(-1\frac{1}{6}\right) \cdot (-6)$; г) $-(-11 + 9) + |-1,4 \cdot (-3)|$.

1370. Упростите выражение:

- а) $(2a - 5) - (4 - 7a)$; б) $-(-6 - 4x) + 2(-8x + 3)$;
 в) $(6x - 4y + 1) - (-2x + 3y - 5)$; г) $0,5(8 - 4a) - 3(0,2a - 1)$;
 д) $(1,2a - 1,8b + 3) \cdot (-2) - 5(1,2a + 1,8b - 1,3)$;
 е) $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4}{5}x - 8\right) - 4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}x\right)$.

1371. Найдите значение выражения:

- а) $-5(1,2a - 6) + 7a$ при $a = -208$;
 б) $(5a - 0,8) - (-5,2a + 0,1)$ при $a = 0,1$;
 в) $-(2a - 3b) + (7a - 8b)$ при $a = 0,2$; $b = -0,2$;
 г) $1\frac{1}{3}x \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (-4)$ при $x = \frac{3}{4}$;
 д) $-3\frac{1}{5}x \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)y$ при $x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $y = \frac{3}{4}$.

1372. Найдите разность числа 9 и суммы чисел $-1,9$ и $-2,1$.

1373. Из произведения чисел $3,25$ и -4 вычтите число $-\frac{1}{3}$.

1374. К частному чисел $-7,5$ и -3 прибавьте произведение чисел $-0,3$ и 30 .

1375. К произведению чисел $-1,8$ и 2 прибавьте частное чисел 24 и $-1,2$.

1376. На сколько сумма чисел $-1,64$ и $-0,36$ больше числа -10 ?

1377. На сколько сумма чисел -13 и 4 больше их произведения?

Решите уравнение:

1378. а) $x - 2,3 = -4,2$; б) $2x + 3,6 = 5$;

$$\text{в)} 20 - (5 - 4x) = 3;$$

$$\text{д)} 2(0,5 - 4x) = 2x + 7;$$

$$\text{ж)} 3(3x - 2) + 11 = 7 + 10x;$$

$$\text{и)} \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{3}x;$$

$$\text{г)} 14 - (-5 + 2x) = -3;$$

$$\text{е)} -5(y - 3) = 11 - (2y - 1);$$

$$\text{з)} 4,4y - 3(8 - 3y) = 5,4y + 4;$$

$$\text{к)} 3 - 1\frac{1}{2}y + 3\frac{1}{3}y = 4\frac{1}{3}y + 1.$$

$$1379. \text{ а)} |x| - 9 = 15;$$

$$\text{б)} 3|x| = 10;$$

$$\text{в)} |x + 3| = 10.$$

1380. При каком значении a значения выражений $-3a + 11$ и $7a - 1$ равны?

1381. Отметьте на координатной плоскости точки $A(-2; -2)$, $B(4; -2)$ и $C(-2; 3)$.

а) Через точку C проведите прямую, параллельную прямой AB . Найдите координаты двух точек, принадлежащих проведенной прямой.

б) Через точку B проведите прямую, перпендикулярную прямой AC . Запишите координаты двух точек, принадлежащих проведенной прямой.

1382. Отметьте на координатной плоскости точки $A(-2; 3)$, $B(4; 3)$ и $C(4; -1)$. Найдите координаты точки D , которая является четвертой вершиной прямоугольника $ABCD$. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

1383. Какое число задумали?

а) Если из задуманного числа вычесть 42 и полученную разность умножить на 3, то получим 192.

б) Если задуманное число умножить на 5 и к полученному произведению прибавить 31, то получим -104 .

в) Если к утроенному задуманному числу прибавить удвоенное, то получим -90 .

1384. На первой полке книг в 3 раза больше, чем на второй. Если с первой полки переложить 30 книг на вторую, то на обеих полках книг станет поровну. Сколько книг было на каждой полке сначала?

1385. В первый магазин отправили товара в 1,4 раза больше, чем во второй. Когда в первый магазин отправили еще 120 кг товара, а во второй — 180 кг, то оказалось, что в оба магазина отправили одинаковое количество товара. Сколько товара отправили в каждый магазин сначала?

1386. Одно число больше другого в 2,5 раза. Когда из большего числа вычли 69, а к меньшему прибавили 21, то получили одинаковые результаты. Чему равны эти числа?

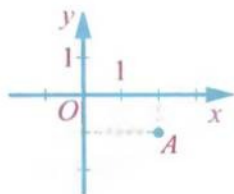
1387. В трех ящиках 35 кг слив. В первом в 1,2 раза больше слив, чем во втором, а в третьем — на 3 кг больше, чем во втором. Сколько слив в каждом ящике?

1388. Расстояние от города до поселка автобус преодолевает за $\frac{2}{3}$ ч, а легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше, — за $\frac{1}{2}$ ч. Найдите скорость автомобиля. Каково расстояние от города до поселка?

Задания для самопроверки

I уровень

1. Вычислите: $-11 \cdot 7$.
а) 77; б) -74; в) -77; г) -87.
2. Вычислите: $-12 \cdot (-6)$.
а) 72; б) -72; в) 62; г) -62.
3. Вычислите: $-45 : (-15)$.
а) -3; б) 5; в) 2,5; г) 3.
4. Приведите подобные слагаемые: $17a + 5a - 10a + 3$.
а) $12a + 3$; б) $12 + 3$; в) 15; г) $2a + 3$.
5. Решите уравнение: $5x - 3 = 2x$.
а) $\frac{3}{7}$; б) 1; в) -1; г) $-\frac{3}{7}$.
6. Каковы координаты точки A?



- а) (1; 2); б) (-1; -2); в) (2; -1); г) (-1; 2).

II уровень

7. Вычислите:
а) $-2,8 \cdot 15$; б) $-5 \cdot (-1,6)$; в) $9 : (-1,5)$.
8. Упростите выражение:
а) $-(a + 2) + 2(4 - 3a)$; б) $-4(-2,5 - 2x) + 2(-1,8x + 1)$.
9. Решите уравнение:
а) $2x - 3 = 5 - 3x$; б) $4(-3,5 + 3x) = -3 + 10x$.

III уровень

10. Найдите значение выражения:

а) $-4,8 : (-2,6 + 3,4) + 0,8$;

б) $-12 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + 7,5$.

11. Решите уравнение:

а) $2,9y - 4(1,2 - y) = 5,4(y + 2)$;

б) $\frac{3}{4}x - \left(\frac{3}{4} - 2x\right) = 1\frac{1}{2} + x$.

12. В трех бидонах 92 л молока, причем во втором бидоне молока в два раза больше, а в третьем — на 4 л меньше, чем в первом. Сколько молока в каждом бидоне?

IV уровень

13. Найдите значение выражения $(2a - 8b + 3) \cdot (-2) - 5(-a + 1,8b - 1,4)$ при $a = -5$; $b = 1$.

14. Расстояние между двумя городами автомобиль преодолел за 1,5 ч, а мотоциклист — за 2 ч. Найдите расстояние между городами, если скорость мотоциклиста на 18 км/ч меньше скорости автомобиля.

15. В первом хранилище 120 кг яблок, а во втором — 90 кг. Ежечасно из первого хранилища берут по 15 кг яблок, а из второго — по 5 кг. Через сколько времени в первом хранилище яблок станет в два раза меньше, чем во втором?

ЗАДАНИЯ ЗА КУРС МАТЕМАТИКИ 6 КЛАССА

Вычислите:

1389. а) $8 \cdot \frac{5}{28} + 3\frac{3}{5} : 5\frac{3}{5}$;

б) $2\frac{2}{7} \cdot 6\frac{1}{8} - 3\frac{5}{9} : 5\frac{1}{3}$;

в) $3,2 \cdot \left((3,2 - 5,8) : 2\frac{2}{15} \right)$;

г) $(19,3 - 6,8) : \left(5\frac{5}{8} - 3\frac{3}{4} \right)$;

д) $\left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) : \left(1 - \frac{1}{2} \right)^2$;

е) $\left(-\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(6\frac{3}{8} - 2\frac{5}{12} \right) \cdot 8$;

ж) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6} + \frac{14}{15}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{30}}$;

з) $\frac{0,04 \cdot \left(-4\frac{7}{12} + 6\frac{3}{4} \right)}{0,02 \cdot (-0,56) - 0,02 \cdot 0,44}$;

и) $\frac{1,2 \cdot (-2,5) - 1,2 \cdot 4,5 + 7 \cdot (-1,8)}{1,125 \cdot (-80) - 1,1 \cdot (-80)}$;

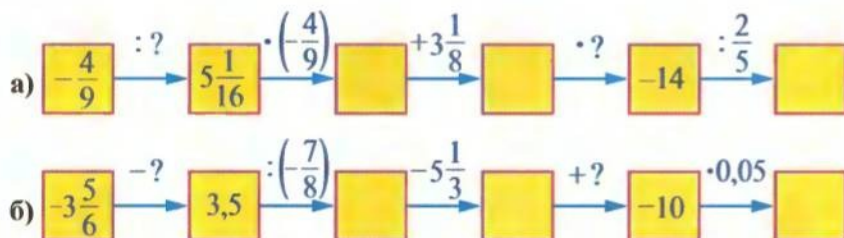
к) $-2 \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} \right) + (9,7 - 1,6) : (-0,9)$.

1390. Сравните значения выражений:

а) $(4,5^2 - 19,25)^3 - 1,7$ и $(1,1^2 - 1,3^2) : 0,2$;

б) $(-0,1)^2 \cdot (6,5^2 - 43,245)$ и $(2,5 - 3)^3 \cdot (-2)^3 - 1,99$.

1391. Найдите пропущенные числа:



1392. Упростите выражение:

а) $2(4a - 5) - (2 - 3a)$;

б) $-3(5 - 7x) + 4(x - 7)$;

в) $1,5(2 - 0,2a) + 3(-a + 1)$;

г) $-2(-1 - 2a + 7b) - (4a - 8b + 1)$;

д) $-\frac{1}{2}(0,5x - 1,1) - \frac{11}{20}x$;

е) $(-0,25x + 0,3y) - 3(0,7x - 0,3y)$.

Решите уравнение:

1393. а) $3x - (x + 17) = 21$;

б) $10 - 2(7 - x) = 8$;

в) $4 - 2(n + 7) = 2n - 2(n + 3)$;

г) $5(y + 4) + 3y = 2(3y - 4)$;

д) $2,4x - 7,6 = -8(1,2x + 5)$;

е) $2(x - 0,8) = 0,8(x - 0,8)$;

$$\text{ж)} x - 7 + 5(3,6 - 2(x - 3)) = -1;$$

$$\text{з)} 10(x - 1,02) - 2(x - 1,2) = 4x;$$

$$\text{и)} 3\frac{1}{3} \cdot \left(3x - \frac{7}{20}\right) - 2,5 = 8x;$$

$$\text{к)} 2x + \left(\frac{1}{3}x - 1\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{4}.$$

$$1394. \text{ а)} 2|x| + 4,7 = 6,5; \quad \text{б)} 6|x - 3,2| = 15; \quad \text{в)} 2|x| - (9 - 3|x|) = 5.$$

1395. Из чисел 1, 2, 18, 41, 69, 83, 102 выпишите сначала простые числа, а потом — составные. Разложите составные числа на простые множители.

1396. Найдите НОД и НОК чисел:

$$\text{а)} 20 \text{ и } 28;$$

$$\text{б)} 35 \text{ и } 129;$$

$$\text{в)} 48, 64 \text{ и } 72.$$

1397. Найдите все делители числа 72.

1398. Поставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы число:

$$\text{а)} *8* \text{ делилось на } 9 \text{ и на } 10;$$

$$\text{б)} 25*4* \text{ делилось на } 3 \text{ и на } 10;$$

$$\text{в)} 47* \text{ делилось на } 2 \text{ и на } 3;$$

$$\text{г)} 8*5* \text{ делилось на } 3 \text{ и на } 5.$$

1399. Докажите, что число $249 \cdot 349^3 - 117 \cdot 217^3$ делится на 10.

1400. Заполните пустые кружочки на рисунке 82, найдя дроби или проценты от числа 80.

1401. Заполните пустые кружочки на рисунке 83, если дробь или процент от искомого чисел равны 12.

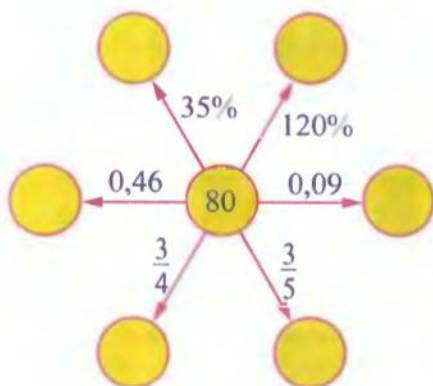


Рис. 82

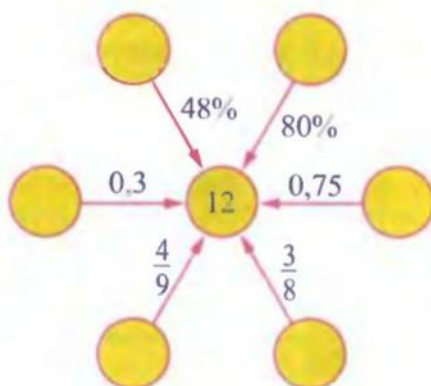


Рис. 83

1402. Числитель обыкновенной дроби составляет 60% знаменателя. Найдите эту дробь, если: а) ее знаменатель равен 5; б) ее числитель равен 9.

1403. В книге 160 страниц. За первый день ученик прочитал 15% количества страниц книги, а за второй — в 1,5 раза больше, чем за первый. Сколько страниц осталось прочитать ученику?

1404. Поле площадью 18 а засадили картофелем и овощными культурами, причем под картофель отвели площадь на 50% большую, чем под овощные культуры. Сколько аров поля отвели под овощные культуры?

1405. Преодолевая путь от города A до города B длиной 209 км, автобус за первый час проехал $\frac{3}{11}$ всего пути, а за второй — 50% остального пути. Сколько километров проехал автобус за эти 2 ч?
1406. Ателье закупило ткань трех видов. Шелк составляет $\frac{1}{3}$ всей ткани, сукно — 90% количества шелка, а остальная ткань — ситец. Какую часть всей ткани составляет ситец? Сколько всего метров ткани было куплено, если ситца купили 165 м?
1407. В школе 3 шестых класса. В 6–А классе учится 30% всех шестиклассников, в 6–Б — в 1,2 раза больше, чем в 6–А. Сколько процентов всех шестиклассников учится в 6–В классе? Сколько всего учеников учится в шестых классах, если в 6–В классе 34 ученика?
1408. Один экскаватор может вырыть траншею за 8 ч, а другой — за 12 ч. За какое время выкоют траншею оба экскаватора, работая вместе?
1409. Два каменщика могут возвести стену за 12 ч. За какое время может возвести эту стену первый каменщик, если второй может сделать это за 20 ч?
1410. Первый рабочий может изготовить заказанную партию деталей за 6 ч, а второй эту же партию — за 8 ч. Сначала в течение 2 ч рабочие работали над заказом вместе, а потом второй рабочий закончил работу самостоятельно. Сколько времени работал над заказом второй рабочий самостоятельно?
1411. Через первую трубу можно слить всю воду из бассейна за 8 ч, а через вторую — за 12 ч. До обеда из бассейна слили 330 м^3 воды. После обеда в течение 1 ч сливали воду только через первую трубу, а потом открыли еще и вторую и за 2 ч слили всю воду. Сколько воды было в бассейне сначала?
- 1412*. Из двух пунктов выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля и через 1 ч 30 мин находились на расстоянии 30 км. Первый автомобиль может проехать весь путь между этими пунктами за 4 ч, а второй — за 3 ч. Найдите скорость каждого автомобиля.
1413. С 6 га поля собрали 87 ц гречихи. Сколько гречихи собрали с 34 га поля, если урожайность на всех участках одинакова?
1414. 2,5 кг сплава олова, меди и цинка содержит 800 г олова и 900 г меди. Сколько олова и сколько цинка в 3,5 кг такого сплава?
1415. Найдите вероятность того, что при подбрасывании игрального кубика выпадет четное число, которое больше 2.
1416. В урне 20 одинаковых по размеру шаров — 15 белых и 5 черных. Шары перемешали. Найдите вероятность того, что взятый наугад шар будет белым.

1417. Из пункта A в 8 ч выехал автобус, а в 9 ч вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус, двигаясь без остановок, прибыл в пункт B в 14 ч, а легковой автомобиль — в 13 ч 30 мин.
- Найдите скорости автомобиля и автобуса.
 - В котором часу легковой автомобиль догнал автобус?
 - На каком расстоянии от пункта A состоялась их встреча?
1418. Расстояние между пристанями A и B равно 40 км. От A до B по течению реки движется моторная лодка, скорость которой в стоячей воде равна 18 км/ч, а от B до A — другая моторная лодка, скорость которой в стоячей воде равна 16 км/ч. При встрече оказалось, что первая лодка шла 1 ч, а вторая — 1,5 ч. Найдите скорость течения реки.
1419. Катер прошел расстояние между двумя пристанями, двигаясь по течению реки, за 4,5 ч. На обратный путь он затратил 6,5 ч. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.
- 1420*. В двух мешках было 155 кг муки. Когда из первого мешка пересыпали во второй 20 кг, то в первом осталось $\frac{12}{19}$ того количества, которое стало во втором. Сколько муки было в каждом мешке сначала?
1421. Сплав меди и цинка общей массой 2 кг содержит 75% меди. Сколько цинка нужно добавить к этому сплаву, чтобы получить новый сплав, содержащий 60% меди?
1422. В 10%-й раствор соли добавили 100 г соли и получили 15%-й раствор. Найдите массу начального раствора.
1423. За альбом, 2 линейки и циркуль заплатили 2 грн. 60 к. Альбом в 3 раза, а циркуль в 1,5 раза дороже линейки. Найдите цены альбома, линейки и циркуля.
1424. На координатной прямой отметьте точку $D(-3)$ и такую точку C , чтобы длина отрезка CD была равна 2,5 единицам. Определите координату точки C . Сколько может быть таких точек?
1425. Найдите площади заштрихованных фигур, изображенных на рисунке 84, если стороны квадратов равны по 10 см.



Рис. 84

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

Делимость натуральных чисел

1426. Докажите утверждения.
- а) Если каждое из двух слагаемых делится на некоторое число, то и их сумма делится на это число.
 - б) Если уменьшаемое и вычитаемое делятся на некоторое число, то и разность делится на это число.
 - в) Если одно слагаемое делится на некоторое число, а другое не делится, то их сумма не делится на это число.
 - г) Если сумма двух слагаемых и одно из этих слагаемых делятся на некоторое число, то и другое слагаемое делится на это число.
 - д) Если один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.
1427. Если уменьшаемое и вычитаемое при делении на некоторое число дают одинаковые остатки, то разность делится на это число. Докажите.
1428. а) Число a делится на 2 и на 3. Делится ли оно на $2 \cdot 3$?
б) Число a делится на 2 и на 4. Делится ли оно на $2 \cdot 4$?
1429. Даны два натуральных числа m и n . Докажите, что число $mn(m+n)$ — четное.
1430. Докажите, что если p — простое число больше 3, то число $(p-1)(p+1)$ делится на: а) 3; б) 8; в) 24.
1431. Если в записи $3*4*5*0*28$ вместо звездочек в произвольном порядке поставить цифры 2, 3, 4 и 5 (каждую — один раз), то полученное число делится на 36. Докажите это.
1432. Напишите произвольное трехзначное число. Допишите к нему это же самое число. Делится ли полученное шестизначное число на 7; на 11; на 13? Для любого ли трехзначного числа это справедливо? Если так, то почему?
1433. Существуют ли два натуральных числа, произведение которых равно 168, а наибольший общий делитель — 14?
1434. Найдите все простые числа x и y , для которых верно равенство:
а) $3x - y = 12$; б) $x + y = 31$; в) $x^2 - y^2 = 21$.
1435. а) Найдите все натуральные числа x и y , для которых выполняется равенство $7x + 3y = 23$.

б) Есть трубы длиной 7 м и 3 м. Можно ли, не укорачивая ни одну из них, проложить трубопровод длиной 23 м? Если можно, то каких и сколько труб для этого потребуется?

1436. Если из задуманного трехзначного числа вычесть 7, то полученное число будет делиться на 7, если вычесть 8 — то будет делиться на 8, а если вычесть 9 — будет делиться на 9. Найдите задуманное число.
1437. Корзина наполнена яблоками. Если их вынимать по 2, по 3, по 4, по 5 или по 6, то в корзине будет оставаться каждый раз по одному яблоку. Сколько яблок в корзине, если в ней может поместиться не более 100 яблок?
1438. Для новогодних подарков купили орехи, конфеты и печенье — всего 760 штук. Орехов купили на 80 штук больше, чем конфет, а печенья — на 120 штук меньше, чем орехов. Какое наибольшее количество одинаковых подарков можно сделать, используя все орехи, конфеты и печенье?

Проценты

1439. Из двух сплавов, один из которых содержит 60% меди, а другой — 80%, нужно получить сплав массой 4 кг, который содержит 75% меди. Сколько килограммов каждого сплава для этого потребуется?
1440. В начале года вкладчик снял со своего счета 20% денег и в течение года не делал новых вкладов. В конце года банк насчитал 5% годовых, и на счету вкладчика стало 840 грн. Сколько денег было на счету вкладчика сначала?
1441. Два натуральных числа назовем «зеркальными», если запись одного числа можно получить, переставив цифры другого числа в обратном порядке (например, 352 и 253). Одно из двух «зеркальных» трехзначных чисел на 240% больше другого. Какие это числа?
1442. Весной Карлсон похудел на 25%, потом летом поправился на 20%, осенью похудел на 10%, а зимой поправился на 20%. Поправился ли он за год?
1443. Правильно ли, что число 40 на столько процентов больше числа 32, на сколько процентов число 32 меньше числа 40?

Обыкновенные дроби

1444. Вычислите:

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7}$;

б) $\frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{18 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 20}$.

1445. Найдите устно значение выражения $\frac{128 \cdot 255 - 127}{127 \cdot 255 + 128}$.
1446. Разность знаменателя и числителя дроби равна 2114. Найдите эту дробь, если после ее сокращения получили $\frac{5}{12}$.
1447. Сумма числителя и знаменателя дроби равна 4140. Найдите эту дробь, если после ее сокращения получили $\frac{7}{13}$.

Рациональные числа

1448. Можно ли вместо звездочек поставить знаки «+» или «-» так, чтобы было верным равенство:
 а) $*1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 0$; б) $*1 * 2 * 3 * \dots * 99 * 100 = 0$?
1449. Докажите, что с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 и 6, взятых по одному разу, нельзя записать шестизначное число, которое было бы квадратом целого числа.

Задачи на составление уравнений

1450. Белка каждые 5 мин приносит в дупло гриб с поляны, расположенной на расстоянии x м от дупла. Найдите x , если известно, что без гриба белка передвигается со скоростью 3 м/с, а с грибом — 2 м/с.
1451. Два спортсмена одновременно стартовали на одну и ту же дистанцию. Первый спортсмен пробежал всю дистанцию за 3 мин 45 с, а второй — за 4 мин. Какова скорость каждого спортсмена, если через 48 с после старта расстояние между ними было 20 м?
1452. Ученик прочитал книгу за 2 дня. За первый день он прочитал 0,2 количества страниц книги и еще 16 страниц, за второй день — 0,5 остатка и последние 16 страниц. Сколько страниц в книге?
1453. Из города A в город B выехали два мотоциклиста: первый — в 8 ч утра, второй — в 8 ч 30 мин. Второй мотоциклист догнал первого и через 2 ч 30 мин после встречи прибыл в город B . В это время первый мотоциклист находился на расстоянии 30 км от B . В котором часу второй мотоциклист догнал первого и какое расстояние проехали мотоциклисты до встречи, если скорость первого мотоциклиста составляла 0,8 скорости второго?

1454. Поезд за 10 с проходит мимо столба, а за 25 с — через мост длиной 300 м. Найдите скорость поезда и его длину.

Логические задачи

1455. Из 24 одинаковых ведер 5 заполнены водой доверху, 11 — наполовину, а 8 ведер пустые. Разделите эти ведра между тремя людьми так, чтобы каждому досталось поровну ведер и одинаковое количество воды (переливать воду нельзя).
1456. В волшебном сундучке лежит 99 конфет. Из него разрешается брать 1, 3, 4 или 5 конфет, вместо них в сундучке появляется, соответственно, 2, 6, 1, 9 новых конфет. Новые конфеты не появляются, если из сундучка забрать последние 1, 3, 4 или 5 конфет. Можно ли из сундучка забрать все конфеты?
1457. Среди 3 монет одна фальшивая, ее масса отличается от массы настоящих монет. Как найти эту монету с помощью не более двух взвешиваний на весах без гирь, если неизвестно, легче фальшивая монета настоящей или тяжелее?
1458. На королевском турнире по фехтованию четыре первых места разделили Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян. Известно, что сумма мест, которые заняли Атос, Портос и д'Артаньян, равна сумме мест, которые заняли Портос и Арамис. Какое место занял каждый из мушкетеров, если Портос занял более высокое место, чем Атос?

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абсцисса точки	239	Параллельные прямые	232
Вероятность случайного события	114	Перпендикулярные прямые	234
Вычитание дробей с разными знаменателями	52	Площадь круга	145
— рациональных чисел	192	Подобные слагаемые	216
График зависимости между величинами	244	Приведение дроби к общему знаменателю	47
Диаграмма круговая	150	— подобных слагаемых	216
— столбчатая	150	Признак делимости на 2, 5 и 10	9
Деление дробей	81	— на 9 и на 3	13
— рациональных чисел	220	Пропорция	118
— смешанных чисел	81	Прямая пропорциональная зависимость	124
Делитель	6	Радиус окружности	139
Длина окружности	140	Разложение на множители	21
Дополнительный множитель	43	— на простые множители	21
Дробь несократимая	42	Раскрытие скобок	197
— периодическая	91	Решение уравнений	224
Координата точки на плоскости	239	Сложение дробей с разными знаменателями	52
— на прямой	168	— двух чисел с разными знаками	187
Координатная плоскость	239	— отрицательных рациональных чисел	183
— прямая	167	Случайное событие	111
Коэффициент	212	Сокращение дробей	42
Кратное	29	Сравнение дробей	47
Круг	144	— рациональных чисел	178
Модуль числа	173	Умножение обыкновенных дробей	66
Наименьшее общее кратное	29	— рациональных чисел	208
Наибольший общий делитель	25	— смешанных чисел	67
Наименьший общий знаменатель	47	Уравнение	224
Нахождение дроби от числа	73	Числа взаимно обратные	78
— процентов от числа	73	— взаимно простые	26
— числа по его дроби	86	— нечетные	9
— числа по его процентам	86	— отрицательные	161
Окружность	139	— положительные	161
Ордината точки	239	— простые	17
Основное свойство дроби	38	— рациональные	168
— отношения	107	— составные	17
— пропорции	118	— четные	9
Ось абсцисс	239	— целые	168
— ординат	239		
Отношение	106		
— процентное	129		

ОТВЕТЫ

§1

19. 15 голов; 6 голов. 20. 42 мешка. 24. 21,25 ц. 25. 3648 грн. 54. 3 грн. 60 к.; 1 грн. 20 к. 55. а) 2,65; б) 9,8. 81. 22,4 га. 82. В магазины отправили на 0,08 т больше. 97. а) Нет; б) нет; в) да. 101. 135 км. 102. 18 мин. 122. 61 км. 123. 70 км/ч. 142. 42 квадрата. 143. 160 кубов. 144. 45 подарков. 145. 29 учеников; 2 тетради в линейку и 3 — в клетку. 146. 25 см × 25 см; 475 плиток. 149. 46 км; 44 км; 45 км. 168. 53 или 54 ящика. 175. В 11 ч 36 мин. 176. 252 см. 178. Да. 191. 11 учеников. 192. 720 см. 193. 29 учеников; 7 тетрадей. 194. 119.

§2

221. 54,5 кг; 49,5 кг. 222. 7,2 кг; 14,4 кг; 9,2 кг. 223. 4 способами; 10 способами. 245. $\frac{18}{30}$. 246. $\frac{6}{21}$. 247. Нет. 250. 252 с. 252. 231 ученик. 269. Отец Наташи. 270. В 1 кг риса. 271. Первый; второй. 272. Оли. 273. Пятиметровой. 318. а) $7\frac{13}{36}$; б) $1\frac{11}{72}$; в) $4\frac{3}{4}$; г) $4\frac{11}{24}$. 319. а) $3\frac{1}{4}$; б) $1\frac{1}{3}$. 320. $\frac{1}{4}$. 321. $\frac{6}{25}$. 322. Первый. 323. $AB = 4\frac{11}{18}$ см; $BC = 2\frac{5}{6}$ см; $AC = 4\frac{5}{9}$ см. 324. $33\frac{5}{8}$ кг; 29 кг. 325. $7\frac{1}{3}$ а; 7 а. 326. $\frac{3}{20}$. 327. $\frac{13}{18}$. 328. Нет. 329. Да. 330. $\frac{1}{15}$. 331. $\frac{91}{100}$. 332. 2 мин. 333. Ананас. 334. 2 см; 2,6 см; 2,6 см. 335. 20 т. 336. 38 деталей. 339. 10 вариантов. 343. ж) $1\frac{1}{9}$; з) $4\frac{1}{3}$; и) $6\frac{11}{18}$; к) $\frac{1}{4}$. 345. в) $\frac{1}{4}$; г) $2\frac{3}{5}$. 347. $13\frac{1}{12}$ км. 348. $\frac{11}{20}$. 349. $\frac{4}{9}$. 350. $\frac{5}{12}$.

§3

378. ж) $33\frac{19}{20}$; и) $\frac{34}{63}$; к) $4\frac{1}{6}$. 379. б) $3\frac{1}{2}$; в) 12; г) $4\frac{3}{5}$; д) $11\frac{3}{5}$; е) 4,7. 387. 2 км 730 м. 388. 144 га. 389. 21,6 кг. 390. 10 наборов. 391. 120 м³. 392. 240 км.

407. 750 м^3 . 408. 1024 м^2 . 409. 10,8 см. 414. 2100 грн. 416. 288 км. 417. 96.
 418. 198. 419. 104,49 кг. 420. 320 кг. 421. 28 учеников. 422. 82%. 423. 150 км.
 424. Да. 425. Нет. 426. В 17 раз. 431. 204 км. 432. 16 обезьян, 8 крокодилов,
 4 носорога. 449. 160; 32. 450. 2 год. 451. 56 кг. 469. а) $11\frac{1}{5}$; б) $1\frac{43}{66}$; в) $\frac{7}{20}$; г) $\frac{19}{21}$.
 470. а) 1,125; б) $1\frac{16}{19}$; в) 1,6. 471. а) 0,162; б) $2\frac{5}{16}$; в) 1,5; г) $\frac{1}{3}$. 474. а) 2; б) 4;
 в) $\frac{3}{4}$; г) $19\frac{1}{6}$; д) 6,5; е) 6. 475. а) $\frac{8}{9}$; б) $1\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{20}$. 477. 32,6 ц с гектара.
 478. 32 ученика. 479. 20 га. 480. 18,6 а; 6,2 а. 481. 300 г; 150 г. 482. 130 км.
 483. 6 способами. 491. 1200 м^2 . 492. $5\frac{11}{20}$ м. 498. 60 ц. 499. 26 км. 505. 344 дерева.
 507. 4,86 т. 508. 50 км. 509. 180 кг; 75 кг. 510. 15 ч; 10 ч. 511. 12 ч. 512. 27 слив.
 515. 250 кг. 516. 1 ц. 517. Поровну. 520. 3,6 мин. 523. 16 способами.
 538. 45,25 км/ч. 539. 4,45 км/ч. 540. 4,475 км/ч. 541. Во вторник в 13 ч 12 мин.
 543. 4 км 100 м. 544. 425 ц; 335 ц. 545. 225 марок. 552. а) $\frac{5}{8}$; б) $39\frac{4}{11}$; в) 22,45;
 г) 530; д) $8\frac{2}{7}$; е) $1\frac{9}{11}$. 557. а) $\frac{11}{20}$; б) $\frac{13}{15}$; в) $\frac{5}{8}$; г) $1\frac{7}{15}$; д) $\frac{8}{15}$; е) 6. 559. 8 см.
 561. 759 км. 565. 13,5 м; 4,5 м. 568. 86 мин. 569. 2,4 см; 2 см; 2 см. 573. 684 грн.
 574. 153 грн. 575. 360 км. 576. 33%. 577. 90 м. 578. 1,08 кг. 579. 3 кг. 580. 3 л.
 581. $\frac{9}{20}$. 583. 1,2 ч. 584. 15 ч. 585. 18 дней. 586. 180 саженцев. 587. 70 км/ч.
 588. 19,08 кг; 18,02 кг; 26,5 кг. 589. 6,6 га; 8,4 га; 6 га. 590. $13,5 \text{ см}^2$. 591. 25 м.
 592. 3,5 дм. 593. 1 кг. 594. 80 деталей. 595. 7,5 т. 596. 60 л. 597. 400 т. 598. 126 км;
 75 км/ч. 599. 36 га. 600. 20 т. 601. 63 км. 602. 7,5 км. 603. 450 грн. 604. 2 ч 1 мин.
 605. Да. 606. 60 кг.

§4

624. В 1,5 раза. 625. $\frac{1}{6}$. 626. В 1,125 раза. 627. В 2 раза. 628. В 50 раз.
 630. 15 вариантов. 631. 6 способов. 633. 39 т. 642. 55 лет. 645. 2 ч. 652. а) $\approx 0,19$;

б) $\approx 0,37$; в) $\approx 0,63$. 653. $\frac{1}{3}$. 654. $\frac{1}{10}$. 655. а) $\frac{15}{29}$; б) $\frac{8}{29}$. 657. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{3}$.
 658. а) $\frac{8}{27}$; б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{2}{9}$. 659. 4 ч. 660. $\frac{2}{3}$. 661. 8 раз. 676. в) $2\frac{2}{9}$; г) 31,8.
 677. а) $15\frac{1}{3}$; б) 1,1. 682. 100 см². 683. 5 ч 15 мин. 684. Сережа. 685. Второго.
 686. 81 кг. 699. AC = 8 см; CB = 20 см. 700. 27 см; 27 см; 36 см. 701. 50 кг; 4 кг;
 2 кг. 702. 3,9 кг; 2,6 кг; 2,6 кг. 703. На 7 л. 704. 3,06 кг. 705. 96 км. 707. 90 кг.
 708. 2160 м³. 709. 3,6 м. 710. 7 кг. 711. 7,5 см; 10 см; 15 см. 712. 60, 72 и
 48 квартир. 727. 96%. 728. 35%. 729. В городе А. 730. 12,5%. 731. 24%. 732. Нет.
 734. 34,6 ц. 735. 121 кг. 736. 4 грн. 744. 20 т. 745. 30 т. 746. 62,5 мин. 749. 21 де-
 таль. 750. 460 грн. 751. 700 грн. 752. 16%. 753. 136 грн. 754. 10,07 грн.
 755. 6 страниц. 756. 43,75%. 757. 2,76 м. 758. На 5%. 759. На 25%. 760. На 25%.
 761. На 30%. 762. На 300%; на 75%. 763. 600 ц. 764. 9 см; 12 см; 15 см. 765. 1,5 га.
 766. Пятачка, на 25%. 767. Пятачок, на 50%. 768. 1750 грн. 769. 80 деталей.
 770. Нет. 771. 666,9 грн. 772. 21 200 грн. 773. 30 000 грн. 774. 30%.
 775. 11 грн. 88 к. 776. 6 грн. 27 к. 777. 57,5%; 42,5%. 778. 144 грн. 779. 144 грн.
 780. 25%. 781. 1,5 кг. 782. 1320 г. 783. На 25%. 784. 1,2 раза; 6 и 5. 785. 50 к.
 814. 10 мм; 20 мм. 815. 5 см; 2,5 см. 816. $\approx 11\ 100$ км/ч. 817. 6,28 см. 818. 11 см.
 820. 60,3 км/ч. 821. 4 взвешивания. 822. 42 груши. 823. 69 тис. жителей.
 824. 258 деревьев. 832. 177 м². 833. 50,24 см². 834. 75,36 см². 835. В 9 раз.
 837. 0,28 м². 838. 314 см². 839. 3390 г. 840. 55 км/ч. 843. $6\frac{3}{4}$ м. 844. 144 га.
 860. 36 пассажиров. 871. 47,5%. 872. 40,4%; 67,8%. 873. 60, 50 и 40 страниц.
 876. 30 т. 878. 8000 книг. 879. 50%. 880. 9,75%. 881. 3 ч 30 мин. 883. 12,56 дм².
 884. 98 кустов. 885. 56,52 см; 28,26 см. 886. На 62,8 см. 887. На 10 м. 888. 21,5%.

§5

910. 72° и 18° . 938. 4 км/ч. 939. Да. 941. 8%. 975. 66 км. 976. 5,6 км.

1005. 6 способами. 1020. в) $-9,06$; г) $-8\frac{2}{3}$. 1021. а) $-5\frac{5}{6}$; б) $-9,2$. 1028. 0,675 т.

1029. 25%. 1030. 40 г. 1050. а) $-5,45$; б) $-3\frac{13}{30}$; в) $\frac{1}{3}$; г) 3,86; д) $\frac{1}{3}$; е) $\frac{1}{60}$.

1051. а) $-1,57$; б) $-\frac{29}{30}$; в) $-5\frac{1}{12}$. 1052. б) $3\frac{13}{15}$. 1056. а) $-\frac{5}{6}$; б) $5\frac{1}{30}$; в) $6\frac{1}{3}$; г) $-2\frac{2}{7}$; д) 0,1. 1057. а) 2,25; б) $\frac{5}{6}$. 1062. 96%. 1063. 95%. 1064. 35% 1084. а) -6 ; б) $1\frac{2}{3}$; в) $-10\frac{1}{3}$; г) 2. 1085. а) -11 ; б) $-\frac{17}{24}$. 1090. а) -2 ; б) $-11,3$; 11,3; в) -6 ; -4 .

1095. $\frac{5}{24}$; 48 т. 1097. 66,4%. 1098. 100° и 80° . 1108. а) 1,6; б) 83,03; в) $-3\frac{1}{12}$; г) 1; д) $\frac{5}{6}$. 1109. а) $5\frac{1}{15}$; б) -1 . 1112. а) $-2,2$; б) 9,1; в) 4,4; г) $-27,2$. 1113. а) $-0,5$; б) 5,83. 1116. 21 паровоз. 1117. 4 см. 1118. 135. 1119. В 7 ч 30 мин. 1120. 2 ч.

1136. г) $-7,6$; д) $-3,3$; е) -2 ; ж) $\frac{42}{187}$; з) $-23,5$. 1148. $(-1; 0; 3)$ или $(-2; 1; 2)$ или $(-3; 2; 1)$.

§6

1168. а) 16,91; б) $-0,298$; в) $-174,96$; г) $-3,8412$. 1169. а) 14,4; б) $2\frac{1}{120}$; в) $-4,2$; г) $-\frac{35}{36}$. 1178. Знак « \rightarrow ». 1179. Цифрой 4. 1181. 120 и 12. 1182. 12 мин. 1198. а) 1; б) $-33\frac{3}{4}$; в) -5040 ; г) -10000 . 1199. а) $\frac{5}{8}$; б) -24 ; в) -1 . 1200. а) $-6,4xy$; б) $\frac{5}{6}xb$; в) $\frac{1}{25}x$; г) $15xy$. 1201. а) $-34xy$; б) $1,8abc$. 1226. в) $0,8a - \frac{1}{3}b$; г) $-17a + 14b - 4$; д) $7ax + 5a$; е) $3a + 3b + 3c$. 1227. а) $-\frac{1}{3}a$; б) 0; в) $-8x + 4y + 6$; г) $-2bx + 10cx$.

1234. 10 дней. 1235. 2,4 ч; 60 км/ч; 90 км/ч. 1251. а) $-112,6$; б) -350 ; в) 9; г) $-0,3$. 1252. а) -497 ; б) 3,5; в) 8,2. 1258. 21%. 1259. 325 м/мин. 1268. а) 4; б) 6; в) -3 ; г) -4 ; д) $\frac{7}{9}$; е) -1 ; ж) 6; з) $-1,6$; и) 6; к) $1\frac{2}{3}$; л) $10\frac{2}{3}$. 1269. а) 17; б) 2;

в) 63,4; г) $-0,6$; д) -5 ; е) 2,25; ж) $\frac{3}{4}$; з) $1\frac{4}{13}$; и) $-0,0555$. **1273.** 3,5 ч. **1276.** 96; 66.
1277. 65 яблок; 51 яблоко. **1278.** 39° ; 51° . **1279.** 440 га; 80 га. **1280.** 198; 66.
1281. 144 м^2 . **1282.** 6,15; 2,05. **1283.** 28 т; 36 т. **1284.** 28 га; 35 га. **1285.** 4 км/ч.
1286. 60 км/ч; 150 км. **1287.** 84 км/ч; 60 км/ч; 210 км. **1288.** 130 кг; 150 кг; 180 кг.
1289. 12 кг; 16 кг; 8 кг. **1290.** 14 см; 7 см; 11 см. **1291.** 24 л; 8 л. **1292.** По
 110 яблок. **1293.** а) 21 км/ч; б) 21 км/ч. **1294.** 9 км. **1295.** 10 ч. **1296.** 5 персидских,
 10 ангорских, 30 сибирских, 6 сиамских котов. **1297.** Мурзик — 8; Пушок — 5;
 Базилио — 24; Леопольд — 10 мышей. **1298.** 60 деталей. **1299.** 168 км.
1300. 200 км. **1301.** 48 км. **1302.** а) 7 км; б) 7 км; в) 6 км. **1303.** $\frac{1}{12}$.
1306. Финишируют одновременно. Если длина дистанции будет равна 100 м, то
 победит первый жук, если 30 м — второй. **1307.** 2 км. **1324.** 30° ; 60° ; 120° .
1325. 60° ; 30° ; 120° . **1326.** 31, 28 или 25 бидонов. **1327.** 48 страниц. **1328.** 4 км/ч.
1352. 4,8 ч. **1353.** 6 дней. **1366.** а) $-0,05$; б) 3,3; в) 1,21; г) 0,01; д) 69; е) 18.
1367. а) 1; б) $\frac{1}{7}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) 0,5. **1368.** а) 30; б) $\frac{7}{9}$; в) -1 ; г) 160; д) -54 ; е) $-\frac{13}{60}$.
1369. а) 12,2; б) $-4\frac{23}{27}$; в) 18; г) 6,2. **1370.** а) $9a - 9$; б) $-12x + 12$; в) $8x - 7y + 6$;
 г) $-2,6a + 7$; д) $-8,4a - 5,4b + 0,5$; е) $6,2x - 2$. **1384.** 90 и 30 книг. **1385.** 210 кг;
 150 кг. **1386.** 150; 60. **1387.** 12 кг; 10 кг; 13 кг. **1388.** 80 км/ч; 40 км.

Задания за курс математики 6 класса

1404. 7,2 а. **1405.** 133 км. **1406.** $\frac{11}{30}$; 450 м. **1407.** 34%; 100 учеников.
1408. 4,8 ч. **1409.** 30 ч. **1410.** 3 ч 20 мин. **1411.** 720 м^3 . **1412.** 60 км/ч; 80 км/ч.
1417. а) 80 км/ч; 60 км/ч; б) 12 ч; в) 240 км. **1418.** 4 км/ч. **1419.** 117 км.
1420. 80 кг; 75 кг. **1421.** 0,5 кг. **1422.** 1,7 кг. **1423.** 1 грн. 20 к.; 40 к.; 60 к.

Задачи повышенной сложности

1433. Нет. 1434. а) $x = 5$; $y = 3$; б) $x = 2$; $y = 29$ или $x = 29$; $y = 2$; в) $x = 5$; $y = 2$. 1436. 504. 1437. 61 яблоко. 1438. 40 подарков. 1439. 1 кг; 3 кг.
1440. 1000 грн. 1441. 561 и 165. 1442. Нет. 1443. Нет. 1444. а) $\frac{6}{7}$; б) $\frac{1}{20}$.
1448. а) Нет; б) да. 1450. 360 м. 1451. $6\frac{2}{3}$ м/с; $6\frac{1}{4}$ м/с. 1452. 60 страниц. 1453. В 10 ч 30 мин; 120 км. 1454. 20 м/с; 200 м. 1456. Да.

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ I. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

§1. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

1. Делители натурального числа.....	6
2. Признаки делимости на 2, 5 и 10.....	9
3. Признаки делимости на 9 и на 3.....	13
4. Простые и составные числа.....	17
5. Разложение натуральных чисел на простые множители.....	21
6. Наибольший общий делитель.....	25
7. Кратные натурального числа. Наименьшее общее кратное.....	29

РАЗДЕЛ II. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

§2. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

8. Основное свойство дроби.....	38
9. Применение основного свойства дроби.....	42
10. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение дробей.....	46
11. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.....	51

§3. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

12. Умножение обыкновенных дробей.....	66
13. Задачи на умножение дробей.....	72
14. Взаимно обратные числа.....	78
15. Деление обыкновенных дробей.....	80
16. Задачи на деление дробей.....	85
17. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные. Периодические десятичные дроби.....	91
18. Упражнения на все действия с обыкновенными дробями.....	95
19. Текстовые задачи.....	97

РАЗДЕЛ III. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

§4. ОТНОШЕНИЯ И ПРОПОРЦИИ

20. Отношение. Основное свойство отношения.....	106
21. Случайные события.....	110
22. Вероятность случайного события.....	114
23. Пропорция.....	118
24. Прямая пропорциональная зависимость.....	123

25. Процентное отношение.....	129
26. Процентные расчеты	131
27. Окружность. Длина окружности.....	138
28. Круг. Площадь круга.....	144
29. Столбчатые и круговые диаграммы	149

РАЗДЕЛ IV. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

§5. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

30. Положительные и отрицательные числа. Число 0	160
31. Координатная прямая. Рациональные числа	167
32. Модуль числа.....	172
33. Сравнение чисел	178
34. Сложение отрицательных рациональных чисел.....	183
35. Сложение двух чисел с разными знаками.....	187
36. Вычитание рациональных чисел.....	192
37. Раскрытие скобок	197

§6. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

38. Умножение рациональных чисел.....	208
39. Переместительное и сочетательное свойства умножения. Кoeffициент	212
40. Распределительное свойство умножения. Приведение подобных слагаемых	216
41. Деление рациональных чисел	220
42. Решение уравнений	223
43. Решение задач с помощью уравнений.....	227
44. Параллельные и перпендикулярные прямые	231
45. Координатная плоскость.....	238
46. Примеры графиков зависимостей между величинами	244

ЗАДАНИЯ ЗА КУРС МАТЕМАТИКИ 6 КЛАССА	255
---	-----

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ.....	259
----------------------------------	-----

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	263
----------------------------	-----

ОТВЕТЫ.....	264
-------------	-----

Учебное издание

Галина Михайловна Янченко

Василий Ростиславович Кравчук

МАТЕМАТИКА

Учебник для 6 класса

Редакторы: *Ярослав Гапюк, Ярослав Гринчишин, Сергей Мартынюк*
Литературное редактирование *Оксаны Давыдовой, Маргариты Бильчук*
Художественное оформление *Виктора Стецюка, Светланы Демчак, Светланы Бедной, Иванны Кокиль*

Ответственный за выпуск *Сергей Мартынюк*

Подписано в печать 28.05.2006. Формат 70×100/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Печать офсетная. 21,93 усл. печ. л., 18,93 обл.-изд. л. Тираж 40500. Заказ №06-130.
Редакция газеты «Підручники і посібники». Свидетельство ТР 189 от 10.01.96.
46010, г. Тернополь, ул. Полесская, 6а. Тел. 8-(0352)-43-10-31, 43-15-15, 43-10-21.
Факс 8-(0352)-43-10-31. E-mail: pp@pp.utel.net.ua
www.pp.utel.net.ua